ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

УДК 535.14

КАСКАДНО-ЛАВИННАЯ АП-КОНВЕРСИЯ И ГЕНЕРАЦИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ЭЛЕКТРОН-ДЫРОЧНЫХ ПАР В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ ТИПА II С ГЛУБОКИМИ КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

© **2006 г.** **Е. Ю. Перлин**, доктор физ.-мат. наук; **А. В. Иванов**; **Р. С. Левицкий**

ВНЦ "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", Санкт-Петербург

E-mail: smperlin@online.ru

Исследована возможность образования фотонной лавины в гетероструктурах типа II с глубокими квантовыми ямами. Пороговые интенсивности ИК света, вызывающего лавину, составляют сотни киловатт на квадратный сантиметр. Показано, что с помощью механизма фотонной лавины можно осуществить генерацию неравновесных электрон-дырочных пар слабым ИК светом с энергией кванта, в 3–5 раз меньшей ширины запрещенной зоны полупроводника. Энергии переключения системы между состояниями с сильным и слабым поглощением света накачки составляют от единиц до десятков пикоджоулей на квадратный микрометр.

Коды OCIS: 160.6000.

Поступила в редакцию 10.06.2005.

1. Введение

В работе [1] был рассмотрен эффект фотонной лавины (ЭФЛ) в материале с глубокими легированными квантовыми ямами (КЯ). Предлагаемая в настоящей работе схема ЭФЛ в системе с КЯ типа II существенно отличается от рассмотренной в [1] и позволяет при умеренных интенсивностях накачки получить люминесценцию с длиной волны, в 3–5 раз большей, чем длина волны возбуждающего света. При этом энергия переключения $E_{sw} \approx 1$–10 пДж/мкм^2, т. е. на 4–5 порядков ниже, чем в системе примесных редкоземельных ионов. Заметим, что строгое рассмотрение предложенной схемы сопряжено с весьма значительными трудностями. Тем не менее, есть основания рассчитывать на то, что в рамках принятого в работе упрощенного подхода удается получить качественную картину процесса, основные особенности которой сохранятся и при более детальном анализе.

Процессы генерации сильным низкочастотным светом неравновесных электрон-дырочных пар (ЭДП) в полупроводниках и диэлектриках изучены достаточно подробно (см., например, [2]). К числу этих процессов относятся межзонное туннелирование в сильном электромагнитном поле, многофотонные межзонные переходы, каскадные переходы через локальные уровни в запрещенной зоне и лавинная генерация пар. В случае лавинного механизма свободные носители (электроны или дырки) должны обладать кинетической энергией, достаточной для рождения новой ЭДП. Приобрести такую энергию они могут в поле лишь очень сильной электромагнитной волны за счет каскада непрямых внутризонных переходов, вероятности которых быстро убывают с ростом частоты света ω. Промежуточное положение между "обычной" многофотонной и лавинной генерацией ЭДП занимают многофотонные процессы оже-типа [3, 4]. В этом случае основная часть энергии, необходимой для рождения ЭДП, поступает за счет поглощения нескольких фотонов и лишь остаток – за счет малой по сравнению с шириной запрещенной зоны E_g кинетической энергии разогретого светом свободного электрона или дырки. Для всех перечисленных выше процессов генерация сколько-нибудь значительного количества ЭДП с энергией, большей $3\hbar\omega$, оказывается возможной лишь при интенсивностях света $j \gtrsim 10^9$ Вт/см^2. Сказанное относится и к многофотонной генерации ЭДП в системах с КЯ, хотя в таких системах скорость генерации убывает с ростом числа фотонов, участвующих в элементарном акте перехода, медленнее, чем в объемных материалах [5]. Мы здесь исключаем из рассмотрения излучение дальнего ИК диапазона, для которого в ряде случаев велики вероятности переходов с участием большого числа фотонов [6–8], и считаем, что частота света ω велика по сравнению с энергиями колебательных возбуждений кристалла.

В данной работе фактически предлагается принципиально новый и исключительно эффективный механизм, позволяющий генерировать большое

число неравновесных ЭДП с энергией возбуждения ~3–5$\hbar\omega$ при умеренных интенсивностях длинноволнового света $j \sim 10^4$–10^6 Вт/см^2.

2. Схема каскадно-лавинной ап-конверсии в КЯ типа II

Рассмотрим гетероструктуру с зонной схемой типа II, состоящую из компонент A и B (рис. 1). Область с шириной $2a$, занимаемая компонентой A гетероструктуры (область A), является прямоугольной ямой для электронов с глубиной U_c и прямоугольным барьером для дырок высотой U_v. Считаем, что глубина ямы U_c достаточно велика (~ 1,5–2 эВ). Вне указанной области находится компонента B (область B). Как и в статье [1], считаем, что в яме для электронов имеются три подзоны размерного квантования и что энергетические зазоры между подзонами $\hbar\omega_{ij}$ велики по сравнению с температурой среды. Предполагается также, что $\omega_{32} > \omega_{21}$, а частота падающего света $\omega \approx \omega_{32}$ ($\hbar\omega \approx 0{,}5$–$0{,}8$ эВ). В отличие от [1] считается, что в равновесных условиях электронные состояния в КЯ не заселены (рассматривается также случай, когда имеется небольшое число электронов в подзоне 1 (см. разд. 4)). При малых интенсивностях света j появляется лишь небольшое число неравновесных электронов в подзоне 1 за счет однофотонных (ОФ) либо двухфотонных (ДФ) непрямых (в $\mathbf{r}$-пространстве) переходов из состояний валентной зоны v в области B. Поскольку частота света больше частоты прямых переходов ω_{21} между подзонами 1 и 2, между этими подзонами могут идти лишь слабые непрямые (в $\mathbf{k}_\perp$-пространстве) переходы. Быстрые резонансные фотопереходы могли бы идти между подзонами 2 и 3, но эти подзоны при малых j остаются практически пустыми. Картина резко меняется при высоких значениях j. За счет двухступенчатого каскада слабых переходов между валентной зоной в области B и нижней подзоной 1 в КЯ и между подзонами 1 и 2 некоторое число электронов все же оказывается в состояниях с $\mathbf{k}_\perp \neq 0$ подзоны 2. Далее развивается фотонная лавина, как это описывается в [1]. Подчеркнем, что ядром описанного там механизма (назовем его механизмом I) запуска фотонной лавины является сильное поглощение света на переходах между возбужденными состояниями системы в сочетании с оже-переходом $31 \to 22$, ведущим к размножению электронов в подзоне 2.

