

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ ОКЕАНОЛОГИЧЕСКИХ ЛИДАРОВ

© 2008 г. Ю. И. Копилевич, канд. физ.-мат. наук; А. Г. Сурков

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: yura47@mail.wplus.net

Корабельные и авиационные системы дистанционного лазерного зондирования океана (океанологические лидары) используются сегодня как для батиметрии прибрежных акваторий, так и для восстановления характеристик морской среды и дна по данным лидарных измерений. Новые применения лидаров потребовали повышения точности и достоверности математических моделей лидарных сигналов. Предложенная в настоящей статье модель сигнала обратного рассеяния зондирующего лазерного импульса от толщи морской воды основывается на теории, развитой Л.С. Долиным, И.М. Левиным и др. В отличие от известных результатов, полученное лидарное уравнение учитывает возможное отклонение оптической оси лидара от вертикали и применимо для случая лидарного приемника с узким полем зрения.

Коды OCIS: 010.3640.

Поступила в редакцию 04.10.2007.

Введение

Задача математического моделирования сигналов океанологических лидаров возникла одновременно с появлением таких систем в 60-х годах прошлого века [1]. В соответствии с основным – батиметрическим назначением океанологических лидаров, создаваемые математические модели использовались для оценки максимальной измеряемой глубины для конкретной лидарной системы при заданных оптических характеристиках морской воды и для оптимизации параметров лидаров [2, 3]. Новые задачи лидарного зондирования океана, включающие проблему восстановления оптических характеристик среды по лидарному отклику [4–6], существенно повысили требования к точности математических моделей.

Первая простейшая математическая модель, описывающая мощность $S(t)$ сигнала обратного упругого рассеяния от толщи воды при зондировании в надир авиационным лидаром, имеет вид [7, 8]

$$S(t) = \frac{WT^2 \sum_0 \beta_\pi v / 2N}{[H_0 N + vt / 2N]^2} \exp \left[-K_{\text{sys}} \frac{vt}{2N} \right], \quad t > 0. \quad (1)$$

Здесь t – время, причем $t = 0$ соответствует моменту регистрации сигнала отражения от поверхности, W – энергия зондирующего лазерного импульса с учетом ослабления на атмосферной трассе и пропускания приемной системы, T – френелевское пропускание границы раздела вода–воздух, $\sum_0$ – площадь зрачка лидарного приемника, β_π – показатель

обратного рассеяния морской воды, v – скорость света в вакууме, N – показатель преломления морской воды, H_0 – высота лидарного носителя над уровнем моря, K_{sys} – так называемый системный показатель ослабления.

Модель (1) с $K_{\text{sys}} = c$, где c – показатель ослабления излучения в водной среде (здесь и далее для первичных гидрооптических характеристик используются международные обозначения), справедлива в приближении однократного рассеяния назад только для “точечных” излучателя и приемника с бесконечно узкими диаграммами направленности. Попытка обобщения модели на реальную ситуацию за счет объявления системного показателя ослабления K_{sys} “вторичной гидрооптической характеристикой” [7, 8] оказалась малоэффективной ввиду обнаруженной зависимости K_{sys} от глубины даже в однородной морской воде [7].

Принципиальный прогресс в разработке математического моделирования лидарных сигналов связан с работами Л.С. Долина и др. [9, 10], в которых была предложена модель “многократного рассеяния вперед – однократного рассеяния назад”, основывающаяся на аналитическом решении уравнения переноса излучения (УПИ) в морской воде в приближении малоуглового рассеяния. Эта модель была далее доведена до уровня справочных формул для инженерных расчетов [11].

Целью настоящей работы является последовательный вывод математической модели сигнала надводного (авиационного или корабельного) океанологического лидара, основывающейся на теории

Л.С. Долина. Сформулированная модель является обобщением результатов [11] за счет снятия существенного ограничения на поле зрения приемной системы лидара, что позволяет описывать важный случай узкопольной системы [12, 13]; кроме того, учитывается отклонение оптической оси лидара от вертикали (наклонное зондирование), типичное для авиационных систем.

