

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОКРАТНЫХ ОТРАЖЕНИЙ В БЛЕНДАХ С КОНИЧЕСКИМИ ДИАФРАГМАМИ

© 2007 г. А. Е. Романов

Самарский государственный университет, г. Самара
E-mail: rom-alex@mail.ru

Рассмотрена математическая модель многократных отражений в блендах с коническими диафрагмами. Исследованы взаимосвязи коэффициентов ослабления на основе поведения функций наиболее вероятного количества отражений и оптического пути в областях допустимых и закритических углов засветки.

Коды OCIS: 220.0220, 220.2740.

Поступила в редакцию 16.10.2006.

Светозащитные бленды с коническими диафрагмами (БКД), которые могут функционировать в составе комплекса топографической аппаратуры (КТА), представляют собой конструкцию сложной конфигурации [1]. Эффективность их работы предложено определять рядом критериев, включая коэффициенты ослабления бленды:

$$K_1 = (r_{\text{отр}})^{-n}, \quad (1)$$

где $r_{\text{отр}}$ – коэффициент отражения поверхности, n – наиболее вероятное количество отражений стороннего светового потока на пути от входного до выходного зрачка;

$$K_2 = N_{\text{вх}}/N_{\text{вых}}(\varphi), \quad (2)$$

где $N_{\text{вх}}$ – количество трассируемых лучей, $N_{\text{вых}}$ – количество лучей, попадающих на выходной зрачок бленды; φ – угол засветки. Ниже рассматривается физическая формулировка коэффициента ослабления K_3 и исследуются взаимосвязи между коэффициентами ослабления K_1 – K_3 по модели многократных отражений.

Сторонний световой поток в аппаратах КТА

Звездный (ЗА) и топографический (ТА) аппараты, входящие в состав КТА, имеют разные уровни фоновой засветки и, следовательно, разные диапазоны рабочих значений коэффициента ослабления БКД. Определим их из экспонирования снимков.

Интегральная освещенность выходного зрачка БКД и фокальной плоскости ЗА или ТА энергетически комбинируются из освещенностей, вносимых информационным световым потоком $E_{\text{и}}$ и сторонним $E_{\text{с}}$, т. е. $E_{\text{ф}} = \tau(E_{\text{и}} + E_{\text{с}})$, где τ – интегральный коэффициент пропускания. Освещенность $E_{\text{и}}$ звездного аппарата определяется яркостью звездного

неба, топографического – яркостью поверхности Земли в поле зрения, а $E_{\text{с}}$ – яркостью поверхности Земли вне поля зрения, Солнца и в некоторых случаях яркостью поверхности Луны. Очевидно, что для получения хорошего качества изображения снимков необходимо выполнение условия $E_{\text{и}} > E_{\text{с}} = E_{\text{с}}/K(\varphi)$, где $E_{\text{с}}$ – освещенность входного зрачка бленды сторонним световым потоком. Вследствие орбитального движения космического аппарата время экспонирования снимка является нестационарной величиной:

$$t_e(t) = \Omega/E_{\text{ф}}(t), \quad (3)$$

где t – момент времени начала съемки, а Ω характеризует оптические свойства тракта ТА или ЗА. Выражая из (3) K как функцию от времени экспонирования, получаем рабочее значение коэффициента ослабления

$$K_p = t_e E_{\text{с}} / (\Omega - t_e E_{\text{и}}). \quad (4)$$

В зависимости от назначения аппарата диапазон значений (4) определен значениями (3) в условиях эксплуатации КТА и характеризуется интервалом $10^3 < K_p < 10^7$ для ЗА и интервалом $1 < K_p < 10^4$ для ТА.

