

ИКОНИКА – НАУКА ОБ ИЗОБРАЖЕНИИ

УДК535.317.2

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ПАКЕТАХ ОПТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

© 2014 г. Я. М. Клебанов*, доктор техн. наук; Л. Н. Кирдина**;
К. А. Поляков***, канд. физ.-мат. наук; А. Н. Давыдов*, канд. техн. наук

*Самарский государственный технический университет, Самара

**ЦСКБ-Прогресс, Самара

***Самарский государственный университет, Самара

E-mail: jklebanov@mail.ru

Рассмотрены вопросы повышения точности аппроксимации полиномами Цернике перемещений точек оптических поверхностей в направлении оптической оси, связанные с выделением перемещений поверхности как жесткого целого. Показано, что при переходе от перемещений узловых точек оптической поверхности, полученных методом конечного элемента, к их аппроксимации полиномами Цернике целесообразно предварительно выделить ту часть перемещений, которая связана с компонентами перемещения поверхности как жесткого целого в направлении, перпендикулярном оптической оси, а в случае неосесимметричных поверхностей еще и в направлении поворота вокруг оптической оси. Представлены примеры реализации предложенной процедуры.

Ключевые слова: деформации оптической поверхности, полиномы Цернике, аппроксимация, метод конечного элемента.

Коды OCIS: 110.4280

Поступила в редакцию 17.03.2014

Введение

На телескопы оказывает воздействие ряд дестабилизирующих факторов, основными из которых являются силовые и вибрационные нагрузки, неоднородные температурные поля и др. [1–3]. При проектировании телескопов влияние этих факторов на качество передачи изображения в оптической системе оценивается с использованием метода конечных элементов (КЭ). Процедура оценки включает определение методом КЭ механических перемещений оптических поверхностей (ОП), преобразование полученных таким образом перемещений к виду, пригодному для ввода в программу оптического моделирования, и расчет влияния смещений и искажений ОП на качество передачи изображения методами оптического анализа.

Основной способ задания смещений ОП во входных файлах оптических программ предполагает использование полиномов Цернике. Полиномы Цернике идентифицируют основные геометрические формы, которые принимают деформированные поверхности, и тем самым способствуют пониманию поведения оптических систем, определению их эксплуатационных характеристик. В силу ортогональности полиномов в процессе анализа любой из них может быть удален из исходных данных оптического расчета без необходимости изменения остальных полиномов.

Другой способ ввода смещений точек ОП предполагает переход от перемещений, заданных в узлах конечно-элементной сетки (КЭС), к их заданию на прямоугольной сетке с постоянным шагом. Соответствующая интерполяция

может выполняться, например, с использованием сплайн-функций. В этом случае для обеспечения высокой точности интерполяции конечно-элементное решение должно содержать значения узловых поворотов. Данный способ по точности предпочтительнее способа, использующего полиномы Цернике, только при наличии резких локальных искажений формы ОП как, например, при локальных или мелкоструктурных деформациях [4].

В первых исследованиях, выполненных в рассматриваемой области, игнорировался тот факт, что смещение точек ОП при деформировании происходит не только вдоль оптической оси, но и в перпендикулярном ей направлении. В работах [5, 6] было отмечено, что при этом в расчете осевого смещения – “провиса”, возникает погрешность, соответствующая разности осевых координат исходной поверхности двух положений точки ОП в плоскости, перпендикулярной оптической оси, до и после деформирования.

Для расчета перемещений методом КЭ столь же высокая точность задания недеформированной ОП, как в оптических расчетах, не требуется и на практике, как правило, не осуществляется. Поэтому при переходе к оптическому анализу положение узлов недеформированной КЭС сначала проектируется в направлении оптической оси на точную оптическую поверхность [4].

Различными авторами рассматривались возможности аппроксимации смещений ОП как в направлении нормали к недеформированной поверхности, так и в направлении оптической оси [5, 7]. Преимущество первого подхода связано с тем, что перемещения по нормали обычно используют для описаний изменения геометрии ОП при формировании файлов интерферограмм. Однако второй подход позволяет получать более высокую точность аппроксимации [4].

В данной статье рассматриваются вопросы повышения точности аппроксимации полиномами Цернике полученных методом КЭ перемещений точек ОП в направлении оптической оси, связанные с выделением перемещений поверхности как жесткого целого.

Аппроксимация деформированной оптической поверхности

С целью повышения точности аппроксимации геометрии деформированной ОП целесообразно сначала определить параметры ее

смещения как жесткого целого, а оставшиеся перемещения аппроксимировать полиномами Цернике. Рассмотрим, как должна выполняться такая процедура.