Лидарное уравнение

Схема лидарного зондирования для авиационных систем всегда может считаться моностатической, в которой оптические оси излучателя и приемника совпадают. Кроме того, практически всегда используется сканирование, так что ось лидара отклоняется от вертикали на (постоянный или изменяющийся от импульса к импульсу) угол заклона θ_a , обычно не превышающий 20° . Небольшие значения угла заклона в сочетании с малой расходимостью зондирующего лазерного пучка и узким полем зрения лидарного приемника (в типичных случаях плоский угол поля зрения составляет не больше 40 мрад) позволяют перейти к эквивалентной задаче для лидара в среде с однородным показателем преломления N , совпадающим с показателем преломления морской воды. Геометрия эквивалентной задачи ясна из рис. 1: истинная высота лидара над поверхностью воды H_0 заменяется на

$$H = H_0 N (\cos \theta_w / \cos \theta_a)^3, \quad (2)$$

где угол заклона оси лидара в воде θ_w связан с θ_a законом Снеллиуса $\sin \theta_a = N \sin \theta_w$, а угол расходимости зондирующего импульса div_0 и плоский угол

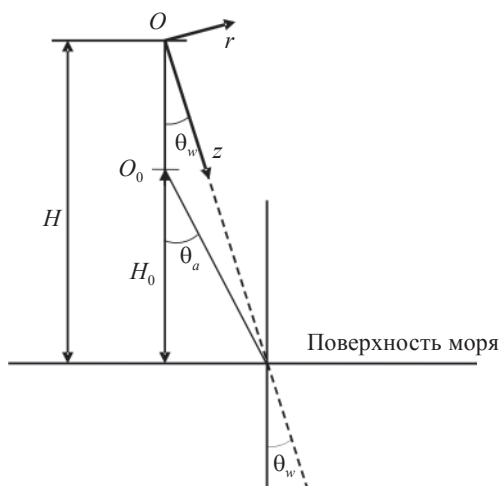


Рис. 1. Геометрия эквивалентной задачи для надводного лидара. Точка O_0 – истинное положение лидара, точка O – положение “эквивалентного” лидара в среде с однородным показателем преломления N .

поля зрения приемника FOV_0 заменяются соответственно, на “приведенные к воде” значения

$$\begin{aligned} \text{div} &= \text{div}_0 \cos \theta_a / N \cos \theta_w, \\ \text{FOV} &= \text{FOV}_0 \cos \theta_a / N \cos \theta_w. \end{aligned} \quad (3)$$

Радиусы ρ и R исходного лазерного пучка и зрачка приемника в эквивалентной задаче связаны с истинными значениями этих величин ρ_0 , R_0 соотношениями

$$\rho = \rho_0 \cos \theta_w / \cos \theta_a, \quad R = R_0 \cos \theta_w / \cos \theta_a. \quad (4)$$

Введем декартовы координаты $\{x, y, z\}$ так, чтобы ось Oz совпадала с осью лидара в эквивалентной задаче; $\mathbf{r} = \{x, y\}$ является координатным вектором в перпендикулярной к Oz плоскости (рис. 1).

Рассмотрим сначала случай бесконечно короткого зондирующего импульса, для которого исходное распределение яркости (эквивалентного) зондирующего пучка на плоскости $z = 0$ имеет вид

$$I_E(t, z = 0, \mathbf{r}, \mathbf{n}) = W_0 \delta(t) I_E(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}), \quad n_z \geq 0, \quad (5)$$

где $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ – единичный вектор направления, W_0 – энергия излучаемого импульса,

$$\int d\Omega(\mathbf{n}) \int d^2 \mathbf{r} I_E(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}) = 1, \quad (6)$$

$d\Omega(\mathbf{n})$ – дифференциал телесного угла в направлении $\mathbf{n}$.

