## ОСТРАЯ ФОКУСИРОВКА ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ В АНИЗОТРОПНЫХ ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

# © 2015 г. С. Н. Хонина<sup>\*,\*\*</sup>, доктор физ.-мат. наук; О. В. Зотеева<sup>\*\*</sup>, аспирант; С. И. Харитонов<sup>\*</sup>, доктор физ.-мат. наук

<sup>\*</sup>Институт систем обработки изображений Российской академии наук, Самара \*\*Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева, Национальный исследовательский университет, Самара

E-mail: khonina@smr.ru

Исследуется острая фокусировка однородно-поляризованных лазерных пучков в одноосном кристалле. Аналитически и численно показано, что при острой фокусировке однородно-поляризованного излучения вдоль оси кристалла происходит формирование двух фокусов, соответствующих обыкновенным и необыкновенным лучам. Внесение вихревой фазы в падающий пучок приводит к формированию нулевого значения интенсивности в центре фокуса обыкновенных лучей и продольной компоненты электрического поля в центре фокуса необыкновенных лучей. Вклад продольной компоненты тем больше, чем острее фокусировка. При круговой поляризации наблюдается большее усиление продольной компоненты, интенсивность которой становится сравнима с интенсивностью поперечных компонент, что приводит к формированию фокуса необыкновенных лучей с плоской вершиной.

Ключевые слова: острая фокусировка, одноосный кристалл, вихревой лазерный пучок, продольная компонента электрического поля.

Коды OCIS: 050.1970, 050.4865, 260.1440

Поступила в редакцию 10.01.2014

#### Введение

Общее математическое описание фокусировки в анизотропной среде было описано в работе [1]. В последующих работах этих авторов фокусировка плоской волны вдоль оси кристалла с помощью цилиндрической линзы [2, 3] исследовалась численно и экспериментально. Основное внимание было уделено смещению положения фокуса.

В работах [4, 5] была рассмотрена острая фокусировка с помощью осесимметричной линзы и показано, что при небольшой анизотропии происходит смещение и уширение фокуса, а при сильной анизотропии фокус разделяется на два пятна вдоль оптической оси. В статье [6] более подробно обсуждался механизм формирования двух фокусов и кольцевого распределения между ними, но в параксиальном приближении.

Фокусировка векторных цилиндрических пучков с радиальной и азимутальной поляризацией рассмотрена в публикациях [7, 8]. В этом случае использование длиннофокусной линзы [7] приводит к формированию кольцевого распределения, а различие в поляризации сказывается только на смещении фокуса. В режиме острой фокусировки [8] смещение фокуса зависит не только от поляризации, но и от числовой апертуры системы, а также степени анизотропии. В публикации [8] рассмотрена фокусировка вихревых пучков с радиальной и азимутальной поляризацией, однако в работе [9] показано, что внесение фазовой сингулярности более эффективно в случае линейной и круговой поляризации.

В данной работе рассматривается острая фокусировка пучков с линейной и круговой поляризацией вдоль и перпендикулярно оси анизотропного кристалла.

Также рассмотрено формирование кольцевого распределения как с помощью тороидального сходящегося волнового фронта, так и при наличии в падающем пучке вихревой фазы. Подробно исследуется острая фокусировка вихревых пучков, приводящая к возникновению продольной компоненты электрического поля в фокусе необыкновенных лучей.

### Анализ фокусировки на основе интеграла Рэлея–Зоммерфельда для анизотропных сред

Рассмотрим анизотропную среду с тензором диэлектрической проницаемости вида

$$\ddot{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0\\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$
 (1)

Тензор (1) можно привести к диагональному <sup>виду</sup> (с 0 0)

$$\vec{\varepsilon}_z = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{bmatrix}$$