Сторонний световой поток звездного аппарата параксиален и формируется двумя точечными источниками (Солнце, Луна), топографического – гомоцентричен и формируется множеством неравноярких источников на поверхности Земли и в отдельных случаях при перспективной съемке дополнительно солнечным световым потоком. Поле векторов светового потока от поверхности Земли относительно плоскости OXY входного зрачка БКД в стереографической проекции показано на рис. 1. Приняты обозначения: 1 и 2 – точки пересечения оптической оси БКД с поверхностью Земли соответственно при плановой и перспективной съемках, внешняя окружность – граница поля обзора, внут-

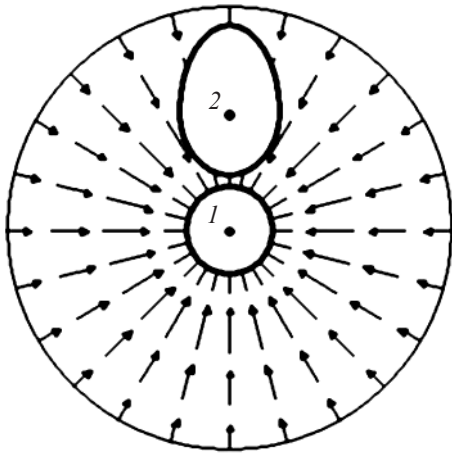


Рис. 1 Поле векторов стороннего светового потока ТА.

рение окружность и овал – границы поля зрения на поверхности Земли соответственно при плановой и перспективной съемках. При плановой съемке поле векторов имеет радиальную симметрию относительно оптической оси, а при перспективной – зеркальную симметрию относительно меридиональной плоскости, проходящей через точки 1 и 2 ортогонально плоскости рисунка. Изменение положения точки 2 относительно точки 1 влияет на состояние поля векторов светового потока, которые в каждой точке сечения входного зрачка бленды занимают пространство между двумя коническими поверхностями, образованными полем зрения бленды и полем обзора космического аппарата с полууглом раствора $\varphi' = \arcsin[R_3/(R_3 + H)]$, где H – высота орбиты космического аппарата, R_3 – радиус Земли. Геометрическая интерпретация лучевых трубок, в которых свет распространяется вдоль направлений рассматриваемых векторов, приводит к тому, что весь световой поток представим множеством параксиальных световых пучков, имеющих одновременно разные углы засветки и пересекающихся в плоскости OXY . Дискретизация гомоцентрического стороннего светового потока ТА множеством параксиальных пучков в данном случае является лишь более сложной формой фоновой засветки по сравнению со звездным аппаратом, так как требуется учет неравнояркости поверхности Земли и перспективы съемки. Поэтому в дальнейшем используются параксиальные световые пучки.

Модель многократных отражений

Трассы световых лучей представляют собой совокупности прямолинейных отрезков оптического пути в “карманах” (области поля зрения внутри бленды), а также за пределами входного (обратно

отраженные лучи) и выходного (неослабленные лучи) зрачков. Диафрагмы и корпус БКД имеют поверхности усеченного конуса, симметричные относительно оси вращения OZ (оптическая ось), являющегося частью острровершинного конуса

$$z(x, y) = L - \text{ctg}\gamma \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (5)$$

где L – расстояние от входного зрачка бленды до вершины конуса вдоль оси вращения, γ – половина угла раствора конуса. В соответствии с [1] габариты и местоположение диафрагмы определяются радиусами верхнего R_v и нижнего R_n оснований усеченного конуса, углом γ и расстоянием от входного зрачка до места крепления к корпусу бленды $L - R_n \text{ctg}\gamma$. По точкам пересечения лучей с диафрагмами и полю векторов нормалей в этих точках трассирование удобно осуществлять через направляющие косинусы векторов $\mathbf{g}$ стороннего светового потока и координаты начала лучей [2].

