

## КОРРЕКТИРОВКА ВЛИЯНИЯ “РАЗМЕРНОГО ЭФФЕКТА” НА ОЦЕНКИ ЛУЧЕВОЙ ПРОЧНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ЛАЗЕРНОГО СТЕКЛА

© 2009 г. Д. И. Дмитриев; И. В. Иванова, канд. физ.-мат. наук; В. Н. Пасункин;  
В. С. Сиразетдинов, доктор физ.-мат. наук; А. В. Чарухчев, канд. техн. наук

Научно-исследовательский институт комплексных испытаний оптико-электронных приборов и систем, г. Сосновый Бор, Ленинградская обл.

E-mail: contact@niiki.ru

Представлены результаты статистического анализа испытаний неодимового стекла КГСС-0180 на лучевую прочность поверхности. Предложена методика определения ограничений на допустимый уровень плотности энергии излучения в активных элементах лазерных систем на основе расчета статистики первого порядка вариационного ряда данных по порогам разрушения стекла. Применение данной методики позволяет разрешить проблему неопределенности в выборе допустимой плотности энергии излучения, обусловленную существованием “размерного эффекта”, т. е. зависимостью значения измеренного порога разрушения от диаметра пятна облучения.

**Ключевые слова:** лучевая прочность, порог разрушения, диаметр пятна облучения.

Коды OCIS: 140.3330, 140.3380, 120.4530

Поступила в редакцию 05.03.2009

### Введение

Лучевая прочность поверхности активных элементов является одним из главных факторов, ограничивающих энергию излучения мощных лазеров на стекле. Традиционно результаты испытаний образцов стекла характеризуют средним значением порога разрушения поверхности и его дисперсией. Однако для оценки допустимой плотности энергии в оптическом тракте мощных лазеров знания только этих значений не достаточно. На практике нужно знать минимальное ожидаемое значение порога разрушения и вероятность его реализации.

В работе [1] для объяснения расхождения результатов испытаний лучевой прочности одинаковых оптических покрытий, измеренных в разных лабораториях, был использован расчет статистики первого порядка вариационного ряда данных по порогу разрушения лазерным излучением покрытий элементов при различной длине выборки.

Подобный подход, а именно расчет статистики первого порядка вариационного ряда (или, что то же самое, расчет статистических характеристик крайнего члена упорядоченного вариационного ряда) значений порога разрушения на основе экспериментально полученного распределения

плотности вероятности, применен в настоящей работе для получения обоснованной оценки допустимой плотности энергии в активных элементах мощных лазеров на стекле. На примере испытаний образцов фосфатного Nd-стекла КГСС-0180 показано, что такой метод определения лучевой прочности поверхности стекла позволяет скорректировать влияние на результаты оценки так называемого “размерного эффекта” [2].

### Результаты статистической обработки данных по пороговой плотности энергии разрушения поверхности стекла КГСС-0180

Измерение порога разрушения поверхности стекла КГСС-0180 производилось с помощью подробно описанного в работе [3] “экспресс-метода”. Сущность метода заключается в определении плотности энергии в пятне облучения, соответствующей границе зоны разрушения.

Измерения лучевой прочности проводились для менее стойкой [4], задней по ходу пучка поверхности стекла при диаметре пятна облучения 2,4 мм по первому дифракционному минимуму распределения в фокальной плоскости длиннофокусной линзы при длительности импульса излучения по полувысоте  $4,5 \pm 0,5$  нс. Для каждого

образца стекла было получено не менее 10 значений плотности энергии излучения, отвечающего порогу разрушения поверхности. Лучевая прочность испытанного образца характеризовалась средним арифметическим значением порога и его дисперсией.