поворотом на угол  $\psi$ 

$$\tan 2\psi = \frac{2\varepsilon_{xy}}{(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx})},$$
  

$$\varepsilon_1 = \frac{(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})}{2} - \frac{\varepsilon_{xy}}{\sin 2\psi},$$
 (1a)  

$$\varepsilon_2 = \frac{(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})}{2} - \frac{\varepsilon_{xy}}{\sin 2\psi},$$
  

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{zz}.$$

В работах [10, 11] для анизотропной среды был выписан интегральный оператор распространения на основе разложения по плоским волнам. На основе этого выражения и метода стационарной фазы был получен аналог векторного интеграла Рэлея–Зоммерфельда для анизотропной среды

$$\begin{split} \mathbf{E}(u,v,z) &= \frac{z}{\lambda} \sum_{j=0}^{1} \iint_{\mathbb{R}^{2}} \mathbf{e}_{j} \left( \alpha_{jc}, \beta_{jc} \right) \times \\ &\times \left[ \mathbf{w}_{j}^{\mathrm{T}}(\alpha,\beta) \mathbf{E}_{\perp}(x,y,\mathbf{0}) \right] \frac{\sqrt{d_{j} s_{j} t_{j}}}{R_{j}^{2}} \times \\ &\times \exp \left\{ ik \sqrt{\frac{d_{j}}{s_{j} t_{j}}} R_{j} \right\} dx dy, \end{split}$$

$$(2)$$

где  $\lambda$  – длина волны, j = 0 соответствует обыкновенной, а j = 1 – необыкновенной волнам,  $\mathbf{e}_j(\alpha, \beta)$  – векторные коэффициенты разложения поперечных компонент электрического поля [10, 11],

$$R_{j} = \sqrt{t_{j} (u - x)^{2} + s_{j} (v - y)^{2} + s_{j} t_{j} z^{2}}, \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \alpha_{jc} = \sqrt{\frac{d_j t_j}{s_j} \frac{(u-x)}{R_j}}, \\ \beta_{jc} = \sqrt{\frac{d_j s_j}{t_j} \frac{(v-y)}{R_j}}, \end{cases}$$
(4)

где  $d_j$ ,  $t_j$ ,  $s_j$  – константы, зависящие от тензора (1а).

В частных случаях, когда ось кристалла совпадает с одной из лабораторных осей, выражения (1–3) можно записать в конкретном виде [10–12].

#### Фокусировка вдоль оси кристалла

Как следует из обзора, приведенного во введении, фокусировка вдоль оси кристалла является наиболее интересным случаем, поэтому рассмотрим положение оси кристалла, совпадающее с оптической осью. В этом случае выражения (1–4) примут следующий вид:

$$\ddot{\mathbf{\varepsilon}}_{z} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{0} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{0} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{1} \end{pmatrix},$$
(5)

$$\mathbf{E}(u,\mathbf{v},z) = \frac{1}{\lambda} \iint \begin{cases} \frac{z\sqrt{\varepsilon_0}}{R_0^2} \mathbf{W}_0(\alpha_{c0},\beta_{c0}) \mathbf{E}(x,y,0) \times \\ \times \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_0}R_0\right\} dx dy \end{cases} + \frac{1}{\lambda} \iint \begin{cases} \frac{z\sqrt{\varepsilon_1}}{R_1^2} \mathbf{W}_1(\alpha_{c1},\beta_{c1}) \mathbf{E}(x,y,0) \times \\ \times \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}R_1\right\} dx dy \end{cases}, \tag{6}$$

$$R_0 = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + z^2}, \\ R_1 = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}z^2}, \tag{7}$$

$$\mathbf{W}_{0}(\alpha,\beta) = \frac{1}{\alpha^{2} + \beta^{2}} \begin{pmatrix} \beta^{2} & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & \alpha^{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \mathbf{W}_{1}(\alpha,\beta) = \frac{1}{\alpha^{2} + \beta^{2}} \times \begin{pmatrix} \alpha^{2} & \alpha\beta \\ \alpha\beta & \beta^{2} \\ -\frac{\epsilon_{0}\alpha(\alpha^{2} + \beta^{2})}{\epsilon_{1}\gamma_{1}(\alpha,\beta)} & -\frac{\epsilon_{0}\beta(\alpha^{2} + \beta^{2})}{\epsilon_{1}\gamma_{1}(\alpha,\beta)} \end{pmatrix},$$
(8)  
$$\gamma_{0}(\alpha,\beta) = \sqrt{\epsilon_{0} - \alpha^{2} - \beta^{2}},$$