Обозначим через $I'_R(0, \mathbf{r}, \mathbf{n})$, $n_z < 0$ нормированную характеристическую функцию (эквивалентного) лидарного приемника. Тогда мгновенная мощность принимаемого сигнала выражается через распределение яркости восходящего излучения в плоскости зрачка приемника $I_L(t, z = 0, \mathbf{r}, \mathbf{n})$, $n_z < 0$, формулой

$$S(t) = \Sigma \int d^2 \mathbf{r} \int_{n_z \leq 0} d\Omega(\mathbf{n}) I'_R(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}) I_L(t, 0, \mathbf{r}, \mathbf{n}), \quad (7)$$

где Σ и Ω – площадь зрачка и телесный угол поля зрения эквивалентного приемника. С учетом (3) и (4) имеем

$$\begin{aligned} \Sigma &= \pi R^2 = \pi R_0^2 \left(\frac{\cos \theta_w}{\cos \theta_a} \right)^2, \\ \Omega &= \pi \left(\frac{\text{FOV}}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{\text{FOV}_0 \cos \theta_a}{2N \cos \theta_w} \right)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Пренебрегая растяжкой зондирующего импульса за счет рассеяния в воде, мощность оптического сигнала $S(t)$ из (7) в приближении однократного рассеяния “назад” можно выразить в виде лидарного уравнения [11]

$$\begin{aligned}
S(t) = & WT^2 \Sigma \Omega \frac{v}{2N} \int_{n_z' \geq 0} d^2 \mathbf{r}'' \int d\Omega(-\mathbf{n}'') I_R'(0, \mathbf{r}'', -\mathbf{n}'') \times \\
& \times \int_{n_z' \geq 0} d^2 \mathbf{r}' \int d\Omega(-\mathbf{n}') G(0, \mathbf{r}'', -\mathbf{n}''; z, \mathbf{r}', -\mathbf{n}') \int_{n_z \geq 0} d\Omega(\mathbf{n}) \beta(z, \mathbf{r}, \mathbf{n} \wedge -\mathbf{n}') I_E(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}), \\
& z = z_w + \frac{tv}{2N}, \quad t > 0.
\end{aligned} \tag{9}$$

Здесь z_w – расстояние до поверхности воды от лидара вдоль его оси в эквивалентной задаче (рис. 1), $W = W_0 \eta \mu^2$ – энергия зондирующего импульса с учетом пропускания системы (η) и атмосферной трассы (μ), $\beta(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{n}_2)$ – объемная функция рассеяния для угла $\mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{n}_2$ между векторами $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$, $I_E(z, \mathbf{r}, \mathbf{n})$ есть решение стационарного уравнения переноса излучения в полупространстве $z > 0$ для источника вида (5) на границе, функция Грина для УПИ $G(z_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{n}_1; z_2, \mathbf{r}_2, \mathbf{n}_2)$ есть яркость в точке $\{z_1, \mathbf{r}_1\}$ в направлении $\mathbf{n}_1$, создаваемая мононаправленным точечным источником $\delta(z-z_2)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)\delta(\mathbf{n}-\mathbf{n}_2)$.

Для упрощения записи далее ограничимся случаем однородной полубесконечной морской среды. Кроме того, будем рассматривать лидарное уравнение (9) для достаточно больших значений времени

t , соответствующих лидарному отклику от глубоких слоев воды, когда эффекты прохождения наклонно падающего волнового фронта пучка через поверхность раздела уже не сказываются. Тогда оптические характеристики морской среды можно считать зависящими только от координаты z , в частности,

$$\begin{aligned}
\beta(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{n}_2) & \equiv \beta(z, \mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{n}_2) = \\
& = \begin{cases} 0, & z \leq z_w, \\ \beta(\mathbf{n}_1 \wedge \mathbf{n}_2), & z > z_w. \end{cases} \tag{10}
\end{aligned}$$

В силу теоремы взаимности для УПИ [11] справедливо равенство

$$G(0, \mathbf{r}'', -\mathbf{n}''; z, \mathbf{r}', -\mathbf{n}') = G(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}'; 0, \mathbf{r}'', \mathbf{n}''),$$

позволяющее написать

$$\begin{aligned}
& \int_{n_z' \geq 0} d^2 \mathbf{r}'' \int d\Omega(-\mathbf{n}'') I_R'(0, \mathbf{r}'', -\mathbf{n}'') G(0, \mathbf{r}'', -\mathbf{n}''; z, \mathbf{r}', -\mathbf{n}') = \\
& = \int_{n_z' \geq 0} d^2 \mathbf{r}'' \int d\Omega(\mathbf{n}'') I_R(0, \mathbf{r}'', \mathbf{n}'') G(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}'; 0, \mathbf{r}'', \mathbf{n}'') = I_R(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}),
\end{aligned} \tag{11}$$