В процессе испытаний серии оптически однотипно обработанных образцов была получена выборка размером более 800 значений пороговой плотности энергии разрушения поверхности стекла. Такой представительный массив данных позволил получить эмпирические функции распределения плотности вероятности и распределения вероятности разрушения поверхности стекла, отвечающие указанным выше условиям испытаний. Эмпирические зависимости и аппроксимирующие их функции  $f(\varepsilon)$  и  $F(\varepsilon)$  приведены на рис. 1. Результаты единичных измерений порога разрушения имели разброс значений плотности энергии излучения от минимального  $\varepsilon = 16$  до максимального  $\approx 50$  Дж/см<sup>2</sup>, а среднее по ансамблю данных значение пороговой плотности энергии составило  $30 \pm 6$  Дж/см<sup>2</sup>. Видно, что экспериментально полученное распределение по виду близко к нормальному, но имеет некоторую асимметрию, в связи с чем наиболее вероятное значение порога разрушения отличается от среднего и составляет примерно 27 Дж/см<sup>2</sup>. Такого вида распределение может быть аппроксимировано известным теоретическим распределением Грамма–Шарлье [5].

Лучевую прочность элемента, как отмечалось, часто характеризуют средним значением плотности энергии излучения, отвечающей порогу разрушения поверхности, полученным из ансамбля экспериментальных данных. Однако понятно, что на практике жизнестойкость оптического элемента определяется не средним или наиболее вероятным значением порога разрушения, а тем наименьшим значением порога в полученном ансамбле данных, который отвечает наименее стойкому участку поверхности. Поэтому и допустимая плотность энергии в тракте лазера должна задаваться исходя из условия низкой вероятности разрушения поверхности на таких “слабых” местах. В связи с этим возникает вопрос, как оценить значение соответствующего такому “слабому” участку минимального порога разрушения и рассчитать вероятность наступления при данном значении самого события разрушения. Ответ на него можно получить путем несложной процедуры обработки данных, если известна функция распределения плотности вероятности порога разрушения.

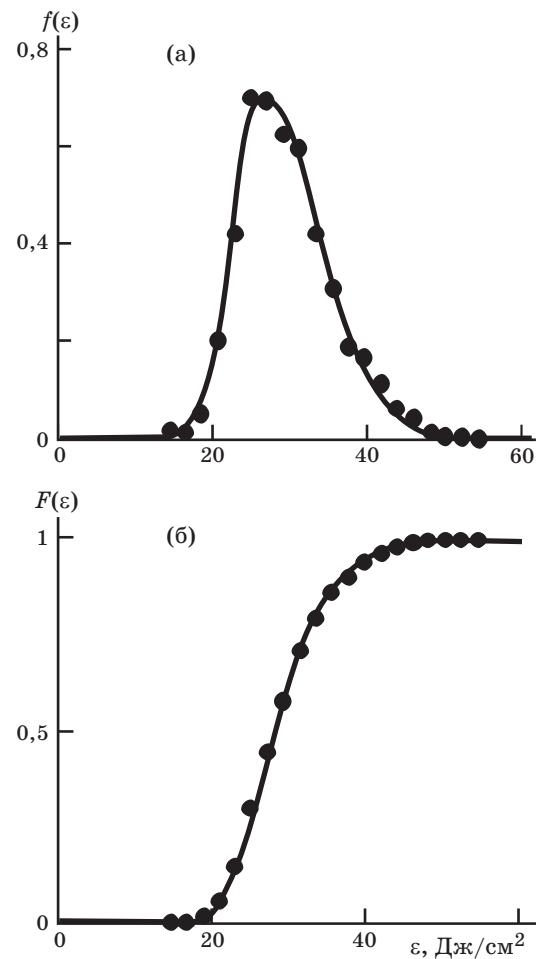


Рис. 1. Распределения плотности вероятности  $f(\varepsilon)$  (а) и функции распределения вероятности  $F(\varepsilon)$  (б) пороговой плотности энергии разрушения поверхности стекла КГСС-0180 при облучении пятном диаметром 2,4 мм. Точки – данные эксперимента, кривые – результат аппроксимации распределением Грамма–Шарлье.

