

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.31; 681.7.062.42

ВЛИЯНИЕ АБЕРРАЦИЙ НА ФОКУСИРОВКУ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СОСТАВНОМ ОПТИЧЕСКОМ КОНЦЕНТРАТОРЕ

© 2007 г. А. А. Агейчик; М. С. Егоров; Ю. А. Резунков, канд. техн. наук

НИИ комплексных испытаний оптико-электронных приборов и систем, г. Сосновый Бор, Ленинградская область

Рассмотрена оригинальная конструкция оптического концентратора лазерного пучка для формирования лазерной тяги. Концентратор состоит из оптических элементов конической формы и позволяет ввести излучение в сопло лазерного двигателя через щель в стенке сопла. Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования влияния фазовых искажений лазерного пучка и оптических aberrаций концентратора на условия фокусировки излучения в сопле лазерного двигателя.

Коды OCIS: 220.1770, 220.1000, 080.2720.

Поступила в редакцию 01.09.2006.

Введение

В импульсно-периодических лазерных реактивных двигателях (ИПЛРД) тяга создается с помощью одного из двух механизмов: оптического пробоя рабочей среды двигателя (обычно в объеме реактивного сопла двигателя) либо испарения с твердой поверхности топлива (процесс абляции). Как правило, в ИПЛРД отсутствует камера сгорания, а рабочее вещество подается непосредственно в сопло двигателя, при этом стенки сопла одновременно могут выполнять функцию концентратора лазерного пучка.

Такой метод фокусировки излучения в ИПЛРД имеет два недостатка: кроме того, что выхлопная струя двигателя, через которую проходит лазерный пучок, вносит потери излучения, нарушается оптическое качество поверхности концентратора в условиях высоких тепловых и ударных нагрузок, вследствие чего возникают дополнительные потери фокусируемого лазерного излучения.

Понятно, что от качества поверхности оптических элементов двигателя и качества лазерного пучка зависит процесс создания лазерной тяги. Поэтому создание эффективных лазерных реактивных двигателей предполагает решение ряда задач, связанных с разработкой как газодинамических, так и оптических элементов двигателя. Разработке газодинамической части лазерного двигателя в литературе уделено достаточно внимания. Однако вопросы разработки оптических элементов и проблемы,

связанные с использованием этих элементов в лазерных двигателях, практически не затрагивались.

В данной работе исследования проводились с использованием оригинальной конструкции аэрокосмического лазерного реактивного двигателя (АКЛРД) с функциональным разделением газодинамического и оптического узлов [1, 2], при этом рассматривалось влияние оптических aberrаций как самого лазерного пучка, так и элементов концентратора АКЛРД на условия доставки лазерного излучения в сопло двигателя и формирование лазерной реактивной тяги.

Постановка задачи исследований

Оптический концентратор ЛРД представляет собой осесимметричный зеркальный элемент, поверхность которого может иметь параболическую [3], прямолинейную [4] образующую или более сложные формы, например, такие как внеосевой параболоид вращения [5] или матрица параболических зеркал [6].

Концентратор АКЛРД (рис. 1), в отличие от существующих конструкций, состоит из двух оптических конусообразных зеркал $З_1$ и $З_2$ с заданной формой поверхности [2]. Зеркала представляют собой внеосевые фигуры вращения. Форма поверхности зеркал в общем случае может быть задана одной из следующих образующих 2-го порядка: эллиптической, гиперболической, сферической, параболической или прямолинейной.

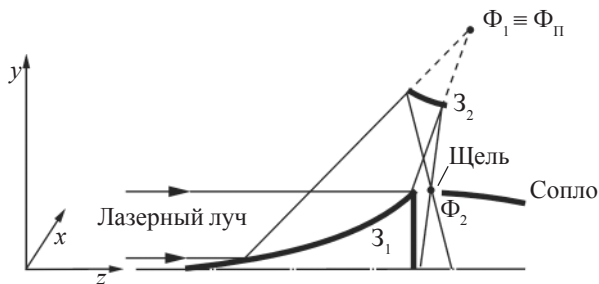


Рис. 1. Схема оптического концентратора АКЛРД. Пояснения см. в тексте.

