

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЙЯНИЯ ЛУННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ИЗЛУЧЕНИЯ СОЛНЦА И ОТРАЖЕННОГО ЗЕМЛЕЙ СОЛНЕЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2004 г. В. Н. Хохлов, канд. физ.-мат. наук

ВНЦ "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", Санкт-Петербург

Изложены основные итоги моделирования рассеяния лунной поверхностью солнечного и земного излучений. Представлены результаты решения геометрической задачи, позволяющие вычислить распределение по лунной поверхности яркости рассеянного излучения в области спектра 300–2500 нм для произвольных распределений по диску Луны яркости рассеянного излучения Солнца при наблюдении с земной поверхности для различных лунных фаз. Результаты расчетов распределения яркости пепельного света по лунному диску представлены в виде изображений. Приведены данные, позволяющие определить наиболее благоприятные условия для количественных измерений.

Коды OCIS: 290.0290.

Поступила в редакцию 09.04.2004.

## Введение

Излучение Луны в большей части коротковолнового диапазона 0,15–4,0 мкм формируется за счет отражения лунной поверхностью прямого и отраженного Землей солнечного излучения. Отраженное Луной прямое солнечное излучение, рассеиваясь в земной атмосфере, является одним из источников ночного излучения атмосферы и должно учитываться при исследованиях слабых ночных эмиссий, континуума, серебристых облаков и иных слабосветящихся объектов.

Наблюдение пепельного света – свечения темной части лунного диска за счет отражения ее поверхностью излучения Земли в космос – используется как метод определения глобального альbedo Земли. Это альbedo, усредненное по времени, является определяющим фактором климата. Оно имеет синоптический, сезонный и годовой ход, а также долговременные изменения в течение солнечного цикла. Разнообразие механизмов, влияющих на величину альbedo, указывает на важность систематических и точных измерений яркости пепельного света, а значит и альbedo за длительный период. Для проведения таких измерений необходимы априорные представления об основных закономерностях изменения регистрируемых оптических характеристик. Эти априорные представления могут быть получены путем теоретического моделирования.

При расчетах и наблюдении яркости рассеянного в земной атмосфере лунного излучения следует учитывать, что в отличие от солнечного лунное излучение сильно зависит от фазового угла. При этом яркость освещенной Солнцем части лунного диска зависит от фазы Луны, а яркость тем-

ной части, освещенной земным излучением, – от фазы Земли. Эти зависимости создают определенные трудности при моделировании закономерностей изменения лунного излучения, так как требуется решать сферический, а не плоскопараллельный вариант задачи. Обычно в таких случаях прибегают к численному моделированию. В данной статье используется аналитический метод решения сферического варианта задачи, развитый в работах [1, 2].

## Рассеяние прямого солнечного излучения лунной поверхностью

Для определения яркости излучения освещенной Солнцем части лунного диска воспользуемся геометрической схемой, представленной на рис. 1. На этой схеме векторы  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{R}_M$  определяют положение наблюдателя и Луны относительно центра Земли соответственно, вектор  $\mathbf{S}_{\lambda,0}$  – направление распространения солнечной радиации;  $\mathbf{L}_P$  – вектор распространения излучения, рассеянного элементом лунной поверхности, расположенным в точке  $P$ , характеризуемой радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ . Вектор  $\mathbf{L}$  определяет положение наблюдателя относительно центра Луны.

В качестве основной системы координат примем геоцентрическую систему координат с репером  $(\xi, \eta, \zeta)$ , связь которой с эклиптической системой координат определена в [1]. В этой системе координат положение произвольного вектора  $\mathbf{R}_x$  будем описывать сферическими координатами  $R_x, \Theta_x$  и  $\Psi_x$ , причем вектор распространения солнечного излучения  $\mathbf{S}_{\lambda,0}$  имеет координаты  $S_{\lambda,0}, \Theta_S = \pi/2$  и  $\Psi_S = 0$ , а вектор  $\mathbf{R}$  – координаты  $R, \Theta$  и  $\Psi$ .