где $I_R(z, \mathbf{r}, \mathbf{n})$ есть решение УПИ с источником $I_R(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}) = I_R'(0, \mathbf{r}, -\mathbf{n})$ в плоскости $z = 0$. Это решение можно рассматривать как яркость, создаваемую “фиктивным” стационарным источником единичной

мощности в плоскости $z = 0$ с пространственными и угловыми параметрами лидарного приемника [11]. Подставляя (11) в (9), приходим к лидарному уравнению вида

$$\begin{aligned}
S(t) = & W \Sigma \Omega T^2 \frac{v}{2N} \int_{n_z \geq 0} d^2 \mathbf{r} \int d\Omega(\mathbf{n}) \int_{n_z' \geq 0} d\Omega(\mathbf{n}') \beta(\mathbf{n} \wedge -\mathbf{n}') I_E(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}) I_R(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}'), \\
& z = z_w + \frac{tv}{2N}, \quad t > 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Как уже было отмечено, типичный лидарный приемник имеет достаточно узкое поле зрения; кроме того, расходимость зондирующего пучка обычно мала (не больше 5–7 мрад). В сочетании с сильной анизотропией рассеяния света морской водой, приводящей к концентрации рассеянного излучения

в узком конусе вокруг направления падающего пучка, это позволяет приближенно заменить объемную функцию рассеяния β в (12) постоянным значением показателя обратного рассеяния $\beta_\pi \equiv \beta(\pi)$. Тогда после интегрирования по направлениям $\mathbf{n}, \mathbf{n}'$ уравнение (12) преобразуется к виду

$$S(t) = W\Sigma\Omega T^2 \frac{\nu}{2N} \beta_\pi \int d^2\mathbf{r} E_E(z, \mathbf{r}) E_R(z, \mathbf{r}), \quad (13)$$

$$z = z_w + \frac{t\nu}{2N}, \quad t > 0,$$

где E_E и E_R суть распределения освещенностей, создаваемых яркостями I_E и I_R ,

$$E_{E,R}(z, \mathbf{r}) = \int_{n_z \geq 0} d\Omega(\mathbf{n}) I_{E,R}(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}). \quad (14)$$

Кроме того, приведенные выше соображения позволяют использовать для $I_{E,R}$ аналитическое решение УПИ в приближении малоуглового рассеяния [9, 11]. Для заданных распределений яркости пучков в плоскости $z = 0$, $I_{E,R}(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}_\perp) \equiv I_{E,R}(0, \mathbf{r}, \mathbf{n})$, $n_z \approx 1$ решения для яркостей $I_{E,R}(z, \mathbf{r}, \mathbf{n})$ в стратифицированной рассеивающей среде, заполняющей полупространство $z > 0$, имеют вид [14]

$$I_{E,R}(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}) = \int d^2\mathbf{k} \int d^2\mathbf{p} \tilde{I}_{E,R}(z, \mathbf{k}, \mathbf{p}) \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} + \mathbf{p}\mathbf{n}_\perp)], \quad (15)$$

$$\mathbf{n}_\perp = \{n_x, n_y\}, \quad n_z = 1,$$

где

$$\tilde{I}_{E,R}(z, \mathbf{k}, \mathbf{p}) = \tilde{I}_{E,R}(0, \mathbf{k}, \mathbf{p} + z\mathbf{k}) \exp\left[\int_0^z \Phi(z - \xi, |\mathbf{p} + \mathbf{k}\xi|) d\xi\right], \quad (16)$$

$$\Phi(z, p) = -c(z) + b_f(z) \frac{Q(z, p)}{Q(z, 0)}, \quad (17)$$

$$Q(z, p) = \int_0^\infty \beta(z, \vartheta) J_0(p\vartheta) \vartheta d\vartheta,$$

$c(z)$ и $b_f(z)$ суть показатель ослабления излучения и показатель рассеяния вперед, J_0 – функция Бесселя нулевого порядка,

$$\tilde{I}_{E,R}(0, \mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^2\mathbf{r} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \int d^2\mathbf{n}_\perp \exp(i\mathbf{p}\mathbf{n}_\perp) I_{E,R}(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}_\perp). \quad (18)$$