$$\gamma_1(\alpha,\beta) = \sqrt{\varepsilon_0 - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}},$$
(9)

$$\begin{cases} \alpha_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (u - x)}{R_0}, \\ \beta_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (v - y)}{R_0}, \\ \end{cases} \begin{cases} \alpha_{c1} = \frac{\varepsilon_1 (u - x)}{\sqrt{\varepsilon_0} R_1}, \\ \beta_{c1} = \frac{\varepsilon_1 (v - y)}{\sqrt{\varepsilon_0} R_1}. \end{cases}$$
(10)

"Оптический журнал", 82, 4, 2015

Значения пространственных частот  $\alpha$  и  $\beta$ в стационарной точке (10) позволяют приближенно оценить интеграл (6) без численного интегрирования.

Из выражения (6) следует, что наличие во входящем пучке сходящегося сферического волнового фронта вида

$$\psi(x,y) = \exp \left\{ \begin{array}{l} -i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_0} \times \\ \times \sqrt{\left(u_0 - x\right)^2 + \left(v_0 - y\right)^2 + f^2} \end{array} \right\} \quad (11)$$

приведет к формированию фокуса обыкновенных лучей в точке пространства ( $u = u_0$ ,  $v = v_0$ , z = f). У необыкновенных лучей фокус будет смещен вдоль оптической оси  $f_1 = f\varepsilon_1/\varepsilon_0$  пропорционально отношению диэлектрических проницаемостей.

Рассмотрим этот случай более подробно на примере кристалла рутила ( $\varepsilon_0 = 6,84$ ,  $\varepsilon_1 = 8,43$ ), освещенного круглым равномерным пучком ( $R = 20\lambda$ ) в сходящемся волновом фронте (11). На рис. 1 показано распределение интенсивности вдоль оси распространения для  $f = 100\lambda$  при фокусировке излучения в изотропной ( $\varepsilon = 6,84$ ) и анизотропной средах (кристалл рутила). Как видно из рисунка, в анизотропной среде происходит продольное расщепление одного фокуса на два, соответствующих обыкновенным и необыкновенным лучам. Рассчитанное смещение фокуса необыкновенных лучей ( $f_1 = 126\lambda$ ) оказалось на 2% больше, чем теоретически предсказывалось ( $f_1 = 123\lambda$ ). Положение фокуса обыкновенных лучей также несколько смещено ( $f_0 = 98\lambda$ ).

В табл. 1 приведены поперечные распределения интенсивности в плоскостях, соответствующих двум фокусам и минимуму между ними при различных типах поляризации падающего пучка.

В работе [6] численно и экспериментально было показано, что два сформированных фокуса при линейной поляризации теряют круговую симметрию, вытягиваясь вдоль различных осей. При этом в минимуме между двумя фокусами формируется кольцевое распределение. Однако в этой работе использовалось параксиальное приближение, поэтому не была обнаружена асимметрия кольцевого распределения (см. табл. 1, строка 1).

Нарушения круговой симметрии не будет при использовании круговой поляризации падающего излучения (см. табл. 1, строка 2).



Рис. 1. Распределение нормированной интенсивности *I* вдоль оси распространения *Z* для  $f = 100\lambda$  при фокусировке излучения в изотропной (1) и анизотропной (2) средах.

