

БЕТА - РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННОМ СРАВНЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Е.И.Шубников, канд. техн. наук

– ВНИЦ "ГОИ им. С.И.Вавилова"

Предлагается использовать бета-распределение в качестве вероятностной модели сигнальной статистики при корреляционном сравнении изображений. Допустимость использования распределения проверялась на примере временных изменений изображений реальных сцен. Обработка изображений осуществлялась на голографическом корреляторе.

Поступила в редакцию 14.07.95

Введение

В корреляционно-экстремальных системах, нейронных сетях и ряде других систем обработки изображений, в том числе и оптических, широко распространенной операцией является корреляционное сравнение сенсорного и эталонного (обучающего) изображений. При этом для определения характеристик обнаружения, ошибок или других рабочих характеристик системы необходимо знание статистик сигналов и помех.

В оптической локации для описания статистики помех обычно используют распределения Гаусса или Пуассона. Это связано с физической природой помехи, которая там является шумом (тепловым или квантовым). Для описания статистики сигнала при стационарном потоке фотоэлектронов и поляризованном свете, когда время наблюдения превышает время когерентности, используют распределения Гаусса, Пуассона или экспоненциальное, в зависимости от отношения среднего числа фотоэлектронов на интервале наблюдения к числу ячеек фазового пространства сигнала (параметра вырождения). Если время наблюдения меньше времени когерентности, используется распределение Бозе-Эйнштейна. Все эти распределения являются частным случаем формулы Мандела [1].

Ситуация осложняется, когда сигнал нестационарен и зависит от помех в канале передачи и обработки и мерцания цели. Поскольку полное априорное знание часто затруднено, в качестве статистики сигнала используется распределение Гаусса, что является математически простым и удобным, а иногда, например, при наличии многих независимых помех, и оправданным. Так же можно поступить при корреляционной обработке изображений. Однако распределение Гаусса является неограниченным, тогда как сигналы корреляционного вычитателя ограничены верхним и нижним значениями коэффициентов корреляции. Поэтому неиз-

бежны ошибки на "хвостах" распределений. Таким образом, следует стремиться к использованию ограниченных распределений. Желательно также, чтобы форма распределения варьировалась в широких пределах, для того чтобы охватить различные частные применения. В ряде задач корреляционной обработки изображений можно определить статистику сигналов, пользуясь моделированием или натурными исследованиями. В данной работе в качестве сигнальной статистики систем с корреляционным сравнением изображений предлагается использовать бета-распределение.

1. Вероятностная модель

Бета-распределение является основным распределением математической статистики для непрерывных случайных величин, ограниченных с обеих сторон, и получается из распределения Финнера [2], когда объем выборки и коэффициент корреляции совокупности постоянны. Наиболее известно его использование для описания статистики выборочного коэффициента корреляции из нормальной совокупности. Оно употребляется также для распределения доли совокупности, заключенной между наименьшим и наибольшим значениями выборки, распределения суточного производства продукции, продолжительности этапа работы при календарном планировании [3], в качестве исходной информации при байесовском анализе вероятности успеха [4], при статистическом контроле качества, при исследовании и преобразовании изображений с целью согласования их со зрительной системой восприятия [5] и в теории надежности.

Плотность вероятности бета-распределения, определенная на интервале $[0, 1]$, имеет вид

$$f(x) = \frac{\Gamma(\gamma + \eta)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\eta)} x^{(\gamma-1)}(1-x)^{(\eta-1)}, \quad (1)$$

где $\gamma > 0$ и $\eta > 0$ - параметры формы, а Γ - гамма-функция. Область определения случайной величины можно распространить на любой ограниченный интервал, а меняя параметры γ и η , можно в широких пределах менять форму распределения:

1) при $\gamma < 1$ и $\eta < 1$ распределение имеет U-образную форму,

2) при $\gamma < 1$ и $\eta \geq 1$ распределение убывающее, а при $\gamma > 1$ и $\eta \leq 1$ - возрастающее,

3) при $\gamma > 1$ и $\eta > 1$ распределение одномодальное с максимумом в точке $x = (\gamma - 1) / (\gamma + \eta - 2)$,

4) при $\gamma = \eta = 1$ распределение равномерное, а при $\gamma = \eta$ симметрично,

5) при $\gamma = 2$ и $\eta = 1$ распределение треугольное, а при $\gamma = \eta = 2$ - параболическое.