Если в эксперименте получена последовательность значений некоторой исследуемой случайной величины, то, расположив элементы этого ряда в порядке возрастания значения случайной величины, можно сформировать так называемый упорядоченный вариационный ряд [6]. В нашем случае в качестве случайной величины выступает плотность порога разрушения поверхности стекла, а предметом анализа является крайний, а точнее, минимальный по значению член вариационного ряда данных, называемый в литературе [6] порядковой статистикой наименьшего значения случайной величины или статистикой первого порядка. Зная распределение плотности вероятности для случайных значений порога разрушения  $f(\varepsilon)$ , можно получить и для этого крайнего члена ряда распределение плотности вероятности. Эта функция распределения имеет вид [6]

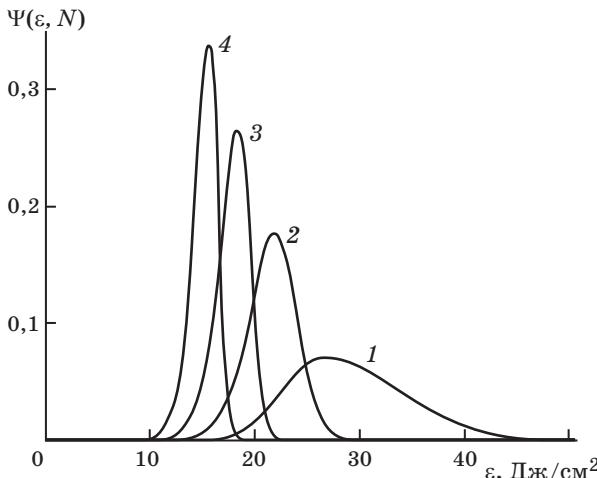


Рис. 2. Распределения плотности вероятности для статистики первого порядка вариационного ряда значений пороговой плотности энергии разрушения поверхности стекла при различной длине выборки. 1 – распределение плотности вероятности  $f(\varepsilon)$ , 2 –  $N = 10$ , 3 –  $N = 100$ , 4 –  $N = 1000$ .

$$\Psi(\varepsilon, N) = N[1 - F(\varepsilon)]^{N-1} f(\varepsilon). \quad (1)$$

Здесь  $F(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon$  – функция распределения вероятности для значений порога разрушения,  $N$  – длина выборки, т. е. число членов вариационного ряда.

Вид функции  $f(\varepsilon)$  получаем, аппроксимируя аналитически экспериментальные данные, как показано на рис. 1.

На рис. 2 приведены результаты расчета плотности вероятности (1) для статистики первого порядка значений порога разрушения поверхности стекла при различной длине вариационного ряда.

Важно отметить, что вид функции распределения плотности вероятности и другие статистические характеристики крайнего члена вариационного ряда при небольших значениях  $N$  демонстрируют довольно сильную зависимость от длины выборки, в то время как при больших значениях  $N$  ( $> 100$ ) такая зависимость ослабевает. Из рис. 2 видно, что при длине выборки  $N = 10$  наиболее вероятное минимальное значение энергетического порога составляет  $\varepsilon_{\min} \approx 22$  Дж/см<sup>2</sup>, при  $N = 10^2$  –  $\varepsilon_{\min} \approx 18$  Дж/см<sup>2</sup>, при  $N = 10^3$  –  $\varepsilon_{\min} \approx 16$  Дж/см<sup>2</sup>,  $N = 10^4$  –  $\varepsilon_{\min} \approx 13$  Дж/см<sup>2</sup>.