Ввод лазерного излучения в зону взаимодействия его с рабочей средой двигателя производится через промежуточную фокусировку Φ_2 излучения в области кольцевой щели между основанием зеркала $З_1$ и соплом. Благодаря протяженному кольцевому фокусу в области щели и, как следствие, низкой интенсивности лазерного излучения в области фокусировки, необходимое превышение порога пробоя рабочей среды АКЛРД реализуется лишь вблизи оси сопла. Как было показано в [1, 2], размер щели определяет потери тяги в процессе работы АКЛРД, т. е. при большой щели потери тяги велики и их можно сократить уменьшая щель.

Наименьший размер щели соответствует дифракционному размеру пучка в области Φ_2 . Для модели АКЛРД, описанной в [2], дифракционный размер $d_{\text{диф}}$ пятна излучения в области щели в зависимости от длины волны λ лазерного излучения выражается как

$$d_{\text{диф}} = 2\lambda(R_1 - r)/D, \quad (1)$$

где r – радиус сопла вблизи щели, R_1 – средний радиус зеркала $З_2$, D – ширина пятна излучения на поверхности зеркала $З_2$ вдоль оси z .

В реальных условиях работы АКЛРД лазерный пучок искажается. Отклонения от условия идеального распространения лучей характеризуются геометрическими и волновыми aberrациями. В предельном случае, при дифракционном размере щели $d_{\text{диф}}$, эти aberrации могут существенно ограничить долю лазерной энергии, участвующей в формировании тяги двигателя. Поэтому уменьшение размера щели, вплоть до дифракционного, повышает требования к изготовлению и юстировке элементов оптического концентратора АКЛРД.

Известно, что конусообразная оптика, составляющая концентратор ЛРД, чувствительна к aberrациям лазерного пучка [9, 10]. Как показано в [11], на интенсивность излучения в области фокусировки концентратора, который представляет собой осесимметричный параболоид вращения, влияют такие aberrации лазерного пучка, как отклонение пучка от оптической оси, сферичность волнового фронта. Показано, что при отклонении лазерного

пучка с плоским фронтом от оси симметрии на угол ≈ 2 мрад из-за астигматизма, в области фокусировки параболоида образуется пара фокальных линий. При этом плотность мощности излучения в указанной области уменьшается в два раза. Если волновой фронт падающего на концентратор пучка обладает сферичностью, то из-за образования комы плотность мощности в фокусе концентратора также уменьшается. Для составного оптического концентратора (типа концентратора АКЛРД) такие исследования ранее не проводились.

Таким образом, задачей исследований в данной работе является определение требований к предельно допустимым aberrациям оптических элементов и aberrациям лазерного пучка для концентратора АКЛРД, при которых лазерное излучение вводится в сопло без существенных потерь, не приводя к снижению эффективности АКЛРД.

Приближенный метод расчета влияния оптических aberrаций концентратора на условия фокусировки лазерного пучка

В данной работе рассматриваются следующие aberrации: погрешности юстировки элементов оптического концентратора, включающие децентрировку осей зеркал оптического концентратора ΔL , продольное смещение зеркал друг относительно друга Δz , взаимный наклон осей симметрии зеркал $\Delta \alpha$; погрешности изготовления элементов оптического концентратора, т. е. погрешности параметров непрямолинейной образующей зеркал $\Delta \xi$; aberrации входного лазерного пучка, включающие наклон входного пучка относительно оси концентратора $\Delta \theta$, aberrации волнового фронта входного пучка $\Delta \omega$, ΔR (ΔR – изменение кривизны волнового фронта лазерного пучка), а также aberrации, вносимые в лазерный пучок в процессе эксплуатации ЛРД из-за вибраций и термодформаций элементов концентратора Δt .

Существующие численные методы aberrационного расчета оптических элементов (например, [10, 12]) в общем случае позволяют определить требования, предъявляемые как к качеству изготовления, так и к юстировке конкретных вариантов оптических концентраторов [9–11] в параксиальном приближении. Однако для рассматриваемой схемы концентратора лазерного пучка не применимы методы расчета оптических систем, выполняемые в параксиальном приближении, из-за отклонений от условий параксиальности, так как распространение пучков происходит под большими углами к оси симметрии концентратора. Кроме того, важен учет поляризации излучения для случая оптического пробоя рабочей среды в объеме сопла двигателя при его формировании на оси сопла АКЛРД.

В общем случае aberrации оптического концентратора можно оценить по ошибкам формы волновых фронтов пучка в щели и входного пучка, т. е. разностью эйконолов лучей между опорными поверхностями. Центром кривизны опорных поверхностей в данном случае является окружность фокусировки лазерного излучения зеркалом Z_2 (в плоскости рис. 1), расположенная в области щели АКЛРД.