Рассмотрим ход одиночного луча до первого отражения. Уравнение прямой, содержащей луч, в параметрическом виде есть

$$\begin{aligned} (x^{(1)} - x^{(0)})/g_x^{(0)} &= (y^{(1)} - y^{(0)})/g_y^{(0)} = \\ &= (z^{(1)} - z^{(0)})/g_z^{(0)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\mathbf{g}_0$ – вектор направляющих косинусов входящего светового потока, $P_0 = (x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)})$ – точка начала луча в плоскости OXY , $P_1 = (x^{(1)}, y^{(1)}, z^{(1)})$ – точка встречи луча с отражающей поверхностью. Параметром уравнения является длина луча $l = P_0P_1$. Перепишывая (6) в виде

$$\begin{cases} x^{(1)} = x^{(0)} + g_x^{(0)}l, \\ y^{(1)} = y^{(0)} + g_y^{(0)}l, \\ z^{(1)} = z^{(0)} + g_z^{(0)}l, \end{cases} \quad (7)$$

и подставляя в уравнение i -й диафрагмы (5), $i = \overline{1, I}$ (I – количество диафрагм плюс корпус бленды), получаем квадратичное уравнение относительно параметра:

$$A_i l^2 + B_i l + C_i = 0 \quad (8)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} A_i &= [g_x^{(0)}]^2 + [g_y^{(0)}]^2 - [g_z^{(0)} \text{tg}\gamma_i]^2, \\ B_i &= 2[x^{(0)}g_x^{(0)} + y^{(0)}g_y^{(0)} - (z^{(0)} - L_i)g_z^{(0)} \text{tg}^2\gamma_i], \\ C_i &= [x^{(0)}]^2 + [y^{(0)}]^2 - (z^{(0)} - L_i)^2 \text{tg}^2\gamma_i. \end{aligned}$$

Уравнение с дискриминантом D_i , положительность которого является признаком пересечения

луча с диафрагмой, имеет корни $l_i = (-B_i \pm \sqrt{D_i})/2A_i$. С физической точки зрения, они соответствуют распространению света вдоль прямой (6) в двух противоположных направлениях – пропусканию диафрагмой без преломления и отражению. Последнее в данном случае характеризуется положительной длиной луча, и потому из каждой пары корней необходимо выбрать только положительные корни l_i^+ и на них наложить условие, которое исключит физически невозможные малые и бесконечно малые длины, возникающие в местах крепления диафрагм к корпусу бленды (в качестве ограничения целесообразно выбрать длину волны из оптического спектра). В целом выбранное таким образом множество длин включает все возможные длины луча и преобразует координаты (7) в виде $l \rightarrow \{l_i^+\}$. Среди l троек полученных координат необходимо выбрать такие, которые при подстановке в (5) одновременно удовлетворяют условиям

$$L_i - R_{bi} \operatorname{ctg} \gamma_i \leq z_i^{(1)} \leq L_i + R_{hi} \operatorname{ctg} \gamma_i, \quad (9)$$

$$R_{hi} \leq \sqrt{[x_i^{(1)}]^2 + [y_i^{(1)}]^2} \leq R_{bi}. \quad (10)$$

В противном случае в зависимости от знака z -направляющего косинуса лучи однозначно интерпретируются либо как обратно отраженные на входной зрачок (1-я группа лучей), либо как неослабленные (2-я группа). Далее, из принципа Ферма следует, что среди новых выбранных искомая длина луча экстремальна (присвоим ей индекс i) и при подстановке в (7) дает координаты точки P_1 , определяя тем самым орты вектора нормали к отражающей поверхности:

$$\begin{aligned} v_x &= x_i^{(1)} \rho_i^{-1} \operatorname{ctg}^2 \gamma_i \left\{ [x_i^{(1)}]^2 + [y_i^{(1)}]^2 \right\}^{-1}, \\ v_y &= v_x y_i^{(1)} \{x_i^{(1)}\}^{-1}, \quad v_z = \rho_i^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\rho_i = \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma_i}$ – норма вектора. Произведение $\mathbf{v}\mathbf{g}$ при отрицательном значении теряет физический смысл, поскольку, как и ранее, соответствует пропусканию луча диафрагмой без преломления. Тем не менее, с математической точки зрения, некоторая ориентация луча в пространстве действительно порождает его отрицательность, и это связано с изменением ориентации конических поверхностей, имеющих два направления ориентации [3]. Поэтому при вычислении необходимо проводить процедуру замены $\mathbf{v} \rightarrow -\mathbf{v}$ при $\mathbf{v}\mathbf{g} < 0$.