Видно, что при большом числе облученных участков и, следовательно, большой облученной площади поверхности стекла следует ожи-

дать ее разрушений при плотностях энергии, существенно меньших среднего значения. В то же время понятно, что если для некоторого заданного значения плотности энергии число  $N$  оказывается очень велико, то и вероятность разрушения поверхности при такой нагрузке будет очень мала. Этим и нужно руководствоваться при определении допустимого уровня плотности энергии излучения в активных элементах лазера. Так, например, при условии  $N > 10^3$  оценка предельно допустимого уровня дает значение  $\varepsilon_{\text{доп}} < 16$  Дж/см<sup>2</sup>.

### Корректировка “размерного эффекта” при оценке допустимой плотности энергии излучения

Описанный выше метод обработки данных, основанный на оценке характеристик статистики первого порядка вариационного ряда случайных значений порога разрушения, был применен для анализа результатов, полученных при облучении одних и тех же образцов пятнами разных диаметров. При этом оказалось, что такой метод позволяет решить проблему, обусловленную существованием “размерного эффекта”, т. е. хорошо известной зависимости измеренного порога разрушения от диаметра пятна облучения [7].

В эксперименте были измерены значения порога разрушения для ряда одинаковых образцов стекла КГСС-0180 при различных размерах пятна облучения: 0,8, 1,2, 1,4, 2,4 и 3 мм. Полученные средние значения пороговой плотности энергии представлены на рис. 3. Видно, что уменьшение диаметра пятна облучения от 3 мм до 0,8 мм

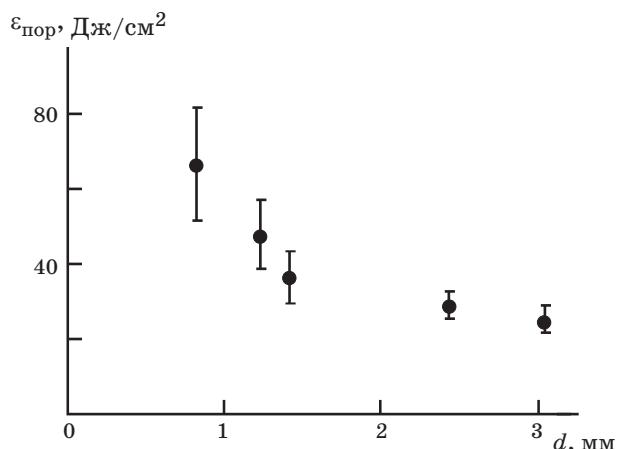


Рис. 3. Зависимость среднего значения пороговой плотности энергии разрушения поверхности стекла от размера пятна облучения.

приводит более чем к двукратному увеличению порога разрушения, определяемого по среднему значению. Этот результат, также как и ослабление "размерной" зависимости с ростом размера пятна, наблюдаемое на рис. 3, общеизвестен [2, 7] и из него следует, что для оценок допустимых значений плотности энергии нужно использовать большие размеры пятен облучения.

Проведем теперь измерения порога разрушения и соответствующие оценки допустимой плотности энергии излучения для разных размеров пятна методом, рассмотренным в настоящей работе. Для этого был выполнен еще один цикл испытаний, имеющий целью получить функцию распределения вероятности порога разрушения для минимального в экспериментах размерах пятна  $d = 0,8$  мм в дополнение к уже имеющейся функции для диаметра пятна облучения  $d = 2,4$  мм. Эти зависимости показаны на рис. 4. Можно заметить, что распределение, полученное для малого диаметра пятна облучения, имеет большую ширину, свидетельствующую о сильном разбросе регистрируемых случайных значений порога, и при этом частично перекрывается с распределением, полученным для  $d = 2,4$  мм.

Теперь, имея в распоряжении оба эти распределения, проведем сравнение получаемых оценок минимального значения порога разрушения. Для этого путем расчета соответствующих функций распределения вида (1), отвечающих заданному значению  $N$ , находим наиболее вероятное значение статистики первого порядка вариационного ряда данных по порогам разрушения.