Оптическая поверхность представлена узлами КЭС. Перемещение поверхности как жесткого целого является некоторым ее средним перемещением. Поскольку смещения узловых точек малы, в декартовой системе координат они могут быть представлены в виде

$$\Delta x_i^\alpha = t_i + e_{ijk} r_j x_k^\alpha, \quad (1)$$

$$i, j, k = 1, 2, 3, \alpha = 1, \dots, N,$$

где x_i^α – компоненты радиус-вектора узловой точки с номером α , N – количество узловых точек, t_i , r_i – компоненты векторов поступательного движения и угла поворота поверхности, e_{ijk} – символ Леви-Чивиты.

Нахождение значений компонентов векторов t_i и r_i выполняется методом наименьших квадратов [7]. Сумма квадратов разностей полученных методом КЭ перемещений узлов u_i^α и их смещений при движении ОП как жесткого целого имеет вид

$$\sum_{\alpha=1}^N w^\alpha (u_i^\alpha - \Delta x_i^\alpha) (u_i^\alpha - \Delta x_i^\alpha), \quad (2)$$

где w^α – весовой коэффициент.

Важно отметить, что те перемещения u_i^α , которые направлены вдоль оптической оси – это “провисы”, определенные с учетом смещения узлов КЭС при деформировании.

Условия минимума суммы (2) сводятся к шести уравнениям

$$t_i \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha + e_{ijk} r_j \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha x_k^\alpha = \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha u_i^\alpha, \quad (3)$$

$$t_i e_{imk} \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha x_k^\alpha + (\delta_{jm} \delta_{kl} - \delta_{jl} \delta_{km}) r_j \times$$

$$\times \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha x_k^\alpha x_l^\alpha = e_{imk} \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha u_i^\alpha x_k^\alpha, \quad (4)$$

$$i, j, k, l, m = 1, 2, 3,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

Нетрудно показать, что компоненты вектора поворота независимы друг от друга и от компонентов вектора поступательного движения, а компоненты вектора поступательного движения рассчитываются независимо друг от друга, но в общем случае зависят от углов поворотов [8]. Вместе с тем, всегда можно выбрать

начало координат так, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{\alpha=1}^N w^\alpha x_i^\alpha = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

В этом случае, как следует из уравнения (3), характеристики поступательного движения ОП как единого целого можно определять независимо от углов поворотов.

Аппроксимация осевых смещений точек ОП полиномами Цернике также выполняется с использованием метода наименьших квадратов. При этом могут быть найдены три компонента перемещений ОП как жесткого целого: t_3, r_1, r_2 . (Здесь и далее полагаем, что оптическая ось направлена вдоль координатной оси x_3). Этим компонентам соответствуют первые три полинома: поршень и два наклона. В силу ортогональности полиномов Цернике в этом случае значение t_3 рассчитывается независимо от углов поворотов и находится как среднее арифметическое от осевых перемещений. Отсюда следует, что на этапе определения компонентов перемещений поверхности как жесткого целого достаточно ограничиться определением только тех компонентов, которые не находятся на этапе аппроксимации полиномами Цернике. Это компоненты t_1, t_2, r_3 . При этом расчет t_1 и t_2 следует выполнять в предположении, что в левой части выражения (3) второе слагаемое равно нулю. Помимо аналогии с расчетом t_3 при аппроксимации полиномами Цернике это предположение важно тем, что, позволяя находить среднее арифметическое значение эксцентриситета деформированной ОП, уменьшает результирующую погрешность аппроксимации. Геометрическая сумма t_1 и t_2 представляет собой эксцентриситет положения ОП e .

Заметим также, что в случае осесимметричной ОП угол поворота r_3 не оказывает воздействия на разность осевых координат расположения точки в недеформированном и деформированном состояниях, и, следовательно, не влияет на значения коэффициентов полиномов Цернике.

В соответствии с изложенным процедура аппроксимации должна состоять из следующих этапов:

1. Определение смещений ОП как жесткого целого в направлении осей, перпендикулярных оптической оси, и угла поворота вокруг оптической оси выполняется по формулам

$$t_i = \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha u_i^\alpha / \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha, \quad i = 1, 2,$$

$$r_3 = \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha (x_1^\alpha u_2^\alpha - x_2^\alpha u_1^\alpha) / \sum_{\alpha=1}^N w^\alpha \left[(x_1^\alpha)^2 + (x_2^\alpha)^2 \right],$$

отвечающим условию (5).