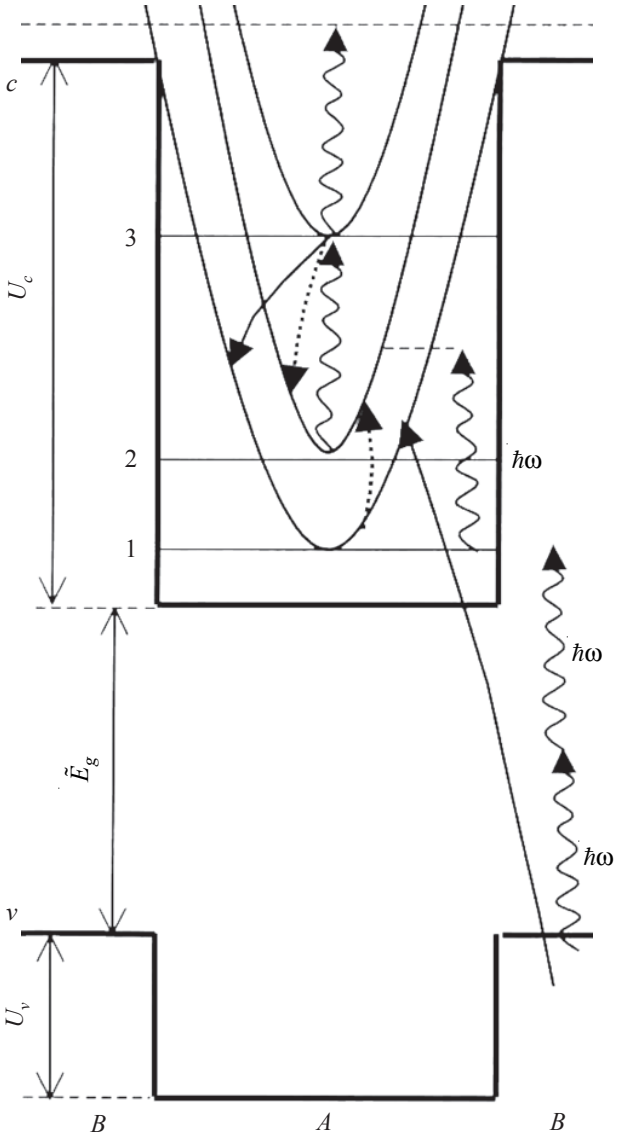


Рис. 1. Схема переходов в квантовой яме типа II при каскадно-лавинной ап-конверсии. Вертикальные волнистые линии со стрелками обозначают оптические переходы, сплошные – оже-переходы $3v \to 11$, пунктирные – оже-переходы $31 \to 22$.

В отличие от модели ЭФЛ в легированной КЯ [1], в случае ЭФЛ в гетероструктуре типа II появляется и играет существенную роль еще один процесс оже-типа $3v \to 11$: электрон из подзоны 3 взаимодействует с электроном из валентной зоны области B и они оба попадают в подзону 1 (см. ниже разд. 4). При этом увеличивается общее число электронов в КЯ, что приводит к снижению пороговой интенсивности света j_{th}. Этот процесс оже-типа в сочетании с механизмом I, обеспечивающим, в частности, переход электронов из подзоны 1 в подзону 3, образует ядро еще одного лавинного механизма (механизм II).

Как показывают проведенные в данной работе расчеты, в случае ОФ накачки затравочных электронов в подзону 1 для получения каскадно-лавинной генерации пар, в принципе, было бы достаточно одного механизма I. Однако механизм II при этом играет важную роль, значительно понижая пороговое значение интенсивности. В случае ДФ накачки (в разумном диапазоне значений параметров) механизм I должен для запуска лавины обязательно дополняться механизмом II. Механизм II сам по себе (при чисто каскадном возбуждении в канале $1 \to 3$) не способен вызвать ЭФЛ.

В данном разделе мы также явно включаем в рассмотрение фотопереходы из подзоны 3 в состояния непрерывного спектра зоны проводимости c, процессы захвата электронов из непрерывного спектра на уровни в КЯ и процессы рекомбинации неравновесных фотовозбужденных электронов и дырок.

3. Фотопереходы между состояниями электронов в квантовой яме и состояниями непрерывного спектра в валентной зоне и зоне проводимости

Для оценки вероятностей оптических переходов между состояниями непрерывного спектра валентной зоны v и зоны проводимости c и состояниями подзон размерного квантования в яме для электронов в области A воспользуемся простейшей моделью с однозонными волновыми функциями:

$$\psi_n(\mathbf{r}) = \sum_{\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R}_i} e^{i\mathbf{k}_\perp \mathbf{R}_i} \beta_n\left(R_{i\|}\right) e^{i\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_i)} u_{n,\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r}), \qquad (1)$$

где $u_{n,\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r})$ – блоховские амплитуды для n-й зоны. В приведенных ниже формулах фигурируют безразмерные координаты и волновые векторы, измеряемые соответственно в единицах a и a^{-1}. Огибающие четные (+) и нечетные (–) волновые функции в валентной зоне, где область A представляет собой барьер для дырок с высотой U_v, и огибающие волновые функции для электронных состояний в КЯ с глубиной U_c имеют вид

$$\beta_v^{(\pm)}(z) = \frac{1}{2L^{1/2}} \begin{cases} e^{-ik_{v\|}(z+1)} + e^{ik_{v\|}(z+1)}\gamma^{(\pm)}, & z < -1, \\ \dfrac{\varphi^{(\pm)}}{\gamma_+^{(\pm)}}, & -1 \le z \le 1, \\ e^{ik_{v\|}(z-1)} + e^{-ik_{v\|}(z-1)}\gamma^{(\pm)}, & z > 1, \end{cases}$$

$$\beta_{k_i}^{(\pm)}(z) = \sqrt{\frac{\eta_i}{a(1+\eta_i)}} \begin{cases} e^{\eta_i(z+1)} \begin{cases} \cos k_i, \\ -\sin k_i, \end{cases} & z < -1, \\ \begin{cases} \cos k_i z, \\ \sin k_i z, \end{cases} & -1 \le z \le 1, \\ e^{-\eta_i(z-1)} \begin{cases} \cos k_i, \\ \sin k_i, \end{cases} & z > 1, \end{cases} \qquad (2)$$

где

$$\varphi^{(\pm)}(z) = \begin{cases} -\mathrm{sh}\kappa z, \\ \mathrm{ch}\kappa z, \end{cases} \quad \gamma^{(\pm)} = \frac{\gamma_-^{(\pm)}}{\gamma_+^{(\pm)}}, \quad \gamma_\pm^{(\pm)} = \begin{cases} ik_{v\|}\mathrm{ch}\kappa \pm \kappa \mathrm{sh}\kappa, \\ ik_{v\|}\mathrm{sh}\kappa \pm \kappa \mathrm{ch}\kappa, \end{cases}$$

$$k_{v\|} = \frac{a}{\hbar}\sqrt{2m_v E_{v\|}}, \quad \kappa = \frac{a}{\hbar}\sqrt{2m_v\left(U_v - E_{v\|}\right)}, \qquad (3)$$

$$\eta_i = \sqrt{k_0^2 - k_i^2}, \quad k_0 = \hbar^{-1}\sqrt{2m_c a^2 U_c}.$$

Для четных и нечетных состояний в яме величины k_i определяются как корни трансцендентных уравнений

$$\mathrm{tg}k_i = \eta_i/k_i, \; \mathrm{tg}k_i = -k_i/\eta_i. \qquad (4)$$

Для интегралов перекрывания волновых функций валентной зоны и волновых функций первого и второго уровней в КЯ имеем соответственно

$$I_1^{(+)} = \nu_1^{(+)}\left[\xi_1 \cos k_1\left(\eta_1 \mathrm{ch}\kappa + \kappa \mathrm{sh}\kappa\right) + \right.$$
$$\left. + \zeta_1\left(k_1 \mathrm{ch}\kappa \sin k_1 + \kappa \mathrm{sh}\kappa \cos k_1\right)\right], \qquad (5)$$

$$I_2^{(-)} = -\nu_2^{(-)}\left[\xi_2 \sin k_2\left(\kappa \mathrm{ch}\kappa + \eta_2 \mathrm{sh}\kappa\right) + \right.$$
$$\left. + \zeta_2\left(\kappa \mathrm{ch}\kappa \sin k_2 - k_2 \cos k_2 \mathrm{sh}\kappa\right)\right], \qquad (6)$$

где

$$\nu_i^{(\pm)} = 2i\sqrt{\frac{a\eta_i}{L(1+\eta_i)}}\frac{k_{v\|}}{\xi_i \zeta_i \gamma_-^{(\pm)}},$$
$$\xi_i = k_i^2 + \kappa^2, \quad \zeta_i = k_{v\|}^2 + \eta_i^2. \qquad (7)$$