Результаты такого расчета приведены на рис. 5 в виде зависимостей минимального значения порога от длины выборки  $N$ , полученных для большого и малого диаметров пятна. Сравнивая эти зависимости, легко увидеть важный результат: при увеличении длины вариационного ряда кривые асимптотически сближаются. Так, для экспериментально реализованных условий испытаний уже при  $N \geq 10^3$  относительная разница наиболее вероятных значений минимального порога не превосходит 10% и находится в пределах дисперсионного разброса значений искомой величины. Дисперсия значений статистики первого порядка вычислялась в соответствии с соотношением, приведенным в работе [1]

$$\sigma^2(x_{(1)}) = N \int \xi^2 [1 - F(\xi)]^{N-1} f(\xi) d\xi - M(x_{(1)})^2, \quad (2)$$

где  $M(x_{(1)}) = N \int \xi [1 - F(\xi)]^{N-1} f(\xi) d\xi$  – математическое ожидание статистики первого порядка  $x_{(1)}$ ,

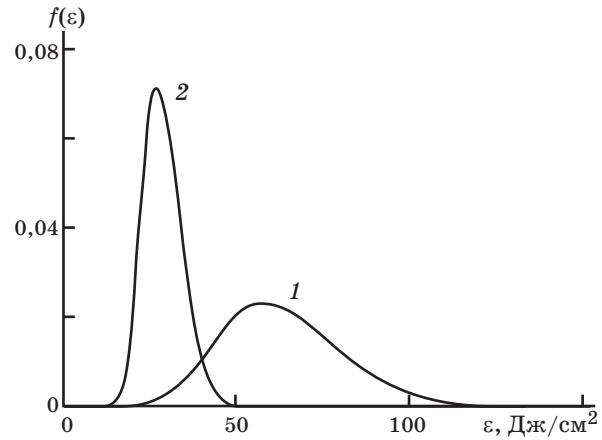


Рис. 4. Распределения плотности вероятностей порога разрушения поверхности стекла КГСС-0180 при различном диаметре пятна облучения. 1 – диаметр пятна облучения  $d = 0,8$  мм, 2 – диаметр пятна облучения  $d = 2,4$  мм.

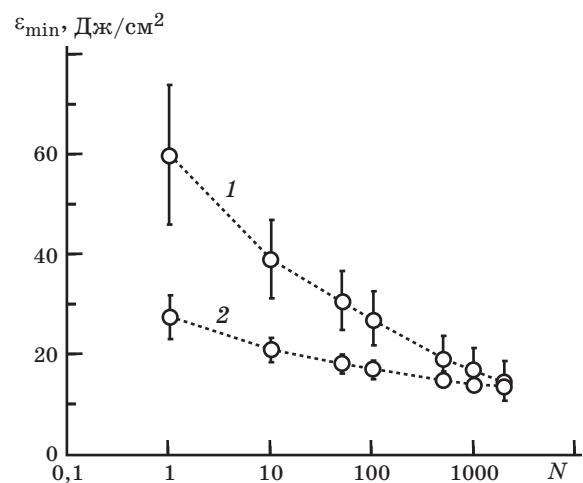


Рис. 5. Зависимость наиболее вероятного значения статистики первого порядка вариационного ряда  $\varepsilon_{\min}$  от длины выборки. 1 – для диаметра пятна облучения  $d = 0,8$  мм, 2 – для диаметра пятна облучения  $d = 2,4$  мм. Дисперсионный разброс значений  $\varepsilon_{\min}$  определен из соотношения (2).

т. е. значения минимального порога разрушения в нашем случае.

По результатам сравнения данных зависимостей можно сделать вывод, что при задании достаточно большой длины выборки  $N$  результаты оценки наиболее вероятного значения минимального порога разрушения практически не зависят от того, какой размер имеет пятно облучения. Отсюда следует, что используя рассмотренную

процедуру обработки экспериментальных данных по порогам разрушений можно существенно снизить влияние “размерного эффекта” на оценку допустимых значений плотности энергии излучения.