Подставляя (11) в уравнение закона отражения, записанного в матричной форме, получаем направляющие косинусы отраженного светового луча:

$$\begin{pmatrix} g_x^{(1)} \\ g_y^{(1)} \\ g_z^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} g_x^{(0)} \\ g_y^{(0)} \\ g_z^{(0)} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

При построении трасс других лучей снова решается уравнение (8) с новыми направляющими косинусами и повторяются процедуры, заканчивающиеся вычислением (12). Трассирование потока $N_{\text{вх}}$ лучей, определенных $\{P_0\}$ и $\{g_0\}$, на выходном зрачке бленды дает $N_{\text{вых}}$ лучей. Каждый луч после первого отражения в дальнейшем переходит либо в 1-ю группу лучей, либо во 2-ю, либо постепенно ослабляется в “карманах” бленды (3-я группа). Зная историю пребывания лучей в каждой группе, коэффициент ослабления K_3 можно найти следующим образом.

Пусть $S_{\text{вых}}$ – площадь выходного зрачка; аподизация входного зрачка отсутствует вследствие больших расстояний между блендой и источниками стороннего светового потока. При освещенности входного зрачка на каждый трассируемый луч первоначально приходится освещенность $E_{\text{вх}} = E_0 \cos \phi N_{\text{вх}}^{-1}$. По закону сохранения энергии часть потока поглощается, часть рассеивается и часть $r_{\text{отр}} E_{\text{вх}}$ зеркально отражается. Поглощение на E_c никакого влияния не оказывает ввиду непрозрачности диафрагм: оно будет способствовать только возникновению лучистого теплопереноса между диафрагмами БКД и элементами КТА. Рассеяние смоделировать проблематично ввиду полной неопределенности поведения индикатрисы рассеяния и связанных с ней факторов вероятностного характера, но скорее всего при фотометрическом подходе при адекватных изменениях изложенная модель обеспечит высокую точность вычисления коэффициентов взаимной облученности диафрагм и результирующей освещенности выходного зрачка. Таким образом, возможно учитывать только зеркальное отражение.

Введем обозначение: v – порядковый номер луча из множества трассируемых второй группы по нумерации всех изначально трассируемых лучей, т. е. $\{v\} \subset \{w\}$ и содержит $N_{\text{вых}}$ элементов. Очевидно, что после u -го отражения освещенность уменьшается до

$$E^{(u)} = E_{\text{вх}} (r_{\text{отр}})^u. \quad (13)$$

Тогда в силу (13) локальная освещенность выходного зрачка БКД сторонним световым потоком есть линейная суперпозиция

$$E(x, y) = \sum_v \sum_{u=1}^{U_v} E_v^{(u)}(x, y), \quad (14)$$

коэффициент ослабления зависит от интегральной освещенности выходного зрачка БКД $\tau E_c = \iint_{S_{\text{вых}}} E(x, y) dS$ и по определению

$$K_3 = \tau E_6 / E_c(\varphi), \quad (15)$$

а неослабленные лучи идентифицируются по признаку

$$\sum_{u=1}^U g_z^{(u)} l_{u,1}^+ \geq L_6, \quad (16)$$

где U – количество отражений до попадания во вторую группу, L_6 – длина корпуса бленды. Таким образом, (15) описывает коэффициент ослабления, сформулированный с физической точки зрения, а (2) – с математической, поскольку обе формы записи при зеркальном отражении равносильны.