Выражения для вероятностей ОФ и ДФ переходов между валентной зоной и подзоной 1 имеют вид

$$\frac{W_{v1}^{(1,2)}}{S} = \frac{1}{2\pi^2\hbar}\int d^2k_\perp \int dk_{v\|}\left|\tilde{M}_1^{(1,2)}\left(k_{v\|}\right)\right|^2 \delta \times$$
$$\times\left(\frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_r} + \frac{\hbar^2 k_{v\|}^2}{2m_v} - a^2\Delta_v^{(1,2)}\right), \qquad (8)$$

$$\Delta_v^{(p)} = p\hbar\omega - E_{01} - \tilde{E}_g, \; \tilde{M}_1^{(1,2)}\left(k_{v\|}\right) = \sqrt{\frac{L}{a}}M_1^{(1,2)}\left(k_{v\|}\right),$$

$$M_1^{(1)}\left(k_{v\|}\right) = i\frac{eF_\omega}{m\omega}p_{vc}I_1^{(+)}, \qquad (9)$$

$$M_1^{(2)}\left(k_{v\|}\right) = \left(\frac{eF_\omega}{m\omega}\right)^2 \frac{p_{vc}}{a}\left\{\frac{mk_{v\|}}{m_v\omega}I_1^{(+)} + \frac{2\,i\,\hbar\cos k_1 \sin k_2}{E_{01} - E_{02} - \hbar\omega}\sqrt{\frac{\eta_1\eta_2}{(1+\eta_1)(1+\eta_2)}}\left[\frac{\eta_1}{\eta_1+\eta_2} + \frac{k_1\left(k_2 \mathrm{tg}k_1 \mathrm{ctg}k_2 - k_1\right)}{k_1^2 - k_2^2}\right]I_2^{(-)}\right\}, \qquad (10)$$

где $m_r^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$, $E_{0i} = \hbar^2 k_i^2/2m_c$ – энергия i-й подзоны при $\mathbf{k}_\perp \neq 0$, m – масса свободного электрона, p_{vc} – обычный межзонный элемент оператора импульса, $\tilde{E}_g$ – энергетический зазор между потолком валентной зоны в области B и дном КЯ в области A, F_ω – амплитуда поля электромагнитной волны, век-

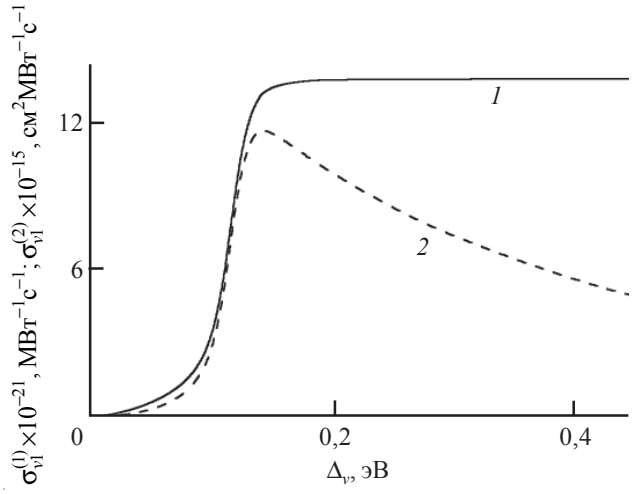


Рис. 2. Сечения одно- и двухфотонного поглощений на переходах между валентной зоной в области B и нижней подзоной в квантовой яме. $1 - \sigma_{v1}^{(1)}$, $2 - \sigma_{v1}^{(2)}$.

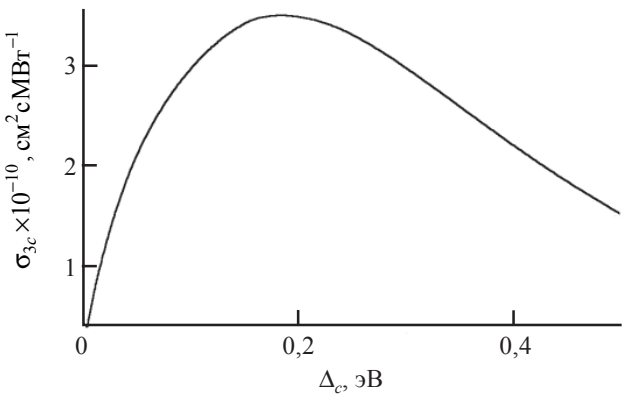


Рис. 3. Зависимость сечения поглощения света на переходе $3 \to c$ от $\Delta_c = E_{3c} + \hbar\omega - U_c$.

тор поляризации которой направлен вдоль оси роста. Здесь и далее энергии отсчитываются от дна КЯ в области A.

Выполняя интегрирование по $d^2k_\perp$ с помощью δ-функции, получим

$$\frac{W_{v1}^{(1,2)}}{S} = \frac{2m_r}{\pi^2\hbar^3}\int\limits_0^{\frac{a}{\hbar}\sqrt{2m_v\Delta_v}} dk_{v\|}\left|\tilde{M}_1\left(k_{v\|}\right)\right|^2. \qquad (11)$$

На рис. 2 приведены зависимости $\sigma_{v1}^{(p)} = W_{v1}^{(p)}/(Sj^p)$ от Δ_v. Здесь и далее при численных расчетах использовались следующие значения параметров $U_c =$ $= 1{,}74$ эВ, $U_v = 0{,}1$ эВ, $a = 3$ нм, $m_v = 0{,}5m$, $m_c =$ $= 0{,}04m$. При расчете $\sigma_{v1}^{(2)}$ использовалось $\tilde{E}_g = 0{,}9$ эВ. При количестве КЯ на единицу длины вдоль оси роста наноструктуры $n_w \approx 5\times10^5$см$^{-1}$ коэффициент ОФ поглощения на переходах $v \to 1$ составляет 10^2–10^3 см$^{-1}$.

Приведем теперь выражение для вероятности оптического перехода между состоянием на дне подзоны 3 в КЯ и состоянием с энергией $E_c = \hbar^2k_c^2/2m_ca^2$ непрерывного спектра. Опуская подробности вычислений, получим

$$W_{3c} = \frac{16\,\pi\, m_c e^2 a^4}{\hbar^3 c\varepsilon_T(\omega)\, k_c} j\left|A_3A_k\left[j_1\left(k_c-k_3\right)+j_1\left(k_c+k_3\right)-2\cos k_3\cos\left(\gamma_c-\varphi-\psi\right)\sqrt{\gamma_c^2+\left(1+\eta_3\right)^2}\Big/\left(\gamma_c^2+\eta_3^2\right)\right]\right|^2, \qquad (12)$$

где c – скорость света в вакууме, $\varepsilon_T(\omega)$ – высокочастотная поперечная диэлектрическая проницаемость,

$$A_3 = \left[\left(k_3+\sin k_3\cos k_3\right)/k_3+\cos^2 k_3/\eta_3\right]^{-1/2},$$
$$A_k = \left[\sin^2 k_c + k_c^2\Big/\left(\left(k_c^2-k_0^2\cos^2 k_c\right)\right)\right]^{-1/2},$$
$$\gamma_c = \sqrt{k_c^2-k_0^2} \equiv \sqrt{2m_c\Delta_c}/\hbar,\ \ \Delta_c \equiv E_c - U_c, \qquad (13)$$
$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\left(k_c\operatorname{tg}\gamma_c - \gamma_c\operatorname{tg}k_c\right)/\left(k_c+\gamma_c\operatorname{tg}\gamma_c\operatorname{tg}k_c\right)\right],$$
$$\psi = \operatorname{arctg}\left\{\gamma_c^{-1}\left[-1+\eta_3\left(1+2\left(\gamma_c^2+2\eta_3+\eta_3^2\right)^{-1}\right)\right]\right\},$$

где $j_1(z) = \sin z/z^2 - \cos z/z$ – сферическая функция Бесселя 1-го рода. Дисперсия вероятности W_{3c} дана на рис. 3. Вообще говоря, зависимость W_{3c} от энергии, описываемая формулами (12), (13), является немонотонной и характеризуется резкими максимумами, связанными с виртуальными состояниями в непрерывном спектре. Эти максимумы, однако, проявляются при энергиях, по крайней мере, на порядок превышающих те, что актуальны для данной работы.