Поставленная задача в данной работе решается методом построения геометрического хода лучей через оптический концентратор АКЛРД, представляющий собой тороидально-симметричную оптическую систему.

Пусть плоский линейно поляризованный пучок с заданной формой поперечного сечения (рис. 2) подается на входную апертуру оптического концентратора параллельно его оси симметрии. В расче-

тах принято, что диаметр входной апертуры концентратора соответствует диаметру основания первого зеркала концентратора и составляет 100 мм.

Профиль лазерного пучка показан на рис. 2. Размеры профиля соответствуют 90×90 мм по внешнему контуру и 50×50 мм по внутреннему контуру, при этом профиль сечения лазерного пучка вписывается в апертуру концентратора таким образом, что его углы совпадают с границей апертуры.

Форма поверхности зеркала Z_1 с параболической образующей в принятой системе координат описывается уравнением вида

$$F(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{16,81 - 6z} - 9,1 = 0, \quad (2)$$

где x, y, z измеряются в сантиметрах.

Форма поверхности зеркала Z_2 с гиперболической образующей описывается уравнением вида

$$F1(x, y, z) = -0,9811z + 0,1933\sqrt{x^2 + y^2} - 0,4817 - 2,4921\sqrt{0,2896\left(0,1933z + 0,9811\sqrt{x^2 + y^2} - 6,0714\right) - 1} = 0. \quad (3)$$

Для построения геометрического хода лучей в концентраторе лазерный пучок разбивается на составляющие элементарные лучи. Шаг между соседними лучами кратен $\lambda/4$. Координаты каждого элементарного лазерного луча заданы на входной плоскости xy (рис. 1).

Векторы элементарных лучей задаются направляющими косинусами углов к координатным осям x, y, z . Все лучи лазерного пучка параллельны оси z , их направляющие косинусы составляют матрицу $\mathbf{M}_i = (0, 0, 1)$, где i – номер луча. Варьируя парамет-

ры матрицы направляющих косинусов $\mathbf{M}_i$, можно задать любое геометрическое состояние лазерного пучка на входе в оптический концентратор.

Пусть пучок линейно поляризован в плоскости yz . Матрица направляющих косинусов вектора поляризации i -го луча имеет вид $\mathbf{P}_i = (0, 1, 0)$.

Построение геометрического хода лучей в концентраторе проводится на основе метода, описанного в [12], адаптированного к рассматриваемой задаче.

Точки пересечения лучей с поверхностями зеркал определяем на основе итерационного метода Ньютона с помощью уравнения

$$\frac{x_j - x_i}{(M_i)_0} = \frac{y_j - y_i}{(M_i)_1} = \frac{z_j - z_i}{(M_i)_2} = L_i, \quad (4)$$

где x_i, y_i, z_i и x_j, y_j, z_j – координаты начальной точки луча и точки пересечения луча с поверхностью зеркала.

Сумма $\sum_{k=0}^{k=2} L_i^k$ определяет длину оптического хода

лучей через концентратор, где k – количество зеркал в концентраторе.

Отражение от поверхности зеркала для произвольных направлений падающего луча и нормали к поверхности выражается векторной формулой [6] при $n_2 = n_1$ (рис. 3)

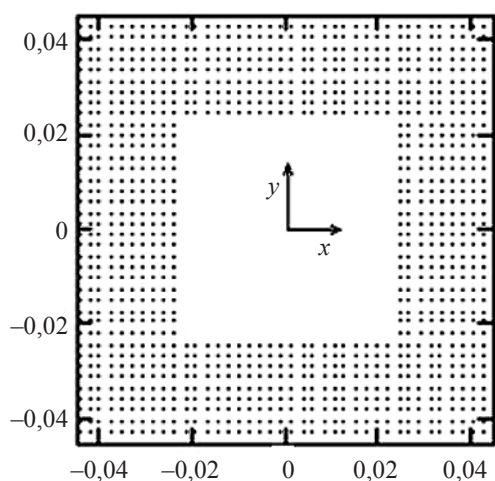


Рис. 2. Профиль входного лазерного пучка. Точки – сетка элементарных лазерных пучков.

$$\mathbf{M}\mathbf{1}_i = \mathbf{M}_i - (\text{sign}(\mathbf{M}_i \mathbf{N}_i) + 1)(\mathbf{M}_i \mathbf{N}_i) \mathbf{N}_i, \quad (5)$$

где $\mathbf{M}\mathbf{1}_i$ – вектор отраженного луча, $\mathbf{N}_i$ – вектор нормали в точке падения.