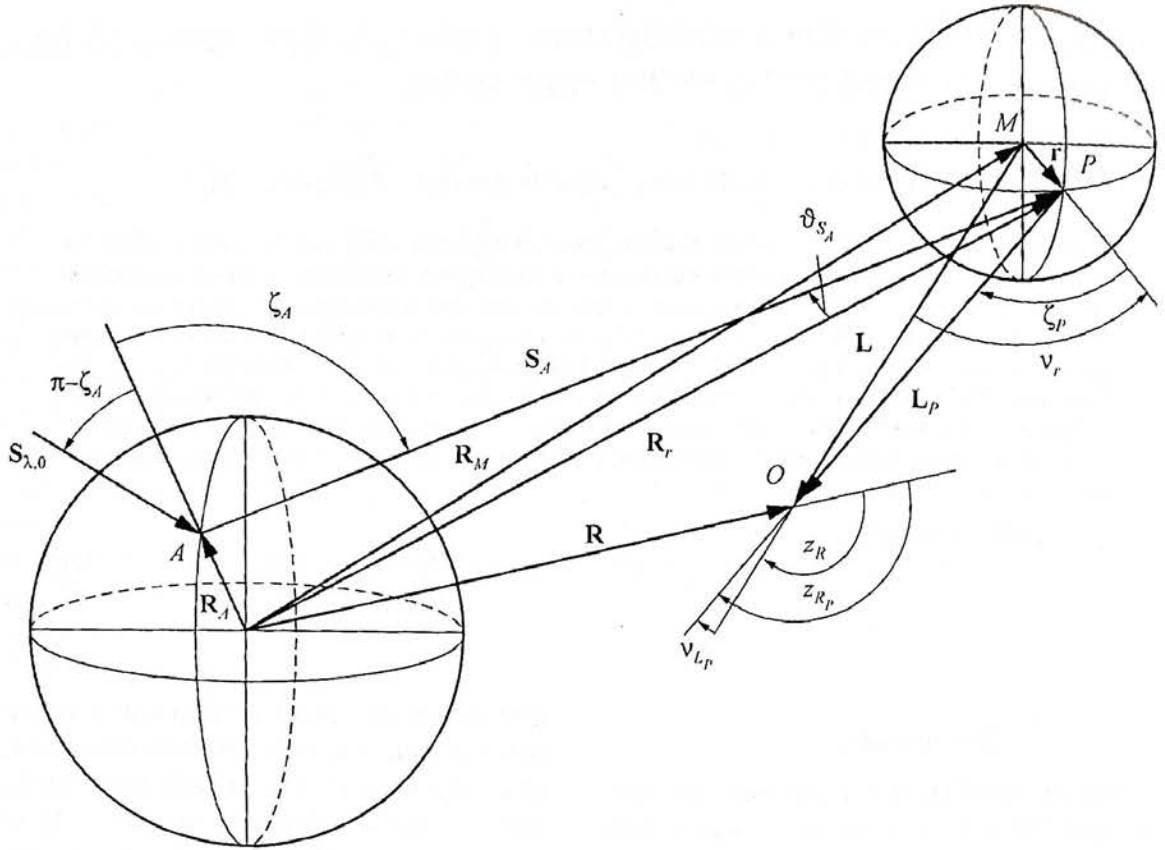


Рис. 1. Геометрическая схема для проведения расчетов.

Положение всех векторов относительно центра Земли, например  $L$ , будем описывать в горизонтальной системе координат с репером  $(i_R, j_R, k_R)$ , расположенным в точке  $O$ . Орт  $k_R$  направим по вектору  $R$ , орт  $i_R$  расположим в плоскости, содержащей ось вращения Земли  $\Omega$  и вектор  $R$ . Орт  $j_R$  дополняет систему до правой. Таким образом, отсчет азимута  $A$  будет осуществляться от направления на север против часовой стрелки. Зенитный угол  $z$  отсчитывается от орта  $k_R$ .

Правило построения этого репера и связь его с репером  $(\xi, \eta, \zeta)$  основной системы представлены в [1].

Введем селеноцентрическую систему координат с репером  $(i_M, j_M, k_M)$ , которая служит для определения положения излучающего элемента лунной поверхности, описываемого вектором  $r(r, \nu_r, \varphi_r)$ , а также других векторов относительно центра Луны. Правило построения этого репера и его связь с репером  $(\xi, \eta, \zeta)$  таковы:

$$\begin{aligned}
 i_M &= \frac{\mathbf{L} \times (\mathbf{R} \times \mathbf{L})}{L |\mathbf{R} \times \mathbf{L}|} = \frac{\sin \theta \cos \Psi - \cos \gamma_L \sin \theta_L \cos \Psi_L}{\sin \gamma_L} \xi + \\
 &+ \frac{\sin \theta \sin \Psi - \cos \gamma_L \sin \theta_L \sin \Psi_L}{\sin \gamma_L} \eta + \frac{\cos \theta - \cos \gamma_L \cos \theta_L}{\sin \gamma_L} \zeta, \\
 j_M &= \frac{\mathbf{L} \times \mathbf{R}}{|\mathbf{R} \times \mathbf{L}|} = \frac{\sin \theta_L \sin \Psi_L \cos \theta - \sin \theta \sin \Psi \cos \theta_L}{\sin \gamma_L} \xi + \\
 &+ \frac{\sin \theta \cos \Psi \cos \theta_L - \sin \theta_L \cos \Psi_L \cos \theta}{\sin \gamma_L} \eta + \frac{\sin \theta \sin \theta_L \sin(\Psi - \Psi_L)}{\sin \gamma_L} \zeta, \\
 k_M &= \frac{\mathbf{L}}{|\mathbf{L}|} = \xi \sin \theta_L \cos \Psi_L + \eta \sin \theta_L \sin \Psi_L + \zeta \cos \theta_L, \\
 \cos \gamma_L &= \cos \theta \cos \theta_L + \sin \theta \sin \theta_L \cos(\Psi - \Psi_L).
 \end{aligned} \tag{1}$$



Яркость  $B_{L_p}^{\ominus}$  отраженного от поверхности Луны солнечного излучения в направлении, характеризуемом вектором  $L_p(L_p, z_{L_p}, A_{L_p})$ , и освещенность  $E_L^{\ominus}$ , создаваемая им в месте наблюдения, могут быть определены из выражений

$$B_{L_p}^{\ominus} = -\pi S_{\lambda,0} \cos \zeta_r^{\ominus} \frac{Q_r}{\pi} T(k_{\lambda}, R, \pi - z_{L_p}), \cos \zeta_r^{\ominus} < 0;$$

$$B_{L_p}^{\ominus} = 0, \cos \zeta_r^{\ominus} \geq 0;$$

$$E_L^{\ominus} = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\max} B_{L_p}^{\ominus} \cos z_{L_p} \frac{r^2 (L \sin v_r - r)}{(L^2 - 2rL \cos v_r + r^2)^{3/2}} \times$$

$$\times \sin v_r dv_r d\varphi_r, \cos v_r^{\max} = r/L.$$

Дробная часть выражения для освещенности представляет якобиан преобразования от переменных  $(z_{L_p}, A_{L_p})$  к величинам  $(v_r, \varphi_r)$ . Выражение  $\pi S_{\lambda,0}$  — освещенность от Солнца вне атмосферы,  $Q_r$  — альbedo элемента лунной поверхности. Углы  $\zeta_r^{\ominus}$  и  $\zeta_R^{\ominus}$ , характеризующие зенитный угол Солнца относительно лунного зенита в месте расположения излучающего элемента лунной поверхности и зенитный угол Солнца относительно зенита в месте наблюдения, рассчитываются по следующим формулам:

$$\cos \zeta_r^{\ominus} = \cos \theta_S \cos \theta_r + \sin \theta_S \sin \theta_r \cos(\Psi_S - \Psi_r),$$

$$\cos \zeta_R^{\ominus} = \sin \theta_R \cos \Psi_R =$$

$$= \frac{R \sin \theta \cos \Psi - L \sin \theta_L \cos \Psi_L}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos \gamma_L}}. \quad (3)$$

Зенитный угол  $z_{L_p}$  определен соотношением

$$\mathbf{R}_r = (R \sin \theta \cos \Psi - L \sin \theta_L \cos \Psi_L + r \sin \theta_r \cos \Psi_r) \xi +$$

$$+ (R \sin \theta \sin \Psi - L \sin \theta_L \sin \Psi_L + r \sin \theta_r \sin \Psi_r) \eta +$$

$$+ (R \cos \theta - L \cos \theta_L + r \cos \theta_r) \zeta, \quad (6)$$

$$|\mathbf{R}_r| = \sqrt{R^2 + L^2 + r^2 - 2RL \cos \gamma_L + 2rR \cos \gamma_{R,r} - 2rL \cos \gamma_{L,r}},$$

$$\cos \gamma_{R,r} = \cos \theta \cos \theta_r + \sin \theta \sin \theta_r \cos(\Psi - \Psi_r),$$

$$\cos \gamma_{L,r} = \cos \theta_L \cos \theta_r + \sin \theta_L \sin \theta_r \cos(\Psi_L - \Psi_r).$$