2. Определение тех составляющих осевых смещений узловых точек поверхности, которые не вызваны компонентами t_1, t_2, r_3 перемещения ОП как жесткого целого,

$$v_3^\alpha = u_3^\alpha - \Delta x_3^\alpha,$$

где Δx_i^α рассчитывается по формуле (1) в предположении, что $t_3 = r_1 = r_2 = 0$.

3. Аппроксимация смещений v_3^α полиномами Цернике. Минимизируется квадратичная оценка разности между этими смещениями и аппроксимирующими полиномами

$$\sum_{\alpha=1}^N w^\alpha \left[v_3^\alpha - \sum_{\beta=1}^M C_\beta F_\beta(x_1^\alpha, x_2^\alpha) \right]^2 \rightarrow \min,$$

где $F_\beta(x_1^\alpha, x_2^\alpha)$ – полиномы Цернике, C_β – коэффициенты полиномов, M – общее количество полиномов, используемых для аппроксимации.

Условие минимума квадратичной оценки приводит к системе M линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных C_β .

Весовые коэффициенты w^α выбираются таким образом, чтобы минимизировать погрешность аппроксимации. Остаточная разность между определенными с помощью метода КЭ осевыми перемещениями и результатами аппроксимации оценивается по значениям их максимального абсолютного отклонения Δ и среднеквадратического отклонения σ . Последнее не должно превышать 10% длины световой волны, что, например, для космических телескопов дистанционного зондирования Земли составляет 63,28 нм [3].

Изложенная процедура аппроксимации была реализована в виде программного модуля AZEP (*Approximation with Zernike Polynomials*). Данный модуль обладает следующими основными возможностями: аналитическое задание поверхности перемещений в виде комбинации элементарных функций, импорт координат точек ОП и их перемещений из текстовых файлов и построение поверхности перемещений с использованием генератора случайных чисел. А также он осуществляет определение перемещений ОП как жесткого целого с последующей аппроксимацией полиномами Цернике, вычисление коэффициентов полиномов Цернике в декартовой или цилиндрической системах

координат. Проводится построение графиков сечений исходной и аппроксимирующей поверхностей для визуальной оценки погрешности и экспорт координат точек поверхности исходной и аппроксимированной поверхностей смещений для последующего анализа. При аналитическом задании перемещений сначала они вычисляются в заданных точках ОП, а затем реализуется изложенная методика. Аналитическое задание использовалось при отладке программы AZEP и удобно для анализа различных характерных видов распределения перемещений ОП.

Рассмотрим в качестве примера круглую параболлическую поверхность, описываемую уравнением асферики

$$x_3 = r^2 / 24000, \quad r = \sqrt{(x_1^2 + x_2^2)},$$

где r – радиус, размеры всех величин в мм. Наибольший радиус – 600 мм.

“Провис” ОП в миллиметрах задавался аналитической зависимостью

$$u_3 = 2,75 \times 10^{-5} \sin(2\alpha)(2r^2 + \sqrt{r} - 1),$$

где α – угол полярной системы координат.

В отсутствие эксцентриситета в результате аппроксимации 37 первыми полиномами Цернике получили наибольшее абсолютное отклонение 101,2 нм и среднеквадратическое отклонение 20,39 нм. При увеличении количества

полиномов до 231 среднеквадратическое отклонение снизилось на 2,2 нм.

При наличии эксцентриситета происходит снижение точности аппроксимации, если эксцентриситет первоначально не выделяется в качестве компонента перемещения поверхности как жесткого целого. Соответствующие данные приводятся в таблице. Как видим, при относительно большом эксцентриситете – до 1,5% от максимального радиуса, отклонение результатов аппроксимации в случае, когда эксцентриситет предварительно не вычитается, соизмеримо с повышением точности аппроксимации в результате кратного увеличения числа полиномов.

В качестве еще одного примера рассмотрена аппроксимация осевых смещений точек ОП круглого зеркала, вызванных термодформациями несущей конструкции и самого зеркала. Уравнение профиля ОП $x_3^2 = 5226,76r + 3,237373r^2$. Наружный и внутренний световые диаметры – 412 и 65 мм соответственно.

Краевая задача термоупругости решалась методом КЭ в пакете ANSYS. Конечно-элементное разбиение ОП представлено на рис. 1. Поля осевых перемещений приводятся на рис. 2. С использованием AZEP достигнута высокая точность аппроксимации: отклонения составили $\Delta = 1,84$ нм и $\sigma = 0,61$ нм, что на два порядка ниже допускаемого для телескопов дистанционного зондирования Земли значения [4].