4. Вероятности переходов оже-типа $3v \to 11$

Рассмотрим оже-переходы следующего типа: электрон с двумерным волновым вектором $\mathbf{k}_{3\perp}$, находящийся в подзоне 3 КЯ, взаимодействует с электроном с волновым вектором $\mathbf{k}_v = (\mathbf{k}_{v\perp}, k_{v\|})$ в валентной зоне области B. В результате оба электрона переходят в подзону 1 КЯ в состояния с волновыми векторами $\mathbf{k}_{11\perp}$ и $\mathbf{k}_{12\perp}$. Переданный при этом импульс в плоскости, перпендикулярной к оси роста наноструктуры,

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{k}_{3\perp} - \mathbf{k}_{11\perp} = \mathbf{k}_{12\perp} - \mathbf{k}_{v\perp}. \qquad (14)$$

Как и при выводе формул (16), (17) из статьи [1] для вероятности переходов 31 → 22, представим кулоновское взаимодействие в виде разложения в трехмерный ряд Фурье и выполним ряд стандартных преобразований. В результате получим следующее выражение для прямого матричного элемента, построенного на функциях (1)–(4):

$$M^{(d)}_{\mathbf{k}_{3\perp},\,\mathbf{k}_{v\perp},\,\mathbf{k}_{3\perp}-\mathbf{q}_0,\,\mathbf{k}_{v\perp}+\mathbf{q}_0}=\frac{4\pi e^2}{a\varepsilon_L}\int dq_{\parallel}\iint dz_1dz_2\,\frac{e^{iq_{\parallel}(z_1-z_2)}}{q_0^2+q_{\parallel}^2}\beta_3^*(z_1)\beta_1(z_1)\beta_v^*(z_2)\beta_1(z_2)\Theta^{(cc)}_{-\mathbf{q}}\Theta^{(vc)}_{\mathbf{q}}, \tag{15}$$

где

$$\Theta^{(mn)}_{\mathbf{q}_0}=\int d\mathbf{r}u^*_{m,\,\mathbf{K}}(\mathbf{r})u_{n,\,\mathbf{K}+\mathbf{q}_0}(\mathbf{r}) \tag{16}$$

– интегралы перекрывания блоховских амплитуд для m и n-й зон, которые для простоты считаются зависящими только от $\mathbf{q}_0$, но не от $\mathbf{K}$. В свою очередь

$$\Theta^{(cc)}_{\mathbf{q}}\approx 1,\ \Theta^{(vc)}_{\mathbf{q}}\approx\boldsymbol{\chi}\mathbf{q}_0,\ \boldsymbol{\chi}\sim\frac{\hbar}{m}\frac{\mathbf{p}_{cv}}{E_g}, \tag{17}$$

где

$$\boldsymbol{\pi}=\mathbf{p}+\frac{\hbar}{4mc^2}[\boldsymbol{\sigma},\nabla V_L], \tag{18}$$

$\boldsymbol{\sigma}$ – матрица Паули, V_L – периодический потенциал решетки, $\mathbf{p}$ – оператор импульса. Выполняя в (15) интегрирование по $dq_{\parallel}$, получим

$$M^{(d)}_{\mathbf{k}_{3\perp},\,\mathbf{k}_{v\perp},\,\mathbf{k}_{3\perp}-\mathbf{q}_0,\,\mathbf{k}_{v\perp}+\mathbf{q}_0}\left(k_{v\parallel}\right)=\frac{4\pi^2e^2}{\varepsilon_L a^2}\chi_{\parallel}\left(i\tilde{I}_1+\sqrt{2}\cos\theta_{\mathbf{q}_0\boldsymbol{\pi}_{\perp}}\tilde{I}_2\right)\equiv\frac{4\pi^2e^2\chi}{S\varepsilon_L\sqrt{L}}\tilde{M}^{(d)}_{\mathbf{k}_{3\perp},\,\mathbf{k}_{v\perp},\,\mathbf{k}_{3\perp}-\mathbf{q}_0,\,\mathbf{k}_{v\perp}+\mathbf{q}_0}\left(k_{v\parallel}\right), \tag{19}$$

где

$$\tilde{I}_1=\iint dz_1dz_2e^{-q_0|z_1-z_2|}\mathrm{sign}(z_1-z_2)\times\\ \times\beta_3^*(z_1)\beta_1(z_1)\beta^{(+)*}_{vk_{v\parallel}}(z_2)\beta_1(z_2), \tag{20}$$

$$\tilde{I}_2=\\ =\iint dz_1dz_2e^{-q_0|z_1-z_2|}\beta_3^*(z_1)\beta_1(z_1)\beta^{(-)*}_{vk_{v\parallel}}(z_2)\beta_1(z_2). \tag{21}$$

Выражение для вероятности перехода запишем в виде

$$W_{3v,11}=\frac{e^4}{(2\pi)^2\hbar\varepsilon_L^2a^7}\int d^3k_v\int f(\mathbf{k}_{3\perp})d^2k_{3\perp}\int d^2q_0\left|M^{(d)}_{\mathbf{k}_{3\perp},\,\mathbf{k}_{v\perp},\,\mathbf{k}_{3\perp}-\mathbf{q}_0,\,\mathbf{k}_{v\perp}+\mathbf{q}_0}\left(k_{v\parallel}\right)+M^{(e)}_{\mathbf{k}_{3\perp},\,\mathbf{k}_{v\perp},\,\mathbf{k}_{3\perp}-\mathbf{q}_0,\,\mathbf{k}_{v\perp}+\mathbf{q}_0}\left(k_{v\parallel}\right)\right|^2\times\\ \times\delta\left[\Delta_v a^{-2}-\frac{\hbar^2k_{v\parallel}^2}{2m_v}+\frac{\hbar^2}{m_c}(\mathbf{k}_{3\perp}-\mathbf{k}_{v\perp})\mathbf{q}_0-\frac{\hbar^2q_0^2}{m_c}-\frac{\hbar^2k_{v\perp}^2}{2m_r}\right], \tag{22}$$

где

$$\Delta_v=\left(E_{03}-2E_{01}-\tilde{E}_g\right), \tag{23}$$

$f(\mathbf{k}_{3\perp})$ – функция распределения электронов в подзоне 3. Верхними индексами d и e отмечены прямой и обменный матричные элементы перехода. Вычисление семикратного интеграла в правой части (22) существенно упрощается, если учесть, что релаксация электронов внутри подзоны 3 происходит значительно быстрее других релаксационных процессов. В этом случае можно, не теряя точности вычислений, предположить, что все электроны в подзоне 3 находятся вблизи ее дна. Тогда в подынтегральной функции в правой части (22) можно положить $\mathbf{k}_{3\perp}=0$. При этом

$$\int f(k_{3\perp})d^2k_{3\perp}=(2\pi)^2n_3a^2. \tag{24}$$

Интегрирование по углам между $\mathbf{k}_{3\perp}$ и $\mathbf{q}_0$ снимается с помощью δ-функции. После некоторых вычислений получим