Направления поляризации лучей рассчитывались на основе алгоритма, приведенного в [14],

$$E1(x_0, y_0, z_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint \frac{E(x, y, z) t(x, y, z) \exp(ik\mathbf{q}L(x, y, z, x_0, y_0, z_0))}{L(x, y, z, x_0, y_0, z_0)} dx dy, \quad (6)$$

$$I_1(x_0, y_0, z_0) = |E1(x_0, y_0, z_0)|^2,$$

где $|E(x, y, z)|$ – поле после отражения от зеркала 3_2 , λ – длина волны лазерного излучения, $t(x, y, z)$ – функция пропускания щели, равная 1 в пространстве щели и 0 за ее границами; $\mathbf{q}$ – единичный вектор направления.

Геометрически длина эйконала от точки волнового фронта до точки наблюдения, входящая в выражение (6), рассчитывалась в виде

$$L(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = \sqrt{(z - z_0)^2 + (x - R \sin(\varphi(l)))^2 + (y - R \cos(\varphi(l)))^2}, \quad (7)$$

где R – радиус опорной поверхности, $\varphi(l)$ – угол наклона l -го луча к оси x .

Распределение интенсивности лазерного излучения в области оси симметрии сопла двигателя рассчитывалось по формуле

$$I_2(x_0, y_0, z_0) = |E_x(x_0, y_0, z_0)|^2 + |E_y(x_0, y_0, z_0)|^2 + |E_z(x_0, y_0, z_0)|^2. \quad (8)$$

Для расчета интенсивности в области щели рассмотрим сечение тороидального пучка в плоскости $y'z'$ (рис. 4). На рис. 4 $y'Oz'$ является локальной системой координат, начало которой совпадает с цент-

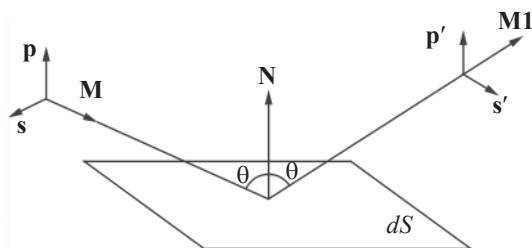


Рис. 3. Отражение лазерного пучка от поверхности зеркала. Пояснения см. в тексте.

преобразованного для условий рассматриваемой задачи.

Распределение интенсивности в области щели рассчитывалось в формулировке Рэлея–Зоммерфельда с использованием дифракционного интеграла [13]:

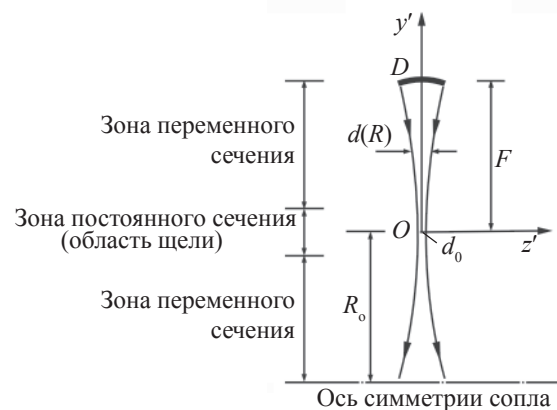


Рис. 4. Зоны распределения интенсивности в сопле АКЛРД.

ром щели. Сечение распределения интенсивности состоит из 2-х зон: зоны постоянного сечения размером d_0 в области щели и зоны расширения $d(R) = RD/F$, R – текущая координата вдоль оси y' , отсчитываемая от оси z' , D – продольный размер пятна на зеркале 3_2 , F – фокус зеркала 3_2 . Ширина границы зон по порядку величины соответствует классическому решению дифракционной задачи $R_0 \sim \lambda/(D/F)^2$, где R_0 – расстояние от оси симметрии сопла до щели.

При прямом расчете интенсивности по формуле (6) возникают некоторые сложности. Можно упростить этот расчет и оценить интенсивность излучения в области щели и на оси симметрии сопла.