Распределения освещенностей (14) могут быть записаны, учитывая (15), в виде

$$E_{E,R}(z, \mathbf{r}) = (2\pi)^2 \int d^2\mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \tilde{I}_{E,R}(z, \mathbf{k}, 0).$$

Применяя равенство Парсеваля [15], имеем

$$\int d^2\mathbf{r} E_E(z, \mathbf{r}) E_R(z, \mathbf{r}) = (2\pi)^6 \int d^2\mathbf{k} \tilde{I}_E(z, \mathbf{k}, 0) \tilde{I}_R^*(z, \mathbf{k}, 0),$$

где звездочкой обозначена операция комплексного сопряжения, и лидарное уравнение (13) принимает вид

$$S(t) = (2\pi)^6 W\Sigma\Omega T^2 \frac{\nu}{2N} \beta_\pi \int d^2\mathbf{k} \tilde{I}_E(z, \mathbf{k}, 0) \tilde{I}_R^*(z, \mathbf{k}, 0), \quad (19)$$

$$z = z_w + \frac{t\nu}{2N}, \quad t > 0.$$

Следуя [9], аппроксимируем объемную функцию рассеяния $\beta(\theta)$ в (17) для малых углов рассеяния θ модельной зависимостью

$$\beta(\theta) \sim m/\theta \exp(-m\theta) \quad (20)$$

с единственным параметром m , связанным со средним косинусом угла рассеяния соотношением $m = [0,142 - 0,132 \overline{\cos\theta}]^{-1/2}$. Подстановка выражения (20) в (17) дает

$$Q(p) = Q(0) \frac{m}{\sqrt{m^2 + p^2}},$$

и из (16), (17) получаем

$$\tilde{I}_{E,R}(z, \mathbf{k}, 0) = \tilde{I}_{E,R}(0, \mathbf{k}, \mathbf{k}z) Z(z), \quad z > z_w, \quad (21)$$

где

$$Z(z, k) = e^{-ch} \exp\left\{b_f m \int_0^h \frac{1}{\sqrt{m^2 + k^2 \xi^2}} d\xi\right\} = e^{-ch} \left[\frac{kh}{m} + \sqrt{1 + \left(\frac{kh}{m}\right)^2}\right]^{b_f m/k}, \quad (22)$$

$h \equiv z - z_w$ есть наклонная глубина рассеивающего слоя воды, отсчитываемая вдоль оси зондирующего пучка. Теперь лидарное уравнение (19) можно переписать так:

$$S(t) = (2\pi)^6 W\Sigma\Omega T^2 \frac{\nu}{2N} \beta_\pi \exp(-2ch) \int d^2\mathbf{k} \left[\frac{kh}{m} + \sqrt{1 + \left(\frac{kh}{m}\right)^2}\right]^{2b_f m/k} \tilde{I}_E(0, \mathbf{k}, \mathbf{k}(h + z_w)) \tilde{I}_R^*(0, \mathbf{k}, \mathbf{k}(h + z_w)), \quad (23)$$

$$h = \frac{t\nu}{2N}, \quad t > 0.$$

Дальнейшее упрощение лидарного уравнения требует задания конкретного исходного распределения яркости зондирующего пучка и характеристической функции приемника. Пусть нормированное распределение яркости излучаемого пучка и характеристическая функция приемника в эквивалентной задаче (рис. 1) заданы функциями

$$I_E(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}_\perp) = \frac{1}{\pi r^2} \frac{4}{\pi \text{div}^2} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{\rho^2} - \frac{\mathbf{n}_\perp^2}{\text{div}^2}\right), \quad (24)$$

$$I'_R(0, \mathbf{r}, \mathbf{n}_\perp) = \frac{1}{\pi R^2} \frac{4}{\pi \text{FOV}^2} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{R^2}\right) \chi\left(|\mathbf{n}_\perp| - \frac{\text{FOV}}{2}\right), \quad (25)$$

где $\chi(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$ Напомним, что истинное рас-