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{aug}}}=\frac{W_{3v,11}}{Sn_3}=\frac{e^4m_c\chi_{\parallel}^2}{2\hbar^3a^5\varepsilon_L^2}\int\limits_0^{k_{v\perp}^{(m)}}dk_{v\perp}\int\limits_0^{k_{v\parallel}^{(m)}}dk_{v\parallel}\int\limits_{\vartheta_-}^{\vartheta_+}\frac{dq_0^2\left|M^{(d)}_{q_0}\left(k_{v\parallel}\right)+M^{(e)}_{q_0}\left(k_{v\parallel}\right)\right|^2}{\sqrt{\left(q_0^2-\vartheta_-\right)\left(\vartheta_+-q_0^2\right)}}, \tag{25}$$

$$\vartheta_{\pm} = \frac{1}{2}\left(k_{v\perp} \pm \rho\right), \quad \rho = \sqrt{k_{v\perp}^2 + \frac{4m_c a^2}{\hbar^2}\left(\Delta_v - \frac{\hbar^2 k_{v\|}^2}{2m_v} - \frac{\hbar^2 k_{v\perp}^2}{2m_r}\right)}, \tag{26}$$

$$k_{v\|}^{(m)} = \sqrt{\frac{m_v}{2m_c}\left[\frac{4m_c a^2}{\hbar^2}\Delta_v + k_{v\perp}^2\left(1 + 2\frac{m_c}{m_v}\right)\right]}, \quad k_{v\perp}^{(m)} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{\frac{4m_v m_c}{2m_c + m_v}\Delta_v}. \tag{27}$$

Характерная зависимость $\tau_{\text{aug}}^{-1}(\Delta_v)$ изображена на рис. 4.

Обсудим роль разогрева носителей за счет внутриподзонного поглощения света. В случае обычной межзонной оже-рекомбинации учет разогрева (точнее, квазиравновесной нефермиевской части функции распределения (см., например, [3])) принципиально важен, так как лишь носители с кинетической энергией, превышающей определенное пороговое значение могут участвовать в оже-процессе. Для рассматриваемых в настоящей работе процессов оже-типа это не так – в них могут участвовать электроны в подзоне 3, даже если их кинетическая энергия равна нулю. Роль разогрева здесь в некотором смысле играет фотовозбуждение носителей на переходах между подзонами 2 и 3. Этот процесс учитывается в нашей модели явным образом. Нужно лишь, чтобы величины δ и Δ_v были положительными, что и предполагается в работе. В рассматриваемом нами случае глубоких КЯ и достаточно больших $\hbar\omega$ из-за малости коэффициента внутриподзонного поглощения света (на 2–3 порядка меньше, чем для межподзонного поглощения) разогрев электронов светом оказывается слабым. Так, в наиболее актуальной области интенсивностей $j \sim j_{\text{th}}$ изменение электронной температуры, как показывают грубые оценки, едва ли может превысить 10 K. Это, конечно, не может привести к каким-либо ощутимым последствиям для рассматриваемых в работе эффектов. В области высоких интенсивностей разогрев (в широком смысле) электронов должен приниматься во внимание наряду с другими факторами, осложняющими анализ в этом случае (см. заключительную часть разд. 5). Однако действительно существенную роль внутриподзонное фотовозбуждение носителей могло бы, в принципе, играть лишь при малых значениях δ, $\Delta_v \lesssim$ 30–50 мэВ. Заметим, что возможное увеличение вероятностей процессов оже-типа могло бы лишь увеличить эффективность рассматриваемого механизма каскадно-лавинной генерации пар, понижая пороговое значение j_{th} интенсивности света.

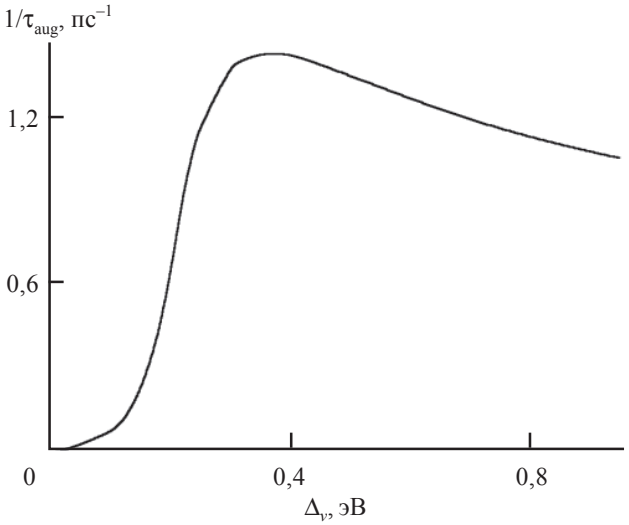


Рис. 4. Зависимость скорости оже-переходов $3v \to 11$ от $\Delta_v = E_{03} - 2E_{01} - E_v$.

5. Уравнения баланса для заселенностей

При составлении уравнений баланса следует иметь в виду, что при больших интенсивностях накачки j концентрации электронов в подзонах 2 и 3 становятся сопоставимыми и следует учитывать фотоиндуцированные переходы как с поглощением, так и с испусканием фотона. Сказанное не относится к переходам $v \to 1$, $1 \to 2$ и $3 \to c$, так как конечные состояния для этих переходов практически не заполнены из-за отдаленности от минимумов соответствующих подзон в КЯ или зоны проводимости. Обладая относительно большой кинетической энергией, электроны или дырки в этих конечных состояниях быстро теряют ее за счет внутризонной или внутриподзонной релаксации и покидают область резонанса.

Система уравнений для концентраций неравновесных дырок p в валентной зоне, электронов $n_{1,2,3}$ в трех подзонах зоны проводимости и электронов в непрерывном спектре зоны проводимости n_c имеет вид

$$\begin{aligned}
\dot{n}_c &= \sigma_{3c} j n_3 - W_{c3} n_c - d_c n_c \left(p_0 + p\right), \\
\dot{n}_3 &= W_{c3} n_c - \sigma_{3c} j n_3 - \left(W_{31} + W_{32} + \tau_{\text{aug}}^{-1}\right) n_3 + \\
&\quad + \sigma_{23} j \left(n_2 - n_3\right) - W_{31,22}\left(n_1, n_3\right), \\
\dot{n}_2 &= -W_{21} n_2 - \sigma_{23} j \left(n_2 - n_3\right) + \\
&\quad + W_{32} n_3 + 2W_{31,22}\left(n_1, n_3\right) + \sigma_{12} j n_1,
\end{aligned} \tag{28}$$

$$\dot{n}_1 = -\sigma_{12} j n_1 + W_{21} n_2 + W_{31} n_3 - W_{31,22}\left(n_1, n_3\right) + \\ + 2\tau_{\text{aug}}^{-1} n_3 + \sigma_{v1}^{(q)} j^q - d_1 n_1 \left(p_0 + p\right),$$

$$p = n_1 + n_2 + n_3 + n_c$$

с начальными условиями: n_2, n_3, n_c, $p = 0$, $n_1 = n_{10}$ при $t = 0$. В формулах (28) W_{c3} – скорость захвата электронов из непрерывного спектра зоны проводимости в подзону 3 КЯ. Индекс q принимает значения 1 или 2 для случаев ОФ и ДФ переходов между валентной зоной в области B и подзоной 1 в КЯ. В уравнениях (28) фигурируют "двумерные" концентрации p, p_0, n_c частиц непрерывного зонного спектра, которые отличаются от обычных концентраций $\tilde{p}$, $\tilde{p}_0$, $\tilde{n}_c$ множителем n_w (см. разд. 3, текст после формулы (11)): $\tilde{n}_c = n_c n_w$ и т. п. Члены $-d_c n_c(p_0 + p)$ и $-d_1 n_1(p_0 + p)$ описывают обычную бимолекулярную рекомбинацию электронов в зоне проводимости и в подзоне 1 с дырками в валентной зоне области B. Величина p_0 обозначает равновесную концентрацию дырок. Равновесную концентрацию электронов в зоне проводимости для простоты считаем равной нулю.