При расстояниях R , меньших R_0 , распределение будет описываться зависимостями, полученными для сходящейся цилиндрической волны с погонной плотностью мощности P/d_0 ,

$$I(R) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{P}{d_0} J_0^2(kR), \quad (9)$$

где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка, k – волновое число.

Из формулы (9) следует асимптотическое поведение интенсивности

$$I(0) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{P}{d_0} \text{ при } R = 0, \quad (10)$$

$$I(R) = \frac{1}{2\pi R} \frac{P}{d_0} \text{ при } \lambda < R. \quad (11)$$

Объединяя выражения (10) и (11) и учитывая появление в зоне расширения зависимости погонной мощности от расстояния $d_0 \rightarrow R \frac{D}{F}$, получаем простое аналитическое выражение для распределения интенсивности излучения

$$I(R) = P \left[d(R) 2\pi \left(R + \frac{\lambda}{4\pi^2} \right) \right]. \quad (12)$$

Учитывая выражение $d_0 = \lambda/(D/F)$, можно ввести универсальную зависимость ширины пучка от расстояния:

$$d(R) = \sqrt{(\lambda F/D)^2 + (D(R - R_0 + F)/F)^2}. \quad (13)$$

При фокусировке излучения в щель в случае радиальной поляризации излучения используя уравнения (12) и (13), получаем следующие выражения для интенсивностей излучения в области щели и на оси симметрии сопла:

интенсивность в области щели

$$I_\Phi = \frac{DF}{2\pi\lambda} \frac{1}{R_0 F} \left(1 + \left(D^2/\lambda F \right)^2 \right)^{-0,5} P, \quad (14)$$

интенсивность на оси симметрии

$$I_{00} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{F}{D(F - R_0)} P. \quad (15)$$

Параметр $I_R = \frac{I_{00}}{I_\Phi} = 4\pi^2 (F/D)^2$ определяет отношение интенсивностей и зависит от угла между крайними лучами (угла сходимости лучей).

За критерий допустимых aberrаций для области вблизи оси симметрии сопла принималась такая величина интенсивности I_0 лазерного излучения, чтобы выполнялось условие $I_0 \geq 2I_{\text{пор}}$, т. е. происходит уверенное превышение порога пробоя $I_{\text{пор}}$ в области формирования плазмы. Для интенсивности излучения в области щели принималось условие $I_0 \leq 0,1I_{\text{пор}}$, т. е. такая интенсивность излучения, при которой не происходит пробоя рабочего топлива двигателя.

Результаты расчетов и сравнение с экспериментами

На рис. 5 представлено двумерное распределение интенсивности излучения в области щели (в плоскости рис. 1), рассчитанное по формуле (6)

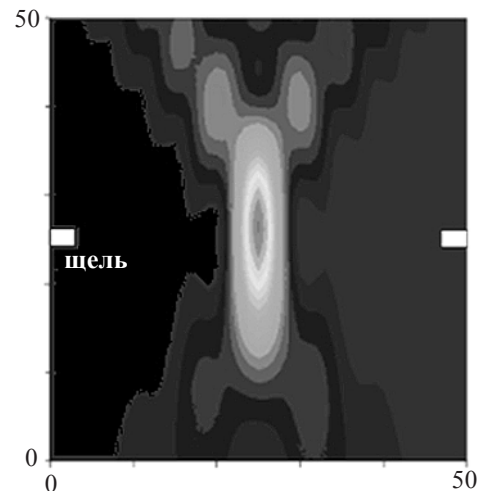


Рис. 5. Распределение интенсивности лазерного излучения в случае тороидальной фокусировки излучения в отсутствие aberrаций.

с учетом (7) в случае отсутствия aberrаций (масштаб: вертикальная ось 2 см, горизонтальная ось 0,1 см, центральный керн расположен в плоскости щели, длина волны излучения 10,6 мкм). Начало локальной системы координат, относительно которой рассчитывались отклонения лазерного пучка, находится в центре щели. Интенсивность излучения в центре пятна фокусировки в области щели (14) составила 75 Вт/см² при мощности 1 Вт лазерного излучения, падающего на концентратор, длина волны излучения 10,6 мкм. На оси симметрии интенсивность достигает $1,18 \times 10^4$ Вт/см² (15).

Видно, что можно избежать возникновения оптического пробоя рабочего топлива АКЛРД в случае тороидальной фокусировки лазерного излучения в области щели, если соответствующим образом подобрать геометрические параметры концентратора (см. также (12) и (13)).