Интегральная функция бета-распределения называется неполной бета-функцией и имеет вид

$$F(x) = \frac{\Gamma(\gamma + \eta)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\eta)} \int_0^x t^{\gamma-1} (1-t)^{\eta-1} dt, \quad (2)$$

Математическое ожидание и дисперсия распределения определяются выражениями (3) и (4):

$$M_x = \frac{\gamma}{\eta + \gamma}, \quad (3)$$

$$D_x = \frac{\eta\gamma}{(\eta + \gamma)^2(\eta + \gamma + 1)}, \quad (4)$$

а асимметрия и эксцесс (нормированные третий и четвертый моменты) - выражениями (5) и (6):

$$\beta_1 = \frac{2(\eta - \gamma)(\gamma + \eta + 1)^{0.5}}{(\eta\gamma)^{0.5}(\eta + \gamma + 2)}, \quad (5)$$

$$\beta_2 = 3(\gamma + \eta + 1) \frac{2(\gamma + \eta)^2 + \gamma\eta(\gamma + \eta - 6)}{\eta\gamma(\gamma + \eta + 2)(\gamma + \eta + 3)}. \quad (6)$$

Обобщенная плотность вероятности бета-распределения для интервала $[x_1, x_2]$ имеет вид

$$f(x, x_1, x_2) = \frac{1}{x_2 - x_1} \frac{\Gamma(\gamma + \eta)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\eta)} \left[\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right]^{\gamma-1} \left[1 - \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right]^{\eta-1}. \quad (7)$$

2. Экспериментальные результаты

Проверка допустимости применения этой вероятностной модели при корреляционном сравнении изображений проводилась на примере временных изменений изображений реальных сцен в течение определенного времени года. Использовались фотоизображения сцен, полученные при настильных и вертикальных углах наблюдения в различное время, но в течение одного сезона. В первом случае съем-

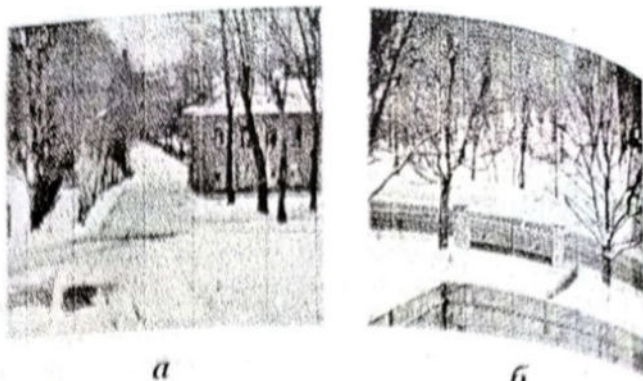


Рис.1 Изображения сцен: а) сцена 1, б) сцена 2

ки проводились с возвышенной точки, во втором - не использовалась аэрофотосъемка. Чтобы устранить влияние масштабных и ракурсных искажений (искажений "за рельеф"), изображения регистрировались из одной точки пространства. В первом случае это достигалось фиксированием точки съемки, во втором - выводом самолета в фиксированную точку пространства специальными навигационными методами. Остаточные масштабные искажения во втором случае устранялись в корреляционном вычислителе. При этом использовался стационарный голографический коррелятор Государственного оптического института для обработки изображений на фотоносителе. Влияние нелинейности фотоносителя устранялось фиксированием типа пленки и режима ее обработки. Таким образом, оставались только временные изменения изображений сцены, зависящие от времени года и изменения условий освещения, а также собственные ошибки аналогового вычислителя (<10%). В данной статье приводятся результаты обработки изображений для настильных углов наблюдения.

На рис. 1 приведены изображения двух сцен, использованных для исследований. В качестве эталона сравнения во всех экспериментах использовалась первая зимняя реализация сцены. Она записывалась в виде голографического фильтра Фурье, и на корреляторе измерялся коэффициент корреляции эталона с реализацией, полученной в другое время в фиксированной полосе пространственных частот. Затем строились гистограммы распределения коэффициентов корреляции для временной базы около двух с половиной месяцев. Размерность выборки в среднем равнялась 20. Таким образом, исследовалась статистика сигналов корреляционной экстремальной системы при работе зимой, весной, летом и осенью, а генеральной совокупностью являлись все возможные величины коэффициентов корреляции изображений сцены в течение конкретного сезона. Можно также сказать, что исследовалась временная изменчивость сцены по интегральному корреляционному критерию сходства. На рис. 2 и 3 приведены гистограммы результатов измерений, причем интервалы выбраны с учетом