Взаимосвязь коэффициентов ослабления

Наиболее вероятное количество отражений в (1) введено в связи с отсутствием последовательной зависимости между номерами диафрагм и лучей при формировании по группам. Поскольку картина распределения лучей устанавливается мгновенно по сравнению с временем изменения углов засветки, то n есть среднеарифметическое количество зеркальных отражений:

$$n(\varphi) = N_{\text{вх}}^{-1} \sum_w U_w. \quad (17)$$

Предположение о том, что при увеличении угла засветки значения (17) увеличиваются ввиду возрастания оптического пути отдельных световых пучков, сделанное в [1], на основании результатов численных расчетов оказалось частично верным. Об этом свидетельствуют графики на рис. 2, где

$$s(\varphi) = \sum_f \sum_l l_{f,l}^+ \quad (18)$$

– сумма длин лучей третьей группы, f – порядковый номер луча из множества трассируемых третьей группы по нумерации всех изначально трассируе-

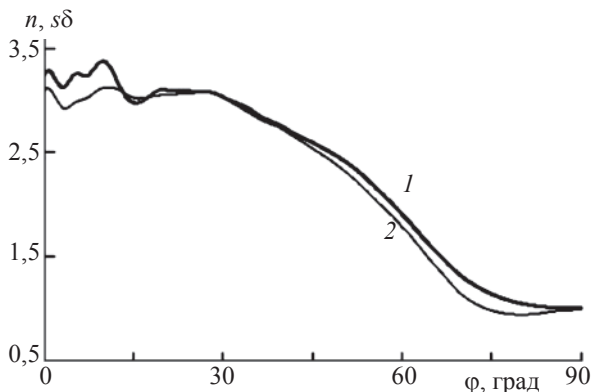


Рис. 2 Функции распределения наиболее вероятного количества отражений 1 и суммарного оптического пути лучей 2.

мых лучей ($\{f\} \subset \{w\}$), $\delta \ll 1$ – коэффициент пропорциональности, при котором $n(\varphi_{\min}) = s(\varphi_{\min})\delta$.

Графики представляют собой усредненные значения (17) и (18), полученные для ряда БКД ЗА и ТА при следующих условиях:

- 1) количество диафрагм – от 5 до 7,
- 2) среднее значение поля зрения ЗА – 20° , ТА – 40° ,
- 3) $U \leq 15$,
- 4) критический угол засветки $\varphi_{\min} = 30^\circ$.

Бленды ТА исследовались при плановой съемке в диапазоне углов засветки $\varphi_t \in [\varphi_{\min}, \varphi']$. Наиболее вероятное количество отражений в данном случае есть среднеинтегральное от (17) и равно $n \approx 2,2$. Ввиду более узкого диапазона углов засветки ТА по сравнению с ЗА максимальное различие значений (17) ЗА и ТА не превышает 3%, значений (18) – 4%. Поэтому поведение функций (17) и (18) на интервале углов φ_t можно считать подобным и считать все рассуждения о БКД ЗА на интервале φ_t равносильными в отношении БКД ТА.

Бленды ЗА исследовались в диапазоне углов засветки $\varphi_3 \in [0^\circ, 90^\circ]$. По графику на рис. 2 видно, что значения n и $s\delta$ лежат в интервале от 1 до 3,4. Поведение функций на участке $\varphi \geq \varphi_{\min}$ подобно, но при увеличении угла засветки относительно критического значения, напротив, уменьшаются, а не увеличиваются. Выявленная “аномалия” в поведении (17), равно как и (18), связана прежде всего с тем, что количество лучей 1-й группы после первого отражения во всех случаях значительно превышает количество лучей в других группах, так как наиболее активно отражает лучи ближайшая к выходному зрачку диафрагма, имеющая $\gamma \approx \varphi_{\min}$ и наибольшую площадь отражающей поверхности. При больших углах засветки наибольшая часть лучей от указанной диафрагмы отражается обратно и приводит к стагнации значений (17) вблизи единицы. В остальных случаях возрастание возникает вследствие участия в процессе отражения других диафрагм, так как увеличивается суммарная площадь “карманов”. Особенно хорошо изменения проявляются в закритической области $\varphi < \varphi_{\min}$, где наблюдается частичная или полная прямая засветка и в процессе отражения участвуют все диафрагмы. Здесь характер поведения функций существенно меняется: количество отражаемых лучей резко уменьшается из-за увеличения количества неослабленных¹, а большая часть оставшихся попадает сначала в “карманы”, а затем в группу обратно отраженных и неослабленных. В этой области лучи попадают во вторую группу в большинстве случаев либо после 2-го, либо после 5-го отражения, а в области допустимых значений угла засветки – не раньше чем после 3-го отраже-

¹ Ими нужно пренебречь, осуществив мнимое виньетирование соответствующего участка входного зрачка.