пределение яркости исходного пучка и характеристическая функция лидарного приемника в соответствующих координатах отличаются от (24), (25) заменой параметров ρ , R , div и FOV на ρ_0 , R_0 , div_0 и FOV_0 , описываемой формулами (3), (4). Подставляя (24), (25) в (18), находим

$$\begin{aligned} \tilde{I}_E(0, \mathbf{k}, \mathbf{p}) &= (2\pi)^{-4} \exp\left\{-\frac{1}{4}\left[k^2 \rho^2 + p^2 \left(\frac{\text{div}}{2}\right)^2\right]\right\}, \\ \tilde{I}_R(0, \mathbf{k}, \mathbf{p}) &= (2\pi)^{-4} \exp\left(-\frac{k^2 R^2}{4}\right) \frac{2J_1\left(\frac{\text{FOV}}{2} p\right)}{\frac{\text{FOV}}{2} p}, \end{aligned} \quad (26)$$

где J_1 – функция Бесселя первого порядка. Теперь из уравнения (23) с учетом (26) окончательно получаем

$$S(t) = \frac{WT^2 \sum \beta_\pi v / 2N}{(z_w + h)^2} \exp[-2(a + b_b)h] F(h), \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} z_w &= H / \cos \theta_w = H_0 N \cos^2 \theta_w / \cos^3 \theta_a, \\ h &= vt / 2N - z_w, \end{aligned} \quad (28)$$

a и b_b суть показатель поглощения и показатель рассеяния назад соответственно и

$$\begin{aligned} F(h) &= \Psi m \exp(-2b_f h) \int_0^\infty \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^{2b_f h/x} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{x^2 m^2}{4} \left(\frac{R^2 + \rho^2}{h^2} + \Theta^2\right)\right] J_1(mx\Psi) dx, \end{aligned} \quad (29)$$

причем

$$\Psi = \frac{\text{FOV}}{2} \frac{z_w + h}{h}, \quad \Theta = \frac{\text{div}}{2} \frac{z_w + h}{h}. \quad (30)$$

Обобщение полученного лидарного уравнения (27) на случай зондирующего импульса конечной длительности не представляет трудности. Если форма излучаемого лазерного импульса описывается нормированной функцией $P(t)$, $t \geq 0$,

$$\int_0^\infty P(t) dt = 1,$$

то мощность лидарного сигнала дается сверткой $\int_0^\infty P(\tau) S(t - \tau) d\tau$, причем $S(t)$ полагается нулем для

$t < 0$. Учет конечности функции отклика линейного лидарного приемника достигается заменой $P(t)$ на “эффективную форму зондирующего импульса”, выражающуюся сверткой $P(t)$ с функцией отклика приемника [16].

Сравнение с известными результатами

Для случая зондирования “в нади́р” связь параметров эквивалентной задачи с истинными характеристиками лидарной системы упрощается: при $\theta_a = \theta_w = 0$ из (2)–(4) имеем $H = H_0 N$, $\text{div} = \text{div}_0 / N$, $\text{FOV} = \text{FOV}_0 / N$, $\rho = \rho_0$, $R = R_0$. Тогда лидарное уравнение (27) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{WT^2 \sum \beta_\pi v / 2N}{(HN + h)^2} \exp[-2(a + b_b)h] F(h), \\ h &= vt / 2N - HN, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} F(h) &= \Psi m \exp(-2b_f h) \int_0^\infty \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^{2b_f h/x} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{x^2 m^2}{4} \left(\frac{R_0^2 + \rho_0^2}{h^2} + \Theta^2\right)\right] J_1(mx\Psi) dx, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\Psi = \frac{\text{FOV}_0}{2} \frac{H_0 N + h}{hN}, \quad \Theta = \frac{\text{div}_0}{2} \frac{H_0 N + h}{hN}. \quad (33)$$

Для авиационных лидаров (в отличие от корабельных) высота платформы над поверхностью моря H_0 всегда много больше глубины зондирования h ; кроме того, угол расходимости div_0 исходного пучка ограничен снизу требованиями лазерной безопасности и обычно составляет порядка 10^{-5} рад., и, следовательно, при естественных ограничениях