Таблица 1. Распределение интенсивности	(негатив) при фокусировке равномерного пучка
вдоль оси кристалла, $f=100\lambda$	

Полярирония	Продольная картина	Поперечные картины (8λ×8λ)		
поляризация	(10λ×80λ)	$z = 98\lambda$	$z = 111\lambda$	$z = 126\lambda$
<i>х-</i> линейная	-	$( \bullet )$	0	۲
круговая			0	۲

# Фокусировка перпендикулярно оси кристалла

#### Ось кристалла совпадает с осью Ү

В этом случае выражения (1–4) примут следующий вид:

$$\ddot{\varepsilon}_{y} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{0} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{1} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{0} \end{pmatrix},$$
 (12)

$$\mathbf{E}(u, \mathbf{v}, z) =$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda^{2}} \iint \begin{cases} \frac{z\sqrt{\varepsilon_{0}}}{R_{0}^{2}} \mathbf{W}_{0}(\alpha_{c0}, \beta_{c0}) \times \\ \times \mathbf{E}(x, y, 0) \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_{0}}R_{0}\right\} dx dy \end{cases} +$$

$$+ \frac{2\pi}{\lambda^{2}} \iint \begin{cases} \frac{z\varepsilon_{1}}{\sqrt{\varepsilon_{0}}R_{1}^{2}} \mathbf{W}_{1}(\alpha_{c1}, \beta_{c1}) \times \\ \times \mathbf{E}(x, y, 0) \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_{0}}R_{1}\right\} dx dy \end{cases}, \quad (13)$$

$$R_{0} = \sqrt{(u-x)^{2} + (v-y)^{2} + z^{2}},$$

$$R_{1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{0}}(u-x)^{2} + (v-y)^{2} + \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{0}}z^{2}},$$
(14)

$$\mathbf{W}_{0}(\alpha,\beta) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{0}-\beta^{2}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\frac{\alpha}{\gamma_{0}(\alpha,\beta)} & -\frac{\alpha^{2}\beta}{\gamma_{0}(\alpha,\beta)(\varepsilon_{0}-\beta^{2})} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{W}_{1}(\alpha,\beta) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{0}-\beta^{2}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & -\frac{\beta\gamma_{1}(\alpha,\beta)}{\varepsilon_{0}-\beta^{2}} \end{pmatrix},$$
(15)

$$\gamma_{0}(\alpha,\beta) = \sqrt{\varepsilon_{0} - \alpha^{2} - \beta^{2}},$$
  

$$\gamma_{1}(\alpha,\beta) = \sqrt{\varepsilon_{1} - \alpha^{2} - \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{0}}\beta^{2}},$$
(16)

$$\begin{cases} \alpha_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (u - x)}{R_0}, \\ \beta_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (v - y)}{R_0}, \\ \end{cases} \begin{cases} \alpha_{c1} = \frac{\varepsilon_1 (u - x)}{\sqrt{\varepsilon_0} R_1}, \\ \beta_{c1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (v - y)}{R_1}. \end{cases}$$
(17)

Как видно из выражения (15), при линейной x-поляризации необыкновенные лучи будут отсутствовать и будет наблюдаться только один фокус. Эта ситуация аналогична фокусировке в изотропной среде (см. строку 1 в табл. 2).

Из выражения (13) следует, что при наличии во входящем пучке *у*-компоненты электрического поля появится вклад необыкновенных лучей, но он будет значительным только вне основного фокуса. Сходящийся волновой фронт вида (11) у необыкновенных лучей будет эллиптическим и приведет к астигматическому вытягиванию картины во внефокальной области (см. строку 2 в табл. 2).