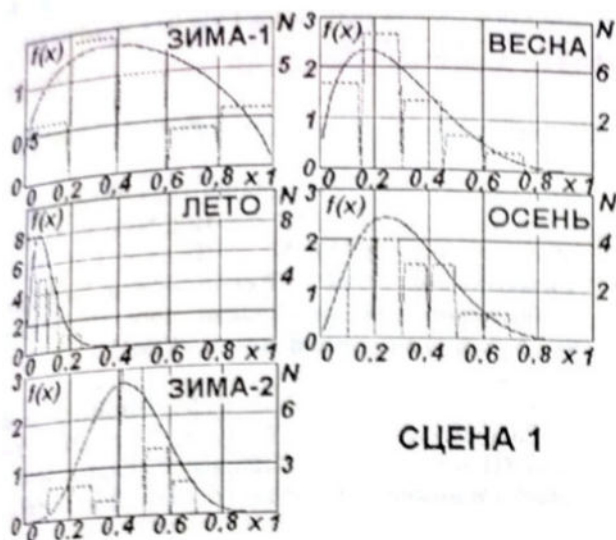


Рис. 2 Экспериментальные результаты и теоретические распределения для сцены 1

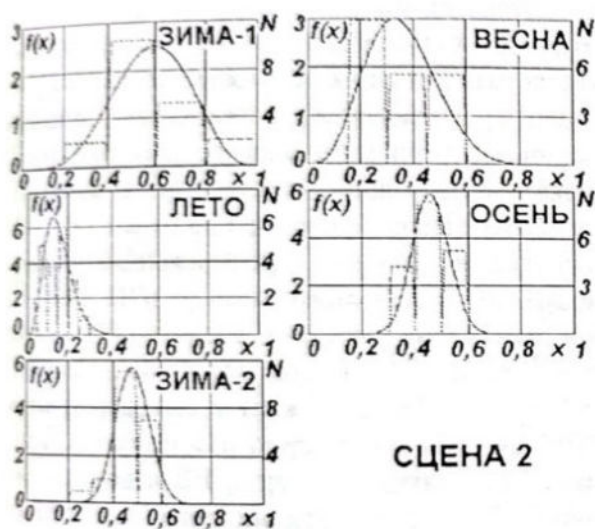


Рис. 3 Экспериментальные результаты и теоретические распределения для сцены 2

Таблица 1 (Сцена 1)

Сезон	Оценки						
	γ	η	β_1	β_2	M	σ	P
Зима-1	1,39	1,71	1,63	1,66	0,45	0,25	0,22
Весна	1,67	4,27	0,65	3,30	0,28	0,17	0,50
Лето	2,44	23,4	1,03	14,6	0,09	0,056	0,33
Осень	2,41	5,36	0,5	3,5	0,31	0,16	0,20
Зима-2	5,08	6,64	0,14	3,44	0,43	0,14	0,026

Таблица 2 (Сцена 2)

Сезон	Оценки						
	γ	η	β_1	β_2	M	σ	P
Зима-1	5,74	4,19	-0,175	2,81	0,58	0,15	0,04
Весна	4,63	8,36	0,30	4,09	0,36	0,13	0,25
Лето	4,87	27,2	0,66	11	0,15	0,063	0,025
Осень	24,7	29,3	0,05	5,35	0,46	0,067	0,25
Зима-2	24,4	26,6	0,023	5,11	0,48	0,07	0,02

где \bar{x} и $S^2 = \overline{(x - \bar{x})^2}$ представляли выборочные несмещенные оценки среднего и дисперсии коэффициентов корреляции, полученных в результате измерений на соответствующих временных интервалах. Полученные распределения также приведены на рис. 2 и 3.

Затем проводилась проверка статистической гипотезы применимости бета-распределения для определенных вышеуказанным образом генеральных совокупностей по критерию согласия хи-квадрат. В таблицах 1 и 2 приведены выборочные оценки среднего, стандартного отклонения, параметров формы, а также вероятность принятия гипотезы P для всех экспериментов. Видно, что в подавляющем большинстве случаев P превышает обычно используемый уровень значимости 0,01 - 0,1 и нет достаточных оснований отвергнуть предложенную вероятностную модель.

Эксперименты для вертикальных углов наблюдения показали аналогичные результаты. Из девяти проведенных серий измерений лишь в трех вероятность P была ниже 0,1 (но выше 0,01). Средняя размерность выборки в этих сериях равнялась 37.

Заключение

Определение статистики сигнальной функции является непростой задачей и в сильной степени зависит от решаемой проблемы. Статистическая значимость предложенной вероятностной модели для других применений (генеральных совокупностей) требует дополнительной проверки. Однако даже без этого предложенная вероятностная модель

$$\hat{\eta} = \frac{1 - \bar{x}}{S^2} [\bar{x}(1 - \bar{x}) - S^2], \quad (8)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{\bar{x}\hat{\eta}}{1 - \bar{x}}, \quad (9)$$

по указанным выше причинам является более предпочтительной по сравнению с нормальной моделью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mandel L. Intensity Fluctuations of Partially Polarized Light // Proc. Phys. Soc.- 1963. - V. 81. - P. 1104-1114.
2. Cramer H. Mathematical Methods of Statistics. - Stockholm, 1946 (Перевод: Крамер Г. Математические методы статистики. - М.: Мир, 1975).
3. Malcolm D.G., Roseboom J.H., Clark C.E., Fazar W. Application of a Technique for Research and Development Program Evaluation // Operations Research, 7, 646 (1959).
4. Schlaifer R. Probability and Statistics for Business Decisions. - McGraw-Hill, New York, 1959.
5. Мирошников М.М., Нестерук В.Ф., Тимофеева Г.Ф. Преобразование оптических изображений для информационного согласования их со зрительным восприятием // ОМП. - 1991. - № 11. - С.4-13.
6. Hahn G.J., Shapiro S.S. Statistical Models in Engineering. - John Wiley & Sons, New York, 1967 (Перевод: Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. - М.: Мир, 1969).

Работа выполнена при частичной поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект 95-02-05892-а).