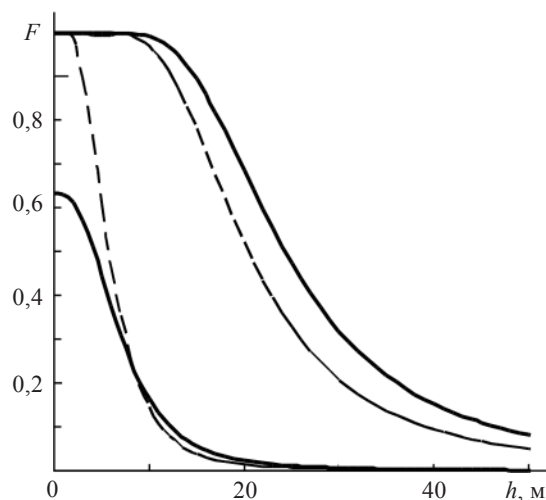


Рис. 2. Зависимости от глубины h функций F (сплошные кривые) и F_{DL} (штриховые кривые) для приемника с широким полем зрения $FOV = 40$ мрад (верхняя пара кривых) и с узким полем зрения $FOV = 5$ мрад (нижняя пара кривых). Высота носителя над поверхностью моря $H_0 = 400$ м, угол расходимости зондирующего пучка $\text{div}_0 = 5$ мрад, показатель рассеяния вперед $b_f = 0,4 \text{ м}^{-1}$, параметр модельной индикатрисы $m = 8$.

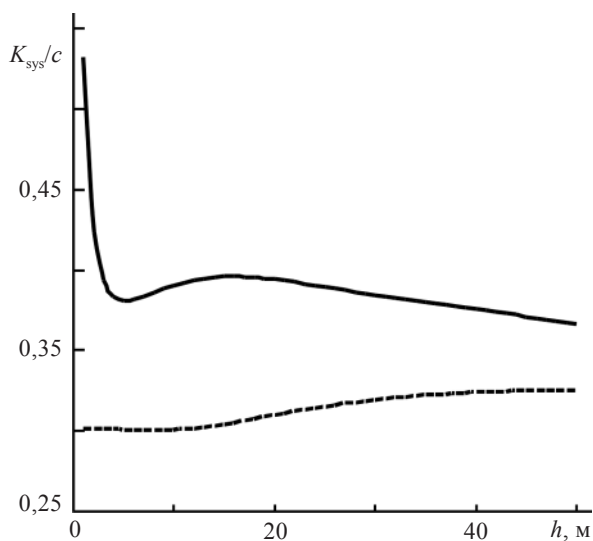


Рис. 3. Изменение нормированного системного показателя ослабления K_{sys} для лидара с узким полем зрения $FOV = 5$ мрад (сплошная кривая) и с широким полем зрения $FOV = 40$ мрад (штриховая кривая). Высота носителя над поверхностью моря $H_0 = 400$ м, угол расходимости зондирующего пучка $\text{div}_0 = 5$ мрад, показатель ослабления $c = 0,57 \text{ м}^{-1}$, показатель рассеяния вперед $b_f = 0,4 \text{ м}^{-1}$, параметр модельной индикатрисы $m = 8$.

на размеры приемной и передающей апертур экспоненциальный множитель под интегралом в (32) можно заменить на $\exp(-x^2 m^2 \Theta^2 / 4)$. Наконец, полагая $\text{div}_0 \ll FOV_0$, приходим к лидарному уравнению (31) с функцией F вида

$$F(h) \equiv F_{DL}(h) = \Psi m \exp(-2b_f h) \int_0^\infty \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^{2b_f h/x} J_1(mx\Psi) dx, \quad (34)$$

что полностью совпадает с результатом Л.С. Долина и И.М. Левина, приведенным в [11]. Для узкопольных лидарных систем (см., например, [12, 13]) различие функций F из (32) и F_{DL} из (34) оказывается весьма заметным (рис. 2).