Таким образом, можно предложить следующую методику определения минимального значения порога разрушения и соответствующего ему допустимого уровня плотности энергии в активных элементах лазера на стекле, если измерения проводятся с помощью пятна малого диаметра:

- проводится серия измерений порога разрушения поверхности стекла при количестве однократных облучений образца, достаточном для получения эмпирического распределения плотности вероятности порогов разрушения;

- на основе эмпирических зависимостей строятся аппроксимирующие аналитические распределения плотности вероятности и функции распределения вероятности для значений пороговой плотности энергии разрушения;

- задаваясь достаточно большим значением длины выборки, например  $N \geq 10^3$  для  $d \approx 1$  мм, по полученным на предыдущем этапе распределениям рассчитывают наиболее вероятное значение статистики первого порядка вариационного ряда данных по порогам разрушения поверхности стекла, т. е. наиболее вероятное минимальное значение пороговой плотности энергии излучения;

- исходя из значений найденного наиболее вероятного минимального значения пороговой плотности энергии излучения оценивают допустимый уровень нагрузки активных элементов лазера.

Практическое применение такой методики наиболее целесообразно в условиях, когда по техническим причинам не удается использовать для облучения образцов лазерные пучки большого диаметра.

## Заключение

В процессе производственного контроля пороговой плотности разрушения поверхности образцов неодимового стекла КГСС-0180 были определены распределения плотности вероятности и функции вероятности для порога разрушения поверхности стекла при различных диаметрах пятна облучения. С использованием полученных распределений выполнен статистический анализ

результатов, который показал, что более обоснованные оценки допустимого уровня плотности энергии излучения следует производить путем расчета характеристик порядковой статистики наименьшего члена вариационного ряда значений порога разрушения, т. е статистики первого порядка измеряемой случайной величины.

Показано, что рассмотренный в работе метод обработки экспериментальных данных позволяет также разрешить проблему неопределенности в выборе допустимой плотности энергии излучения, обусловленную существованием “размерного эффекта”, т. е. зависимостью значения измеренного порога разрушения от диаметра пятна облучения. Предложена методика оценки допустимого уровня плотности энергии на поверхности стеклянных оптических элементов мощных лазеров по результатам испытаний, выполненных при облучении образцов пятнами малого диаметра.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Arenberg J.W. Accuracy and repeatability of laser damage threshold measurements made via order statistics // Proc. SPIE. 2003. V. 4932. P. 218–223.
2. Маненков А.А., Прохоров А.М. Лазерное разрушение прозрачных твердых тел // УФН. 1986. Т. 148. № 1. С. 179–211.
3. Sirazetdinov V.S., Alekseev V.N., Dmitriev D.I., Charukhchev A.V., Chernov V.N., Kotilev V.N., Liber V.I., Rukavishnikov N.N. Express method of estimating laser-induced surface damage threshold for optical components // Laser and Particle Beams. 2002. V. 20. P. 133–137.
4. Арбузов В.И., Волынкин В.М., Лунтер С.Г., Никитина С.И., Петровский Г.Т., Пономарев В.Я., Семенов А.Д., Сиразетдинов В.С., Федоров Ю.К., Чарухчев А.В., Шашкин В.С., Шашкин А.В. Крупногабаритные дисковые активные элементы из неодимового фосфатного стекла для мощных энергетических лазеров // Оптический журнал. 2003. Т. 70. № 5. С. 68–78.
5. Компьютеры в оптических исследованиях / Под ред. Б. Фридена М.: Мир, 1983. 485 с.
6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее приложения. М.: Наука, 1988. 480 с.
7. Sirazetdinov V.S., Dmitriev D.I., Ivanova I.V., Palsunkin V.N., Charukhchev A.V. Measurements of Laser-Induced Damage Thresholds for KGSS 0180 Neodymium Glass Surface // Proc. SPIE. 2006. V. 6594. P. 218–226.