Состояния двух электронов в подзоне 2, куда они попадают в результате оже-перехода $31 \to 22$, в силу законов сохранения энергии и импульса характеризуются при не очень малых значениях расстройки резонанса $\omega - \omega_{21}$ относительно большими значениями волновых векторов $\mathbf{k}_{21\perp}$ и $\mathbf{k}_{22\perp}$. Тем не менее, в рассматриваемой здесь модели, как показывают численные расчеты, концентрация n_2 может при актуальных интенсивностях света j оказаться достаточной для заполнения этих состояний. При этом имеет место насыщение вероятностей оже-переходов, которое мы приближенно описываем множителем $\left[1 + (n_2/n_f)^r\right]^{-1}$. Приведенные ниже результаты численных расчетов получены при использовании значений $n_f \approx 3 \times 10^{12}$ см$^{-2}$, $r = 4$. Варьирование в разумных пределах значений n_f и r, равно как и вероятности W_{c3} захвата свободного электрона квантовой ямой, не приводит к качественному изменению результатов. Это обстоятельство, а также исследование зависимости решений (28) от других параметров (см. обсуждение в разд. 5), позволяют рассчитывать на то, что качественный характер результатов не изменится за счет многочастичных эффектов (см. обсуждение в [1], разд. 5). В принципе, изменение заселенностей электронов в подзонах 1, 2, 3 может оказывать некоторое влияние на величины $\sigma_{i,i+1}$. Тем не менее, этот эффект едва ли может быть существенным в рассматриваемом нами случае глубоких КЯ, когда при всех актуальных значениях концентраций n_i плазменные частоты электронов в яме ω_0 малы по сравнению с зазорами ω_{ij} между подзонами размерного квантования.

На рис. 5 показаны зависимости заселенностей $n_{1,2,3}$ и n_c от времени, прошедшего с момента включения накачки. На рис. 6 изображены зависимости времени установления квазиравновесного распределения электронов τ_{eq} от интенсивности накачки для ОФ и ДФ вариантов ЭФЛ.

На рис. 7 приведены зависимости квазиравновесных заселенностей $n_{1,2,3}$ и n_c от интенсивности накачки. В расчете были использованы следующие значения параметров, фигурирующих в правых частях уравнений (28): $a = 3 \times 10^{-7}$ см, $\alpha = 1{,}2$, $W_{31} = 0{,}02$ пс$^{-1}$, $W_{c3} = 0{,}01$ пс$^{-1}$, $W_{32} = 0{,}07$ пс$^{-1}$, $W_{21} = 0{,}1$ пс$^{-1}$, $\tau_{\text{aug}} = 2$ пс, $n_{10} = 0$, $\delta = 0{,}05$ эВ, $\sigma_{12} = 0{,}003$ см^2/пс МВт, $\sigma_{23} = 2$ см^2/пс МВт, $\sigma_{3c} = 0{,}025$ см^2/пс МВт, $\sigma_{v1}^{(1)} = 1{,}5 \times 10^{10}$ МВт$^{-1}$пс$^{-1}$, $\sigma_{v1}^{(2)} = 10^4$ см^{2}МВт$^{-2}$ пс$^{-1}$, $p_0 = 3 \times 10^{10}$ см^2, $d_1 = 0{,}01$ см^{2}с$^{-1}$, $d_c = 0{,}003$ см^{2}с$^{-1}$ (см. также разд. 3).

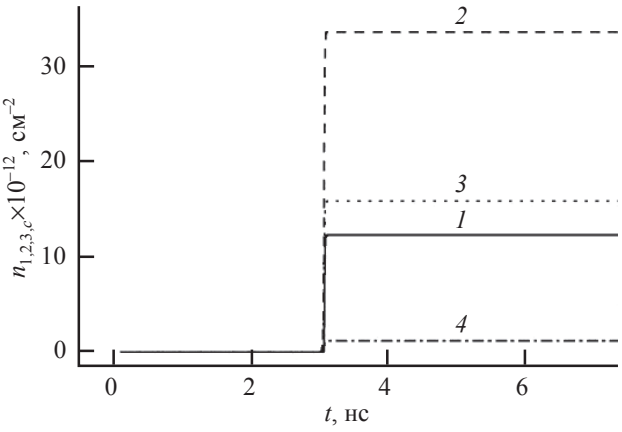


Рис. 5. Зависимости заселенностей подзон размерного квантования и зоны проводимости от времени с начала действия импульса накачки. *1* – n_1, *2* – n_2, *3* – n_3, *4* – n_c.

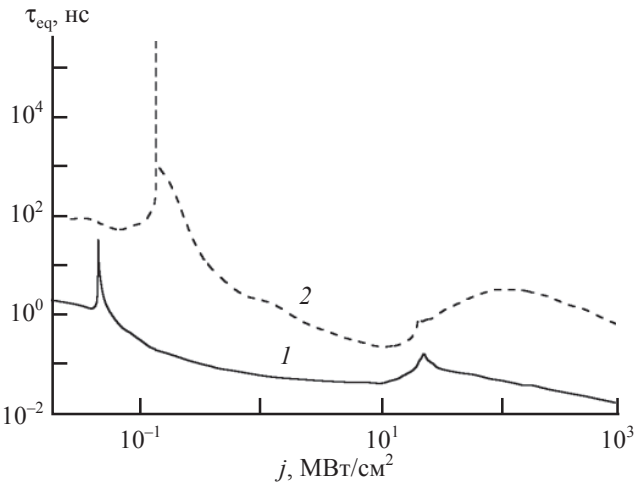


Рис. 6. Зависимости времени установления равновесных заселенностей от интенсивности накачки для одно- (*1*) и двухфотонного (*2*) вариантов ЭФЛ.

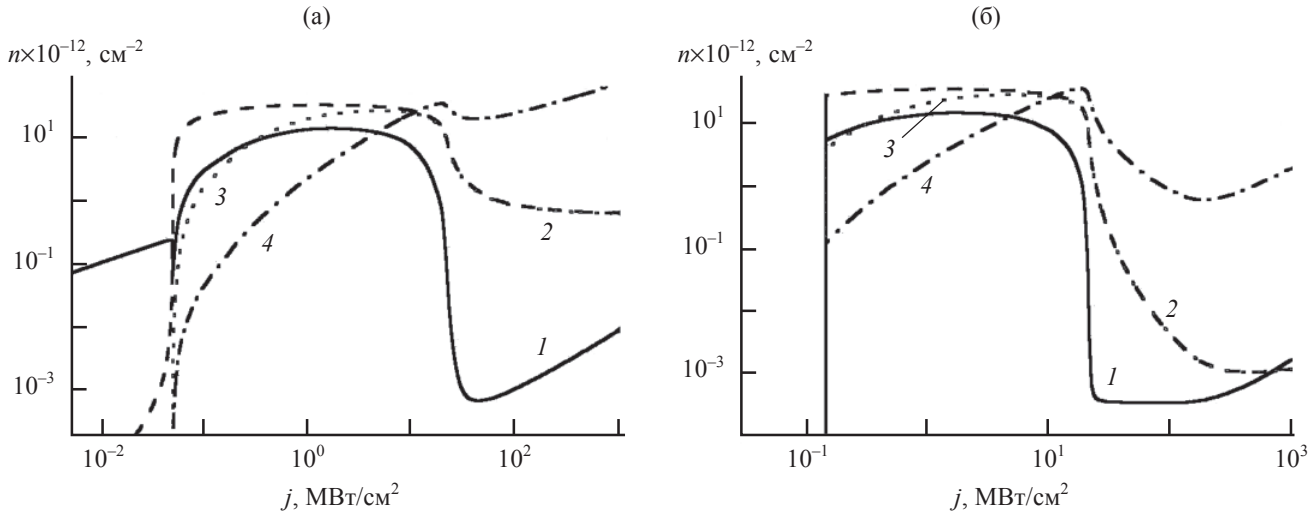


Рис. 7. Зависимости равновесных заселенностей от интенсивности света при одно- (а) и двухфотонных (б) переходах между валентной зоной и нижней подзоной размерного квантования. *1* – n_1, *2* –n_2, *3* – n_3, *4* – n_c.