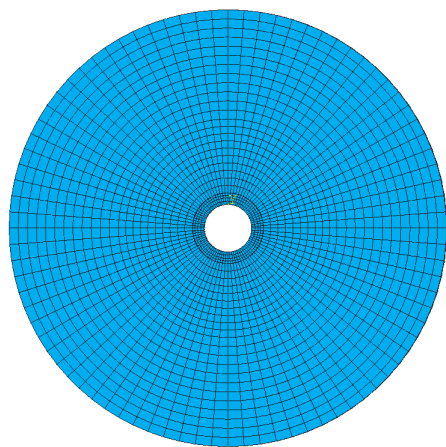


Рис. 1. Конечно-элементное разбиение поверхности круглого зеркала.

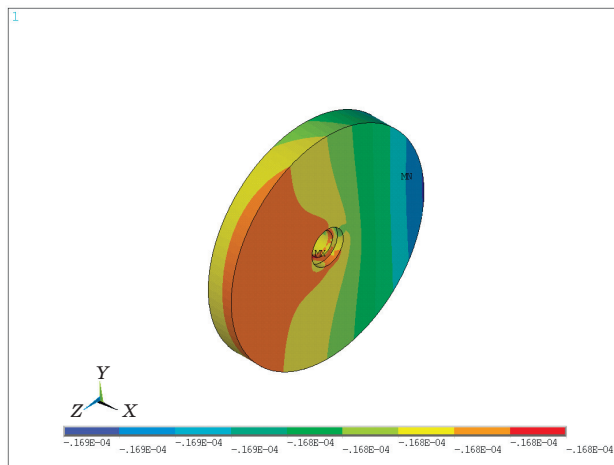


Рис. 2. Поле перемещений x_3 круглого зеркала, полученное методом КЭ. Размерность – метры.

Отклонения результатов аппроксимации “провиса” поверхности для разных значений эксцентриситета

e , мм	0,25	0,5	1	3	6	9
Δ , нм	100,4	99,8	101,8	111,7	122,4	136,0
σ , нм	20,40	20,41	20,46	20,84	21,90	23,48

Выводы

Показано, что при переходе от перемещений узловых точек ОП, полученных методом КЭ, к их аппроксимации полиномами Цернике целесообразно предварительно выделить ту часть перемещений, которая связана с компонентами перемещения поверхности как жесткого целого в направлении, перпендикулярном оптической оси, а в случае неосесимметричных поверхностей еще и в направлении поворота вокруг оптической оси. Остальные

компоненты перемещения поверхности как жесткого целого соответствуют первым трем полиномам Цернике – поршню и наклонам, и определяются при аппроксимации этими полиномами.

Разработанная методика и реализующий ее программный модуль AZEP позволяют достигать высокую точность аппроксимации перемещений ОП полиномами Цернике, что делает их эффективными инструментами для решения практических задач оптико-механического анализа оптических систем.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. Данилов В.А., Лысенко А.И., Маламед Е.Р., Сокольский М.Н. Служебные системы космических телескопов // Оптический журнал. 2002. Т. 69. № 9. С. 36–44.
2. Гоголев Ю.А., Зверев В.А., Пожинская И.И., Соболев К.Ю. Анализ основных проблем создания оптики крупных телескопов // Оптический журнал. 1996. № 4. С. 16–32.
3. Савицкий А.М. Влияние теплового режима на конструктивные характеристики космического телескопа // Оптический журнал. 2009. Т. 76. № 10. С. 89–93.
4. Doyle K., Genberg V., Michels G., Bisson G. Optical modeling of finite element surface displacements using commercial software // Proc. SPIE Conf. 2005. V. 5867. 12 p.
5. Coronado P.A., Juergens R.C. Transferring FEA results to optics code with Zernikes: A review of techniques // Proc. SPIE Conf. 2003. V. 5176. 12 p.
6. Juergens R.C., Coronado P.A. Improved method for transfer of FEA results to optical codes // Proc. SPIE Conf. 2003. V. 5174. 11 p.
7. Doyle K.B., Genberg V.L., Michels G.J. Integrated optomechanical analysis. Bellingham, WA : SPIE Press, 2012. 408 p.
8. Космодемьянский А.А. Курс теоретической механики. Т. 1. М.: Просвещение, 1965. 539 с.