**Таблица 2.** Распределение интенсивности (негатив) при фокусировке равномерного пучка перпендикулярно оси кристалла, которая направлена вдоль оси  $Y, f = 100\lambda$ 

Π	Продольная картина	Поперечные картины (10λ×10λ)		
поляризация	(10λ×80λ)	$z = 83\lambda$	$z = 100\lambda$	$z = 124\lambda$
<i>х</i> -линейная				0
круговая	-	•	•	•

### Ось кристалла совпадает с осью Х

В этом случае выражения (1–4) примут следующий вид:

$$\ddot{\varepsilon}_{x} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{0} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{0} \end{pmatrix},$$
 (18)

$$\mathbf{E}(u,v,z) =$$

$$=\frac{2\pi}{\lambda^{2}}\int\int\left\{\frac{z\sqrt{\varepsilon_{0}}}{R_{0}^{2}}\mathbf{W}_{0}(\alpha_{c0},\beta_{c0})\mathbf{E}(x,y,0)\times\right\}+\times\\\times\exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_{0}}R_{0}\right\}dxdy$$
(19)

$$+\frac{2\pi}{\lambda^2} \iint \begin{cases} \frac{z\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}R_1^2} \mathbf{W}_1(\alpha_{c1},\beta_{c1}) \mathbf{E}(x,y,0) \times \\ \times \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_0}R_1\right\} dx dy \end{cases},$$

$$R_{0} = \sqrt{(u-x)^{2} + (v-y)^{2} + z^{2}},$$

$$R_{1} = \sqrt{(u-x)^{2} + \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{0}}(v-y)^{2} + \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{0}}z^{2}},$$
(20)

$$\mathbf{W}_{0}(\alpha,\beta) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\alpha\beta}{\epsilon_{0} - \alpha^{2}} & \mathbf{1} \\ -\frac{\alpha\beta^{2}}{\gamma_{0}(\alpha,\beta)(\epsilon_{0} - \alpha^{2})} & -\frac{\beta}{\gamma_{0}(\alpha,\beta)} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{W}_{1}(\alpha,\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\alpha\beta}{\epsilon_{0} - \alpha^{2}} & 0 \\ -\frac{\alpha\gamma_{1}(\alpha,\beta)}{\epsilon_{0} - \alpha^{2}} & 0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$
$$\gamma_{0}(\alpha,\beta) = \sqrt{\epsilon_{0} - \alpha^{2} - \beta^{2}}, \quad (22)$$
$$\gamma_{1}(\alpha,\beta) = \sqrt{\epsilon_{1} - \frac{\epsilon_{1}\alpha^{2}}{\epsilon_{0}} - \beta^{2}}, \quad (22)$$

$$\begin{cases} \alpha_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (u - x)}{R_0}, \\ \beta_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (v - y)}{R_0}, \end{cases} \begin{cases} \alpha_{c1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} (u - x)}{R_1}, \\ \beta_{c1} = \frac{\varepsilon_1 (v - y)}{\sqrt{\varepsilon_0} R_1}. \end{cases}$$
(23)

Как видно из выражения (21), необыкновенные лучи будут отсутствовать при линейной *у*-поляризации поля падающего пучка. То есть ситуация симметрична предыдущему случаю. В случае же линейной *х*-поляризации поля падающего пучка будут наблюдаться как обыкновенные, так и необыкновенные лучи с астигматическим вытягиванием картины вдоль различных осей (см. строку 1 в табл. 3).

При круговой поляризации, когда во входящем пучке присутствуют обе компоненты электрического поля, обыкновенные лучи будут формировать осесимметричную картину и основной фокус, а необыкновенные лучи обеспечивают энергию во внефокальной области с астигматическим распределением (см. строку 2 в табл. 3).

**Таблица 3.** Распределение интенсивности (негатив) при фокусировке равномерного пучка перпендикулярно оси кристалла, которая направлена вдоль оси  $X, f = 100\lambda$ 

Полятична	Продольная картина	Поперечные картины (10λ×10λ)		
поляризация	(10λ×80λ)	$z = 89\lambda$	$z = 100\lambda$	$z = 106\lambda$
<i>х</i> -линейная	-		+	÷
круговая		•	•	•

#### Фокусировка в кольцо

Приведенные выше исследования показали, что фокусировка вдоль оси кристалла интересна с точки зрения формирования двух разделенных осевых фокусов.