Следует иметь в виду, что при $j \gg 10$ МВт/см^2 система уравнений баланса населенностей (28) заведомо неприменима. В этом случае частота Раби для переходов между подзонами 2 и 3 $\omega_R \gg 10^{13}$ с$^{-1}$, т. е. $\omega_R \gg \tau^{-1}$, где τ – характерное время релаксации импульса электрона в подзоне 2 или 3. В такой ситуации, где мы имеем дело с оптическим штарк-эффектом, требуется совсем иной подход (см., например, [9, 10]).

Кроме того, при $j > 10$ МВт/см^2 следует учесть еще разогрев электронов в поле световой волны и ряд нелинейных процессов. Тем не менее, мы привели зависимости $n_i(j)$ и для области больших j, чтобы продемонстрировать характер решений системы (28).

6. Обсуждение результатов

Очевидно, что система уравнений баланса (28) может дать лишь очень грубое описание кинетики фотоиндуцированных переходов в системе с КЯ типа II и, строго говоря, здесь требуется значительно более детальный подход. В то же время, как показывает приведенное ниже обсуждение, качественный характер результатов решения (28) не очень чувствителен к описанию элементарных процессов, приводящих в совокупности к ЭФЛ. Поэтому можно рассчитывать на то, что более строгое решение задачи не должно привести к качественной ревизии полученных в данной работе результатов. Следует иметь в виду, что такое строгое решение представляется чрезвычайно сложным.

Качественные особенности ЭФЛ в КЯ типа II практически одинаковы в случаях ОФ и ДФ переходов между валентной зоной в области *B* и нижней подзоной размерного квантования в области *A*. Поскольку, однако, при ДФ варианте ЭФЛ, во-первых, налагаются более слабые ограничения на параметры энергетического спектра гетероструктуры, во-вторых, достигается более высокое значение отношения энергии родившейся ЭДП к энергии кванта света накачки и, в-третьих, предельно четко выражен пороговый характер эффекта, будем в основном обсуждать результаты именно для этого случая.

Сложность “упрощенной” системы нелинейных уравнений (28) делает весьма затруднительным ее качественный анализ типа того, что проведен в разд. 2, и получение простых соотношений вроде формул (26), (27) работы [1]. Поэтому мы будем использовать результаты численных расчетов. На рис. 7 видно, что имеется пороговая интенсивность света $j = j_{\text{th}}$, при которой заселенности n_i ($i = 1, 2, 3$) и n_c скачком меняются на много порядков (n_1 изменяется на 5, а n_2 – на 10 порядков). Для использованных в расчете значений параметров $j_{\text{th}} \approx 149{,}3$ кВт/см^2. В широкой области $j_{\text{th}} < j < j_{\text{th}}^{(1)}$ ($j_{\text{th}}^{(1)} \approx 21{,}5$ МВт/см^2) происходит плавное изменение заселенностей: n_1 и n_2 достигают максимума и начинают уменьшаться, а n_3 и n_c монотонно возрастают, заселенности быстро падают. При значениях j вблизи $j_{\text{th}}^{(1)}$ происходит выравнивание заселенностей подзон 2 и 3. При этом запирается главный канал поглощения света – резонансные межподзонные переходы $2 \to 3$. Кроме того, из-за высокой концентрации электронов в подзоне 2 оказываются занятыми состояния в этой подзоне 2, являющиеся конечными для главного “лавинообразующего” процесса оже-типа $31 \to 22$. Наконец, увеличивается скорость бимолекулярной рекомбинации электронов и дырок. В совокупности это приводит к резкому уменьшению поглощаемой световой энергии и быстрому падению заселенностей при увеличении j в области $j \approx j_{\text{th}}^{(1)}$, хотя их изменение оказывается менее резким, чем вблизи j_{th}. При $j > j_{\text{th}}^{(1)}$ заселенности плавно меняются с интенсивностью. В этой области заселенности n_2 и n_3 практически одинаковы, при этом $n_c \gg n_{2,3} \gg n_1$.

Разумеется, при сравнении теории с экспериментом необходимо учитывать реальное распределение интенсивностей по профилю светового пучка.

Поскольку рассматриваемая модель каскадно-лавинной генерации пар включает много разнообразных процессов, возникает вопрос об устойчивости полученной картины нелинейной генерации ЭДП по отношению к изменению параметров, фигурирующих в уравнениях (28). Рассмотрим сначала, как влияет изменение параметров на значение пороговой интенсивности j_{th}. Зависимость j_{th} от начальной заселенности нижней подзоны n_{10} хорошо описывается формулой

$$j_{\text{th}}\left(n_{01}\right) \approx j_{\text{th}}(0)\left(1+\vartheta_1 n_{01}\right)\Big/\left(1+\vartheta_2 n_{01}\right), \qquad (29)$$

где при выбранных нами значениях остальных параметров $\vartheta_1 \approx 1{,}225\times10^{-9}$, $\vartheta_2 \approx 3{,}65\times10^{-9}$. Видно, что уже при $n_{01} \sim 10^9$ см$^{-2}$ пороговая интенсивность уменьшается в два с половиной раза по сравнению с $j_{\text{th}}(0)$. Это обстоятельство, в принципе, может быть использовано для управления светом с помощью света. Действительно, наличие (отсутствие) импульса дополнительного слабого света с частотой $\Omega \gtrsim 2\omega$, вызывающего переходы $v \to 1$, создает ситуацию, в которой фиксированная интенсивность j накачки оказывается выше (ниже) пороговой.

Зависимость j_{th} от сечения ДФ поглощения $\sigma_{v1}^{(2)}$ можно аппроксимировать формулой

$$j_{\text{th}}\left(n_{01}\right) \approx j_0 + \chi_0\Big/\left[1+\chi_1 \exp\left(\tilde{\sigma}_{v1}^{(2)}/\chi_2\right)\right], \qquad (30)$$

где $\tilde{\sigma}_{v1}^{(2)} = \sigma_{v1}^{(2)}/C$, $C = 10^4$ см^2 МВт$^{-2}$ пс$^{-1}$. При выбранных нами значениях других параметров $j_0 \approx$ $\approx 0{,}05965$ МВт/см^2, $\chi_0 \approx 477$ МВт/см^2, $\chi_1 \approx 5098$, $\chi_2 \approx 145{,}616$. При изменении $\tilde{\sigma}_{v1}^{(2)}$ в весьма широком интервале от 0,05 до 10^5 величина j_{th} уменьшается всего в три раза.

Зависимость j_{th} от скорости оже-переходов $3v \to 11$ описывается соотношением того же типа, что и (29):

$$j_{\text{th}}\left(n_{01}\right) \approx j_1\left(1+\pi_1\tau_{\text{aug}}^{-1}\right)\Big/\left(1+\pi_2\tau_{\text{aug}}^{-1}\right), \qquad (31)$$

где τ_{aug} измеряется в пикосекундах, а для принятых значений других параметров $j_1 \approx 0{,}801$ МВт/см^2, $\pi_1 \approx 13{,}92$, $\pi_2 \approx 82{,}54$. При увеличении τ_{aug}^{-1} от 0,005 до 50 пс$^{-1}$ j_{th} уменьшается менее чем в 5 раз.