Таким образом, выбор расположения щели определяется двумя противоречивыми условиями: обеспечением минимального размера перетяжки пучка (1) и отсутствием оптического пробоя в области щели.

Результаты расчета влияния aberrаций в случае, когда размер щели между соплом ЛРД и основанием зеркального отражателя $З_1$ равен 2,5 мм (для экспериментального макета АКЛРД [2]), приведены в таблице. Геометрические отклонения пучка от заданного направления рассчитывались в плоскости zy (рис. 1), исходная точка отсчета – фокальная точка Φ_2 зеркала $З_2$.

В качестве примера на рис. 6 приведено распределение интенсивности в области щели при влиянии термоaberrации формы поверхности зеркала $З_2$, вызванной нагревом этой поверхности лазерным

Результаты расчета влияния aberrаций

Тип aberrации	ΔL	Δz	$\Delta \alpha$, рад	$\Delta \xi$	$\Delta \theta$, рад	ΔR , м	$\Delta \tau$
Значение aberrации	$0,5\lambda$	210λ	0,003	—	$\approx 0,01$	160	$10,6\lambda$
Отклонение пучка вдоль оси z' , мм	-0,65	-0,56	-0,32	—	-0,5	-0,2	-0,08
Отклонение пучка вдоль оси y' , мм	—	40,8	0,1	—	—	-1,5	-9

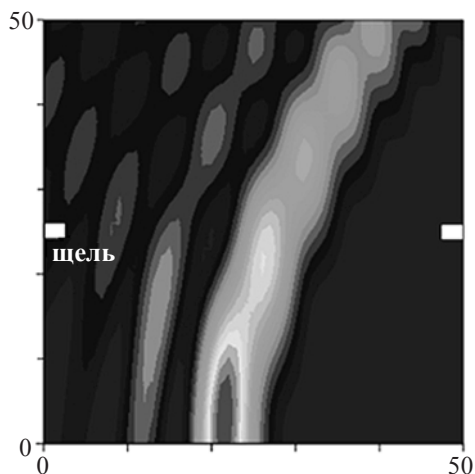


Рис. 6. Распределение интенсивности лазерного излучения в области щели при влиянии термоабберации.

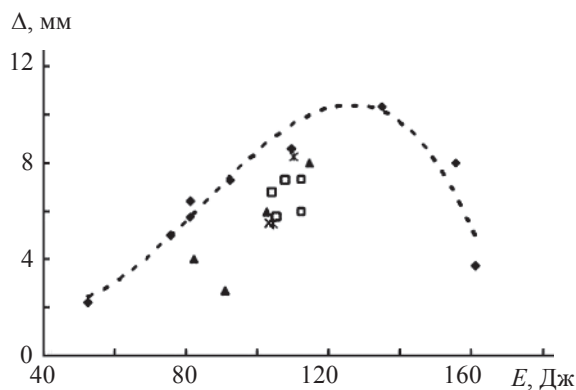


Рис. 7. Длина отскока макета АКЛРД при различных энергиях импульса лазерного излучения и разъюстировках.

излучением мощностью $P = 10$ кВт. Средняя величина искажения формы составила 20 мкм. Видно, что фокус лазерного излучения в квазистационарном режиме смещается вглубь сопла на расстояние 8,5 мм, а по ширине щели – на расстояние 0,08 мм. При расчете учтена радиальная поляризация излучения.

Импульсные испытания макета АКЛРД проводились на наклонной трассе длиной 8 м от выхода

резонатора лазера. Угол наклона трассы составил 12° . Вес макета 150 г. Сила трения составляла 48 г. Потери излучения на базе 10 м порядка 1%.

На рис. 7 приведены результаты экспериментальных исследований длины отскока макета АКЛРД с составным концентратором при различных энергиях импульса лазерного излучения и при разъюстировках макета.

Значениям отскока макета соответствуют маркеры: “ромб” – в съюстированном состоянии на максимум эффективности; “треугольник” – при разъюстировке вида: взаимный наклон осей симметрии лазерного пучка и концентратора макета (максимальный наклон осей – 1,5/190 соответствует отскоку 2,7 мм); “квадрат” – при разъюстировке вида: уход оси лазерного пучка на угол 10/800; × – макет на 370 мм ближе к лазеру, разъюстировка вида: параллельное смещение лазерного пучка по апертуре концентратора на 5 мм; + – в случае наличия параллельного смещения пучка по апертуре и взаимного наклона осей пучка и концентратора. Из рис. 7 видно, что уменьшение длины отскока макета, в первом порядке характеризующей его эффективность, может достигать 35% при наличии aberrаций, значения которых соответствуют данным таблицы.