В полярных координатах выражения (6–10) примут следующий вид:

 $\mathbf{E}(\rho,\theta,z) = \left\{ \begin{aligned} & = \frac{2\pi}{\lambda^2} \iint \left\{ \frac{z\sqrt{\varepsilon_0}}{R_0^2} \mathbf{W}_0(\sigma_{c0},\phi_{c0}) \mathbf{E}(r,\phi,0) \times \right\} \\ & \times \exp\left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_0} R_0 \right\} r dr d\phi \end{aligned} \right\} + \\ & + \frac{2\pi}{\lambda^2} \iint \left\{ \frac{z\sqrt{\varepsilon_1}}{R_1^2} \mathbf{W}_1(\sigma_{c1},\phi_{c1}) \mathbf{E}(r,\phi,0) \times \right\} \\ & \times \exp\left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} R_1 \right\} r dr d\phi \end{aligned} \right\},$ (24)  $R_0 = \sqrt{\rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos(\theta - \phi) + z^2}, \\ R_1 = \sqrt{\rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos(\theta - \phi) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} z^2},$ (25)

$$\mathbf{W}_{0}(\sigma, \phi) = \begin{pmatrix} \sin^{2} \phi & -\cos \phi \sin \phi \\ -\cos \phi \sin \phi & \cos^{2} \phi \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{W}_{1}(\sigma, \phi) = \begin{pmatrix} \cos^{2} \phi & \cos \phi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \phi & \sin^{2} \phi \\ -\frac{\epsilon_{0} \sigma \cos \phi}{\epsilon_{1} \gamma_{1}(\sigma)} & -\frac{\epsilon_{0} \sigma \sin \phi}{\epsilon_{1} \gamma_{1}(\sigma)} \end{pmatrix},$$
(26)

$$\gamma_{0}(\sigma) = \sqrt{\varepsilon_{0} - \sigma^{2}}, \qquad (27)$$

$$\gamma_{1}(\sigma) = \sqrt{\varepsilon_{0} - \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}}}\sigma^{2}, \qquad (27)$$

$$\begin{cases} \sigma_{c0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{0}}}{R_{0}}\sqrt{\rho^{2} + r^{2} - 2\rho r \cos(\theta - \phi)} \\ \phi_{c0} = \tan^{-1} \left(\frac{\rho \cos \theta - r \cos \phi}{\rho \sin \theta - r \sin \phi}\right) \\ \end{cases}, \qquad (28)$$

$$\begin{cases} \sigma_{c1} = \frac{\varepsilon_{1}}{\sqrt{\varepsilon_{0}}R_{0}}\sqrt{\rho^{2} + r^{2} - 2\rho r \cos(\theta - \phi)} \\ \phi_{c1} = \tan^{-1} \left(\frac{\rho \cos \theta - r \cos \phi}{\rho \sin \theta - r \sin \phi}\right) \end{cases}.$$

Из выражения (25) следует, что присутствие во входящем пучке сходящегося тороидального волнового фронта вида

$$\Psi(r) = \exp\left\{-i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{\left(r-\rho_0\right)^2 + f^2}\right\}$$
(29)

приведет к формированию приблизительно кольцевого фокуса в плоскости z = f в случае обыкновенных лучей. Фокус необыкновенных лучей будет смещен вдоль оптической оси пропорционально отношению диэлектрических проницаемостей.

Заметим, что даже при осевой симметрии падающего излучения фокусировка в равномерное кольцо невозможна.

В табл. 4 приведены результаты фокусировки равномерного пучка с различной поляризацией при использовании сходящегося волнового фронта (29) с  $f = 100\lambda$  и  $\rho_0 = 10\lambda$ .

**Таблица 4.** Распределение интенсивности (негатив) при фокусировке равномерного пучка вдоль оси кристалла,  $f = 100\lambda$ ,  $\rho_0 = 10\lambda$ 

Полятична	Продольная картина	Поперечные картины (30λ×30λ)		
поляризация	(40λ×150λ)	$z=50\lambda$	$z = 100\lambda$	$z=350\lambda$
<i>х-</i> линейная				
круговая			$\odot$	

#### Острая фокусировка вихревых пучков

В рамках параксиального приближения формирование кольцевого распределения также возможно либо при использовании цилиндрических пучков с радиальной и азимутальной поляризацией [7], либо вихревых пучков с однородной поляризацией [12].