Если одновременно изменить принятые нами в расчетах скорости бимолекулярной рекомбинации d_1 и d_c в ϕ раз, то для j_{th} получим

$$j_{\text{th}}(\phi) \approx j^{(0)} + \nu\phi^{\lambda}, \qquad (32)$$

где $j^{(0)} \approx 0{,}05$ МВт/см^2, $\nu \approx 0{,}09448$ МВт/см^2, $\lambda \approx$ $\approx 0{,}96913$. Так, при увеличении ϕ от 0,01 до 100 значения j_{th} увеличиваются от 0,05 до 6,6 МВт/см^2. Впрочем, нет серьезных оснований считать, что скорости рекомбинации могут соответствовать значениям $\phi \gg 1$. В области реалистических значений $\phi \lesssim 1$ пороговые интенсивности слабо зависят от скорости рекомбинации. В то же время вторая пороговая интенсивность $j_{\text{th}}^{(1)}$ (рис. 7) увеличивается с уменьшением ϕ. При этом спад заселенностей $n_{1,2,3}$ и n_c становится более плавным, теряет "критический" характер. Напомним, что к результатам для $j \gtrsim 10$ МВт/см^2 следует относиться осторожно, так как применимость уравнений баланса (28) в области столь высоких интенсивностей накачки вызывает сомнения.

В рассмотренной в статье [1] модели ЭФЛ в легированной КЯ, где полное число электронов в КЯ является фиксированным, пороговая интенсивность накачки не зависит от сечения фотоперехода $1 \to 2$ (см. [1], формула (26)). Аналогичным свойством обладает и ЭФЛ в примесных системах (см. ссылки [1–10] в статье [1]). По-иному обстоит дело в модели, рассматриваемой в настоящей статье. Здесь зависимость j_{th} от σ_{12} аппроксимируется выражением

$$j_{\text{th}}\left(\sigma_{12}\right) \approx j_{12}\left(1+f\sigma_{12}\right)\Big/\left(1+g_1\sigma_{12}+g_2\sigma_{12}^2\right), \quad (33)$$

где $j_{12} \approx 1{,}924$ МВт/см^2, $f \approx 1720$, $g_1 \approx 9181$, $g_2 \approx$ $\approx 5{,}287\times10^6$. При увеличении σ_{12} от 3×10^{-4} до $1{,}5\times10^{-2}$ см^{2}пс$^{-1}$МВт$^{-1}$ j_{th} уменьшается от 1,6 до 0,05 МВт/см^2. При $\sigma_{12} \gtrsim 10^{-2}$ см^2 пс$^{-1}$ МВт$^{-1}$, т. е. в случае, когда поглощение на переходах между первой и второй подзонами близко к резонансному, система уравнений (28) нуждается в соответствующей модификации. Причина отмеченного несовпадения результатов разд. 2 и 3 [1] и настоящей работы заключается в том, что в ситуации, рассмотренной в разд. 2, на переходе $1 \to 2$ идет поглощение света из основного состояния, а в данной работе – из возбужденного, тогда как поглощение из основного состояния идет на переходах $v \to 1$. Величина j_{th}, как мы видели, действительно слабо зависит от сечений $\sigma_{v1}^{(1,2)}$.

Времена установления равновесия τ_{eq} возрастают с уменьшением $\sigma_{v1}^{(1,2)}$ аналогично ситуации, рассмотренной в разд. 2, где они возрастают с уменьшением σ_{12} (см. для сравнения формулу (27) разд. 4 статьи [1]). На рис. 6 видно, что в случае ДФ переходов $v \to 1$ значения τ_{eq} оказываются на 1–2 и более (при $j \approx j_{\text{th}}$) порядков выше, чем в случае ОФ переходов. Это связано с неравенством $\sigma_{v1}^{(1)} \gg \sigma_{v1}^{(2)} j_{\text{th}}$.

Рассмотрим для сравнения чисто каскадную схему возбуждения ЭДП. Для этого исключим оже-переходы $31 \to 22$ и $3v \to 11$, но будем считать переходы между подзонами 1 и 2 резонансными, т. е. увеличим сечения σ_{12} на 3 порядка, оставляя значения

остальных параметров неизменными. Тогда при $j > j_{th}$ заселенности $n_{1,2,3}$ и n_c окажутся на много порядков (при $j = 200$ кВт/см^2 – на 7 порядков) меньшими, чем в предлагаемой здесь каскадно-лавинной схеме, эффективность которой, как мы видим, исключительно высока.

Примером гетероструктуры типа II с глубокими КЯ могут служить системы $In_{0,53}Ga_{0,47}As$ (область *A*)/ $AlAs_{0,56}Sb_{0,54}$ (ссылки [27, 28] в статье [1]) (зонные параметры этой системы близки к использованным в данном разделе) либо $In_{0,3}Ga_{0,7}As$ (область *A*)/AlAs (область *B*) (ссылка [29] в статье [1]).

Заключение

В работе показано, что при интенсивностях выше пороговых в гетероструктурах типа II с глубокими квантовыми ямами за счет эффекта фотонной лавины генерируется значительное число электрон-дырочных пар и, соответственно, появляется фотопроводимость в направлении оси роста наноструктуры и рекомбинационная фотолюминесценция с длиной волны, в 3–5 раз меньшей длины волны возбуждающего света.

Времена установления квазиравновесных заселенностей в электронной системе в зависимости от условий накачки могут лежать в нано- и пикосекундном диапазонах.

Зависимость пороговой интенсивности от заселенности нижней подзоны размерного квантования может быть использована для управления светом с помощью света.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 04-02-1675-а, 05-05-02-16212-а, 03-02-17196-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Перлин Е.Ю., Левицкий Р.С.* Фотонная лавина в легированных квантовых ямах: ап-конверсия и эффект переключения // Оптический журнал. 2006. Т. 73. № 1. С. .
2. *Горшков Б.Г., Епифанов А.С., Маненков А.А., Панов А.А.* Лазерное возбуждение неравновесных носителей в широкозонных диэлектриках // Лазерные исследования дефектов в полупроводниках и диэлектриках (Тр. ИОФАН. Т. 4) М.: Наука, 1986. С. 99–151.
3. *Перлин Е.Ю., Федоров А.В., Кашевник М.Б.* Многофотонное междузонное поглощение с участием свободных носителей в кристаллах // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 4. С. 1357.
4. *Данишевский А.М., Перлин Е.Ю., Федоров А.В*. Многофотонное поглощение с участием свободных электронов и фононов в *n*-InAs // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 4. С. 1319.
5. *Перлин Е.Ю.* Многофотонная генерация электрон-дырочных пар в квантовой яме // Опт. и спектр. 1997. Т. 82. № 2. С. 259.
6. *Ганичев С.Д., Ивченко Е.Л., Перлин Е.Ю. и др*. Многофотонное поглощение в полупроводниках в субмиллиметровом диапазоне // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 4. С. 1233.
7. *Minasian H., Avetisyan S.* Multiphoton absorption of intense electromagnetic laser radiation in narrow gap semiconductors // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. № 2. P. 963.
8. *Перлин Е.Ю., Иванов А.В.* Нелинейное поглощение субмиллиметрового излучения в квантовых ямах // Опт. и спектр. 1999. Т. 87. № 1. С. 42.
9. *Schmitt-Rink S., Shemla D.S., Miller D.A.B.* Linear and nonlinear optical properties of semiconductor quantum wells // Adv. in Phys. 1989. V. 38. № 2. P. 89.
10. *Перлин Е.Ю.* Оптический штарк-эффект при переходном двойном резонансе в полупроводниках // ЖЭТФ. 1994. Т. 105. № 1. С. 98.