Заключение

Рассмотрена конструкция составного оптического концентратора лазерного пучка, состоящего из двух зеркал с образующими второго порядка, и исследовано влияние искажений лазерного пучка и aberrаций самого концентратора на фокусировку излучения. Разработан приближенный метод расчета составного концентратора с учетом непараксиальности распространения лазерных лучей. Сравнение результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными по формированию импульса реактивной отдачи показало влияние искажений лазерного пучка и aberrаций оптических поверхностей концентратора на эффективность формирования лазерной тяги. Для обеспечения эффективной лазерной тяги предложено уменьшить размер щели до дифракционного. Определены требования к качеству сборки и юстировки составного концентратора и к качеству лазерного пучка.

Авторы статьи благодарят за помощь в проведении экспериментов и полезные обсуждения результатов данной работы Сафронова А.Л. и Степанова В.В.

Работа выполнена частично в рамках проекта МНТЦ № 1801.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ageichik A.A., Egorov M.S., Rezunkov Yu.A. et al. Experimental study on thrust characteristics of Aerospace laser propulsion engine // Beamed Energy Propulsion. AIP Conf. Proc. 702 / Ed. by K. Komurasaki. 2004. P. 49–60.
2. Ageichik A.A., Egorov M.S., Rezunkov Yu.A. et al. Model test of the Aerospace Laser Propulsion engine // Beamed Energy Propulsion. AIP Conf. Proc. 766 / Ed. by Andrew Pakhomov. 2005. P. 183–194.
3. Schall W.O., Bohn W.L. Lightcraft experiments in Germany // Proc. SPIE. 2000. V. 4065. P. 472–480.
4. Irfuganov V.M., Kalinin V.P., Sergeev V.V. et al. Experimental investigation of Air-breathing mode of laser propulsion with elongate cylindrical models and CO₂ lasers of different pulse duration // Beamed Energy Propulsion, AIP Conf. Proc. 766. Ed. by A. Pakhomov. 2004. P. 195–204.
5. Myrabo L.N., Messitt D.G., Mead F.B. Flight experiments and evolutionary development of a laser propelled, trans-atmospheric vehicle // Proc. SPIE. Conference on High-Power Laser Ablation. 1998. V. 3343. P. 560–563.
6. Лууконен Р.А., Трофименко А.М. Эффективность преобразования энергии излучения в механический импульс в реактивном лазерном двигателе // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 7. С. 76–80.
7. Шеннон Р., Вайант Дж. Проектирование оптических систем. М.: Мир, 1983. 430 с.
8. Thaning A., Jaroszewicz Z., Friberg A.T. Diffractive axicons in oblique illumination: analysis and experiments and comparison with elliptical axicons // Appl. Opt. 2003. V. 42. № 1. P. 9–17.
9. Климентьев С.И., Купренюк В.И. Расчет aberrаций конических преобразователей сечения лазерного пучка // ОМП. 1991. № 7. С. 38–41.
10. Hongbin Shi, Zhaogu Cheng, Jinbo Jiang, Guoliang Xu Studies on misalignment of parabolic mirror in Lightcraft vehicle // Proc. SPIE. Ed. by C.R. Phipps. 2000. V. 4065. P. 371–378.
11. Слюсарев С.И. Методы расчета оптических систем. М.: Наука, 1981. 520 с.
12. Пейсахсон И.В., Ефимов В.А. Расчет хода лучей в произвольной оптической системе // ОМП. 1970. № 12. С. 21–23.
13. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, изд. 2-е, 1973. 720 с.
14. Park B.C., Eom T.B. Polarization properties of cube-corner retroreflectors // Appl. Opt. 1996. V. 35. № 22. P. 4327–4380.
15. Русинов М.М. Несферические поверхности в оптике. Расчет, изготовление, контроль. М.: Наука, 1996. 256 с.
16. Гаврилюк А.В., Зверев В.А. Параметрический синтез концентрической оптической системы из двух отражающих поверхностей // Оптический журнал. 1995. Т. 62. № 8. С. 44–48.