В работе [8] рассмотрена острая фокусировка вихревых пучков с радиальной и азимутальной поляризацией, однако если задачей является генерация на оптической оси продольной компоненты электрического поля, то целесообразно вносить вихревую фазовую сингулярность в однородно поляризованный пучок [9].

На рис. 2 приведено распределение интенсивности вдоль оси распространения для  $f = 20\lambda$ при фокусировке плоского и вихревого излучения в кристалле рутила. В случае фокусировки плоского пучка в кристалле формируются два последовательно расположенных фокуса. Расчетное значение положения необыкновенного фокуса ( $f_1 = 25,6\lambda$ ) оказалось на 4% больше, чем теоретически предсказанное ( $f_1 = 24,6\lambda$ ). При использовании вихревого пучка на оптической оси остается только фокус необыкновенных лучей, так как только у них имеется продольная компонента электрического поля (см. выражение (8)).

В табл. 5 приведены продольные распределения общей интенсивности и продольной компоненты электрического поля в плоскости *x* = 0



Рис. 2. Распределение нормированной интенсивности вдоль оси распространения для  $f = 20\lambda$ при фокусировке плоского (1) и вихревого (2) излучений в кристалле рутила.

Поляризация	Тип пучка	Общая интенсивность	Интенсивность <i>z</i> -компоненты
ллоски <i>х</i> -линейная вихрев	плоский	**	×
	вихревой	××	×
круговая	плоский	XX	×
	вихревой	××	

**Таблица 5.** Продольное распределение интенсивности (негатив) при фокусировке плоского и вихревого пучков в анизотропной среде ( $f = 20\lambda$ , размер картин  $4\lambda \times 20\lambda$ )

Поляризация	Тип пучка	$z = 20\lambda$	$z = 22,4\lambda$	$z=25,6\lambda$
<i>х-</i> линейная	плоский			
	вихревой	•		•
круговая	плоский			•
	вихревой			

**Таблица 6.** Поперечное распределение интенсивности (негатив) при фокусировке плоского и вихревого пучков в анизотропной среде ( $f = 20\lambda$ , размер картин  $2\lambda \times 2\lambda$ )

при различных типах фазы и поляризации падающего пучка. Видно, что влияние поляризации сказывается в меньшей степени на структуру пучков, чем наличие фазовой сингулярности. Острая фокусировка вихревых пучков с однородной поляризацией приводит к формированию во втором фокусе продольной компоненты на оптической оси. При круговой поляризации наблюдается наибольшее усиление продольной компоненты.

В табл. 6 приведено поперечное распределения общей интенсивности электрического поля в плоскостях, соответствующих первому и второму фокусам, а также минимуму интенсивности между ними при различных типах фазы и поляризации падающего пучка. Как видно, при линейной поляризации круговая симметрия нарушена, и картина интенсивности будет вращаться вместе с плоскостью поляризации. При наличии вихревой фазы во втором фокусе в центре возникает ненулевое значение, связанное с формированием продольной компоненты. (a)

(б)



Рис. 3. Продольная структура световых распределений для  $f = 20\lambda$  при фокусировке плоского (а) и вихревого (б) излучений с круговой поляризацией в кристалле рутила (размер картин  $8\lambda \times 20\lambda$ ).

Из-за этого при круговой поляризации второй фокус имеет практически плоскую вершину.

Отметим также, что при существенно острой фокусировке между фокусами не формируется ярко выраженного кольцевого распределения. Более наглядно это показано на рис. 3, где приведена продольная структура формируемых световых распределений.

#### Заключение

В работе получены следующие основные результаты.