ния либо не попадают вообще. В связи с последним обстоятельством возникает вопрос об интерпретации результатов расчета коэффициентов ослабления, если ни один луч не попал во вторую группу (при $N_{\text{вых}} = 0$ они теряют смысл). В подобной ситуации предлагается руководствоваться следующим.

Поле изолукс (14) при любых обстоятельствах не может не влиять на качество изображения на снимке, так как в системе присутствует рассеяние. Если рассматривать исключительно зеркальное отражение, то ситуация $N_{\text{вых}} = 0$ означает, что модель многократных отражений не чувствительна к проявляющимся более тонким оптическим эффектам. Вполне вероятно, что ситуация разрешима, если из решения вариационной задачи для функционала Ферма по признаку (16) обнаружится хотя бы один луч, который после какого-то отражения попадет в группу неослабленных (наиболее простой способ решения состоит в исследовании хода 2D-луча в меридиональной плоскости). Если же результат окажется отрицательным, то целесообразно принимать коэффициент ослабления равным максимальному K_p . В этом контексте коэффициенты ослабления БКД в диапазонах φ_1 и φ_3 по результатам расчетов оказались неопределенными и потому не приведены.

Далее, в [1] сделано предположение о том, что выражение (1) устанавливает соответствие между минимальным значением K и $\varphi_{\min}$ в виде

$$\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{\min}} K(\varphi) = K_{\min}. \quad (19)$$

В действительности (19) имеет более глубокий смысл. По сути оно выражает важную закономерность функционирования БКД: чем дальше точка P_1 луча от входного зрачка, тем больше впоследствии он испытывает отражений и имеет больший оптический путь, т. е. при любом $\varphi \geq \varphi_{\min}$

$$n(\varphi)|_{\varphi=\varphi_{\min}} = n_{\max}, \quad s(\varphi)|_{\varphi=\varphi_{\min}} = s_{\max}. \quad (20)$$

Выполнение (20) объясняется увеличением плотности расположения диафрагм от входного к выход-

ному зрачку бленды, вследствие чего увеличиваются площади “карманов” на единицу длины корпуса бленды, а значит, и суммарное количество отражений. Последнее в свою очередь связано с тем, что на ближайшие к выходному зрачку диафрагмы лучи попадают под малым углом с нормалью к отражающей поверхности и ввиду сужения “карманов” к конусу поля зрения БКД перемещаются вглубь них и покидают их не раньше чем после 3-го отражения либо полностью там ослабляются. Связь (1) и (19) с минимальными значениями K_p по модели многократных отражений допускает использование зеркально отражающего покрытия поверхностей бленд ЗА и ТА с коэффициентами отражения соответственно меньше 0,1 ($K_1 = r_{\text{отр}}^{-3} > 10^3$) и меньше 1 ($K_1 = r_{\text{отр}}^{-2,2} > 1$).

Заключение

Бленды с зеркально отражающими коническими диафрагмами обладают высокоэффективной светозащитой, являющейся следствием неопределенности коэффициентов ослабления при учете только зеркальной составляющей. Учет волновых свойств света и рассеяния совместно с рассмотренной моделью обеспечат полное описание светозащитных свойств бленд, а также расширят область применимости модели в отношении бленд с плоскими диафрагмами (частный случай БКД при $\gamma = 90^\circ$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Романов А.Е., Исаева Е.В. Использование бленд с коническими диафрагмами в составе комплекса топографической аппаратуры // Оптический журнал. 2005. Т. 72. № 6. С. 42–46.
2. Куц О.К. Оптический расчет световых и облучательных приборов на ЭВМ. М.: Энергоатомиздат, 1991. 152 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Физматлит, 2002. Т. 2. 727 с.