Сравнивая формулу (31) с простейшей моделью (1), приходим к выражению для системного показателя ослабления

$$K_{\text{sys}} = (a + b_b) - \frac{1}{2h} \ln F(h). \quad (35)$$

На рис. 3 приведены зависимости системного показателя ослабления K_{sys} , нормированного на показатель ослабления c , для широкопольного ($FOV = 40$ мрад) и узкопольного ($FOV = 5$ мрад) приемников. Расчеты проводились по формулам (32), (35) для $H_0 = 400$ м, $\text{div}_0 = 5$ мрад, $c = 0,57 \text{ м}^{-1}$, $b_f = 0,4 \text{ м}^{-1}$ и $m = 8$; из-за сильной анизотропии рассеяния света морской водой ($b_f/b_b \geq 50$ [18]) вкладом b_b в K_{sys} можно пренебречь.

Отметим еще хорошее согласие модельных расчетов системного показателя ослабления (35) с результатами численного моделирования по методу Монте-Карло [7], продемонстрированное в [17].

ЛИТЕРАТУРА

1. Hickman G.D., Hogg J.E. Application of an airborne pulsed laser for near shore bathymetric measurements // Remote sensing of Environment. 1969. V. 1. P. 47–58.
2. Feigels V. Lidars for oceanographical research: criteria for comparison, main limitations, perspectives // Proc. SPIE. 1992. V. 1750. P. 473–484.
3. Feigels V., Kopilevich Yu. Ocean-Scientific for Windows. Basic concepts. Description of the theory. EG&G Washington Analytical Service, Inc., 1993. 52 p.
4. Billard B., Abbot R.H., Penny M.F. Airborne estimation of sea turbidity parameters from the WRELADS laser airborne depth sounder // Appl. Opt. 1988. V. 27. P. 3369–3977.
5. Feigels V., Kopilevich Yu., Surkov A., Yungel J., Behrenfeld M. Airborne lidar system with variable field-of-view receiver for water optical properties measurement // Proc. SPIE. 2003. V. 5155. P. 12–21.
6. Allocca D., London M., Curran T., Concannon B., Constarino V., Prentice J., Mullen L., Kane T. Ocean water clarity measurement using shipboard lidar systems // Proc. SPIE. 2002. V. 4488. P. 106–114.
7. Gordon H. Interpretation of airborne oceanic lidar: effects of multiple scattering // Appl. Opt. 1982. V. 21. P. 2996–3001.

8. *Maffione R., Dana D.* In-situ characterization of optical backscattering and attenuation for lidar applications // *Proc. SPIE.* 1964. V. 2964. P. 152–163.
9. *Браво-Животовский Д.М., Долин Л.С., Лучинин А.Г., Савельев В.А.* О структуре узкого светового пучка в морской воде // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* 1969. Т. 5. № 2. С. 160–167.
10. *Долин Л.С., Савельев В.А.* Определение параметров рассеянного назад сигнала импульсного излучения в мутной среде с узким направленным лазерным лучом // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* 1971. Т. 7. № 5. С. 505–510.
11. *Долин Л.С., Левин И.М.* Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 229 с.
12. *Feygels V., Kopilevich Yu., Surkov A., Yungel J., Behrenfeld M.* Airborne lidar system with variable field-of-view receiver for water optical properties measurement // *Proc. SPIE.* 2004. V. 5155. P. 12–21.
13. *Feygels V., Wright C.W., Kopilevich Yu., Surkov A.* Narrow Field-of-View Bathymetrical Lidar: Theory and field test // *Proc. SPIE.* 2004. V. 5155. P. 1–11.
14. *Долин Л.С., Савельев В.А.* К теории распространения узкого пучка света в стратифицированной рассеивающей среде // *Изв. вузов. Сер. Радиофизика.* 1979. Т. 22. № 11. С. 1310–1317.
15. *Титчмарш Е.* Введение в теорию интегралов Фурье. М.–Л.: Гостехиздат, 1949. 480 с.
16. *Tuell G., Feygels V., Kopilevich Yu. et al.* Measurement of ocean water optical properties and seafloor reflectance with scanning hydrographic operational airborne lidar survey (SHOALS). II. Practical results and comparison with independent data // *Proc. SPIE.* 2005. V. 5885. P. 115–127.
17. *Kopilevich Yu., Feygels V., Surkov A.* Mathematical modeling of input signals for oceanographic lidar systems // *Proc. SPIE.* 2004. V. 5155. P. 30–39.
18. *Шифрин К.С.* Введение в оптику океана. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 278 с.