При острой фокусировке однородно поляризованного излучения вдоль оси кристалла происходит формирование двух фокусов, соответствующих обыкновенным и необыкновенным лучам. При линейной поляризации падающего излучения круговая симметрия в фокальной области нарушается, а при использовании круговой поляризации структура формируемых распределений остается осесимметричной.

При фокусировке перпендикулярно оси кристалла обыкновенные лучи формируют фокус, а необыкновенные лучи формируют астигматическое распределение во внефокальной области. Если при этом ось кристалла перпендикулярна также и плоскости поляризации падающего пучка, то формируемое распределение будет аналогично распределению в изотропной среде. Кольцевое распределение можно формировать как с помощью тороидального сходящегося волнового фронта, так и при наличии в падающем пучке вихревой фазы.

В режиме острой фокусировки вихревых пучков нулевое значение интенсивности формируется только в центре фокуса обыкновенных лучей, в центре же фокуса необыкновенных лучей появляется продольная компонента электрического поля, вклад которой тем больше, чем острее фокусировка. Также энергия продольной компоненты зависит от типа поляризации – при круговой поляризации наблюдается большее усиление, чем при линейной. В этом случае интенсивность продольной компоненты сравнима с интенсивностью поперечных компонент, что приводит к формированию фокуса с плоской вершиной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты РФФИ 13-07-00266, 13-07-97004p\_поволжье\_а, "Мой первый грант" 14-01-31401 мол\_а) и Министерства образования и науки Российской Федерации.

#### ЛИТЕРАТУРА

 Stamnes J.J. and Jiang D. Focusing of electromagnetic waves into a uniaxial crystal // Opt. Commun. 1998. V. 150. P. 251-262.

\* \* \* \*

- Jiang D. and Stamnes J.J. Numerical and asymptotic results for focusing of two-dimensional waves in uniaxial crystals // Opt. Commun. 1999. V. 163. P. 55-71.
- 3. Jiang D. and Stamnes J.J. Numerical and experimental results for focusing of two-dimensional electromagnetic waves into uniaxial crystals // Opt. Commun. 2000. V. 174. P. 321-334.
- 4. Stallinga S. Axial birefringence in high-numerical-aperture optical systems and the light distribution close to focus // Opt. Soc. Am. A. 2001. V. 18. № 11. P. 2846–2859.
- Stallinga S. Light distribution close to focus in biaxially birefringent media // Opt. Soc. Am. A. 2004. V. 21. № 9. P. 1785–1798.
- Li J., Jiang H., Xiao J., and Gong Q. The mechanism of multi-focusing of lasers into uniaxial crystals // Opt. A: Pure Appl. Opt. 2007. V. 9. P. 664–672.
- 7. *Yonezawa K., Kozawa Y., and Sato S.* Focusing of radially and azimuthally polarized beams through a uniaxial crystal // Opt. Soc. Am. A. 2008. V. 25. № 2. P. 469–472.
- 8. Zhang Z., Pu J., and Wang X. Tight focus ing of radia lly and azimuthally polarized vortex beams through a uniaxial birefringent crystal // Appl. Opt. 2008. V. 47. № 12. P. 1963–1967.
- Khonina S.N. and Golub I. Optimization of focusing of linearly polarized light // Opt. Lett. 2011. V. 36. № 3. P. 352-354.
- 10. Хонина С.Н., Харитонов С.И. Аналог интеграла Рэлея-Зоммерфельда для анизотропной и гиротропной среды // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36. № 2. С. 172–182.
- 11. Khonina S.N., Kharitonov S.I. An analog of the Rayleigh–Sommerfeld integral for anisotropic and gyrotropic media // Modern Optics. 2013. V. 60. № 10. P. 814–822
- 12. Хонина С.Н., Волотовский С.Г., Харитонов С.И. Периодическое изменение интенсивности модовых лазерных пучков при распространении в анизотропных одноосных кристаллах // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т. 14. № 4. С. 18–27.