Затем введем систему координат с репером  $(\mathbf{i}_{R_r}, \mathbf{j}_{R_r}, \mathbf{k}_{R_r})$ . Правило построения этого репера и его связь с репером  $(\xi, \eta, \zeta)$  следующие:

$$\mathbf{i}_{R_r} = \frac{\mathbf{R}_r \times (\mathbf{S} \times \mathbf{R}_r)}{|\mathbf{S} \times \mathbf{R}_r| R_r} = \xi \frac{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}} -$$

$$- \eta \frac{\sin^2 \theta_{R_r} \sin \Psi_{R_r} \cos \Psi_{R_r}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}} - \zeta \frac{\sin \theta_{R_r} \cos \theta_{R_r} \cos \Psi_{R_r}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}}, \quad (7)$$

$$\mathbf{j}_{R_r} = \frac{(\mathbf{R}_r \times \mathbf{S})}{|\mathbf{S} \times \mathbf{R}_r|} = \eta \frac{\cos \theta_{R_r}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}} -$$

$$- \zeta \frac{\sin \theta_{R_r} \sin \Psi_{R_r}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}},$$

$$\mathbf{k}_{R_r} = \frac{\mathbf{R}_r}{R_r} = \xi \sin \theta_{R_r} \cos \Psi_{R_r} +$$

$$+ \eta \sin \theta_{R_r} \sin \Psi_{R_r} + \zeta \cos \theta_{R_r},$$

$$\mathbf{S} = \xi.$$

$$\cos z_{L_p} = \frac{(L - r \cos v_r) \cos z_R - r \sin v_r \cos \varphi_r \sin z_R}{(L^2 - 2rL \cos v_r + r^2)^{1/2}}. \quad (4)$$

Альbedo лунной поверхности принято равным 0,07, а функция атмосферного пропускания  $T(k_{\lambda}, R, \pi - z_{L_p})$  определена выражением (11) из работы [1] и рассчитывается по изложенной в ней методике. Предполагается, что пропускание атмосферы определяется только процессами молекулярного рассеяния (релеевская модель).

### Рассеяние земного излучения лунной поверхностью (пепельный свет)

Яркость  $B_E^{\Sigma}$  излучения Земли в направлении  $\mathbf{S}_A$  может быть представлена в виде двух слагаемых, одно из которых ( $B_E^1$ ) характеризует прямой вклад излучения, отраженного земной поверхностью (или облачного слоя), а другое ( $B_E^2$ ) учитывает вклад излучения атмосферы. Вклад каждого из компонентов рассчитывался по методике, изложенной в работе [1].

Освещенность  $dS_{L_p}^E$ , создаваемая в точке  $P$  лунной поверхности излучением Земли, приходящим по направлению  $\mathbf{S}_A$ , может быть представлена как

$$dS_{L_p}^E = -B_E^{\Sigma} \cos(\mathbf{S}_A \mathbf{r}) \frac{Q_r}{\pi} d\omega, \cos(\mathbf{S}_A \mathbf{r}) < 0;$$

$$dS_{L_p}^E = 0, \cos(\mathbf{S}_A \mathbf{r}) \geq 0. \quad (5)$$

Для нахождения входящих в (5) величин введем вектор  $\mathbf{R}_r = \mathbf{R}_M + \mathbf{r} = \mathbf{R} - \mathbf{L} + \mathbf{r}$ , координаты которого в системе координат с репером  $(\xi, \eta, \zeta)$  определены выражениями



Тогда яркость излучения  $B_E'$ , отраженного от поверхности Луны в направлении  $L_p$ , представим в виде

$$B^{\text{Earth}}(L_p) = -\pi S_{\lambda,0} \iint_{\vartheta_{S_A}, \phi_{S_A}} T(\alpha_{\lambda}, R_a, \zeta_{S_a}) \cos \zeta_{S_a} \times \\ \times \frac{Q_{R_A}(\zeta_{S_A}) T(\alpha_{\lambda}, R_a, \pi - \zeta_{S_a})}{\pi T(\alpha_{\lambda}, R, \pi - \vartheta_{S_a})} \cos(S_A r) \frac{Q_r}{\pi} d\vartheta_{S_a} d\phi_{S_A},$$

$$\cos(S_A r) < 0; \\ B^{\text{Earth}}(L_p) = 0, \cos(S_A r) \geq 0. \quad (8)$$

Входящие в выражение (8) величины определены следующим образом:

$$\cos(S_A r) = \cos \theta_{S_A} \cos \theta_r + \sin \theta_{S_A} \sin \theta_r \cos(\Psi_{S_A} - \Psi_r), \\ \cos \theta_{S_A} = \cos \vartheta_{S_A} \cos \theta_{R_r} - \frac{\sin \theta_{R_r} \sin \vartheta_{S_A} (\cos \theta_{R_r} \cos \Psi_{R_r} \cos \phi_{S_A} + \sin \Psi_{R_r} \sin \phi_{S_A})}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}}, \\ \sin \theta_{S_A} \cos \Psi_{S_A} = \sin \vartheta_{S_A} \cos \phi_{S_A} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}} + \sin \theta_{R_r} \cos \vartheta_{S_A} \cos \Psi_{R_r}, \\ \sin \theta_{S_A} \sin \Psi_{S_A} = \cos \vartheta_{S_A} \sin \theta_{R_r} \sin \Psi_{R_r} + \\ + \frac{\sin \vartheta_{S_A}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{R_r} \cos^2 \Psi_{R_r}}} (\sin \phi_{S_A} \cos \theta_{R_r} - \sin^2 \theta_{R_r} \sin \Psi_{R_r} \cos \Psi_{R_r} \cos \phi_{S_A}), \\ \cos \theta_r = \cos \nu_r \cos \theta_L + (\sin \nu_r / \sin \gamma_L) [\cos \theta \cos \varphi_r - \cos \gamma_L \cos \theta_L \cos \varphi_r + \sin \varphi_r \sin \theta \sin \theta_L \sin(\Psi - \Psi_L)], \\ \sin \theta_r \cos \Psi_r = \cos \nu_r \sin \theta_L \cos \Psi_L + (\sin \nu_r / \sin \gamma_L) [\sin \theta (\cos \varphi_r \cos \Psi - \sin \varphi_r \sin \Psi \cos \theta_L) - \\ - \sin \theta_L (\cos \varphi_r \cos \Psi_L \cos \gamma_L - \sin \varphi_r \sin \Psi_L \cos \theta)], \\ \sin \theta_r \sin \Psi_r = \cos \nu_r \sin \theta_L \sin \Psi_L + (\sin \nu_r / \sin \gamma_L) [\sin \theta (\cos \varphi_r \sin \Psi + \sin \varphi_r \cos \Psi \cos \theta_L) - \\ - \sin \theta_L (\cos \varphi_r \sin \Psi_L \cos \gamma_L + \sin \varphi_r \cos \Psi_L \cos \theta)],$$

$Q_{R_A}(\zeta_{S_A})$  – альbedo в точке земной поверхности  $R_A$ . Освещенность от Луны, наблюдаемая по направлению  $L$ , определяется выражением, аналогичным (2) для  $E_L^{\circ}$  с заменой  $B_{L_p}^{\circ}$  на  $B_{L_p}^{\text{Earth}}$

### Сопоставление расчетных и экспериментальных распределений яркости по освещенной Солнцем части лунного диска

Количественное сравнение теоретических результатов с экспериментальными распределениями яркости Луны, освещенной Солнцем, представляют собой сложную проблему, решение которой в данной статье не затрагивается. Однако подтверждение реализуемого в статье подхода может быть получено из качественного сравнения теоретических и экспериментальных данных.

Такое сопоставление было проведено, и его результаты показаны на рис. 2. Теоретические данные

о распределении яркости Луны за счет рассеяния ее поверхностью солнечного излучения представлены в виде изображений и графиков, показывающих относительное распределение яркости для трех сканирований по поверхности лунного диска.

Результаты расчетов сопоставлены с данными фотографических наблюдений, выполненных автором с помощью телескопа АЗТ-7 20.02.2002 в 23:10:58 UT (снимок 1) и 24.02.2002 в 15:48:00 UT (снимок 1'). Снимки выполнены в Санкт-Петербурге и регистрировались фотоаппаратом Зенит-Е на фотопленки "Konika VX 400" и "Tasma 64".

Расчеты выполнены для соответствующих экспериментальных дат и представлены в каждом из рядов изображений для линейного (2, 2') и логарифмического (3, 3') представлений расчетных яркостей в виде изображений (см. [2]).

Для выбора представления, лучше соответствующего фотографической регистрации, были выполнены три сканирования поперек лунного диска (а-а', а'-а'). Результаты сканирования представлены гра-

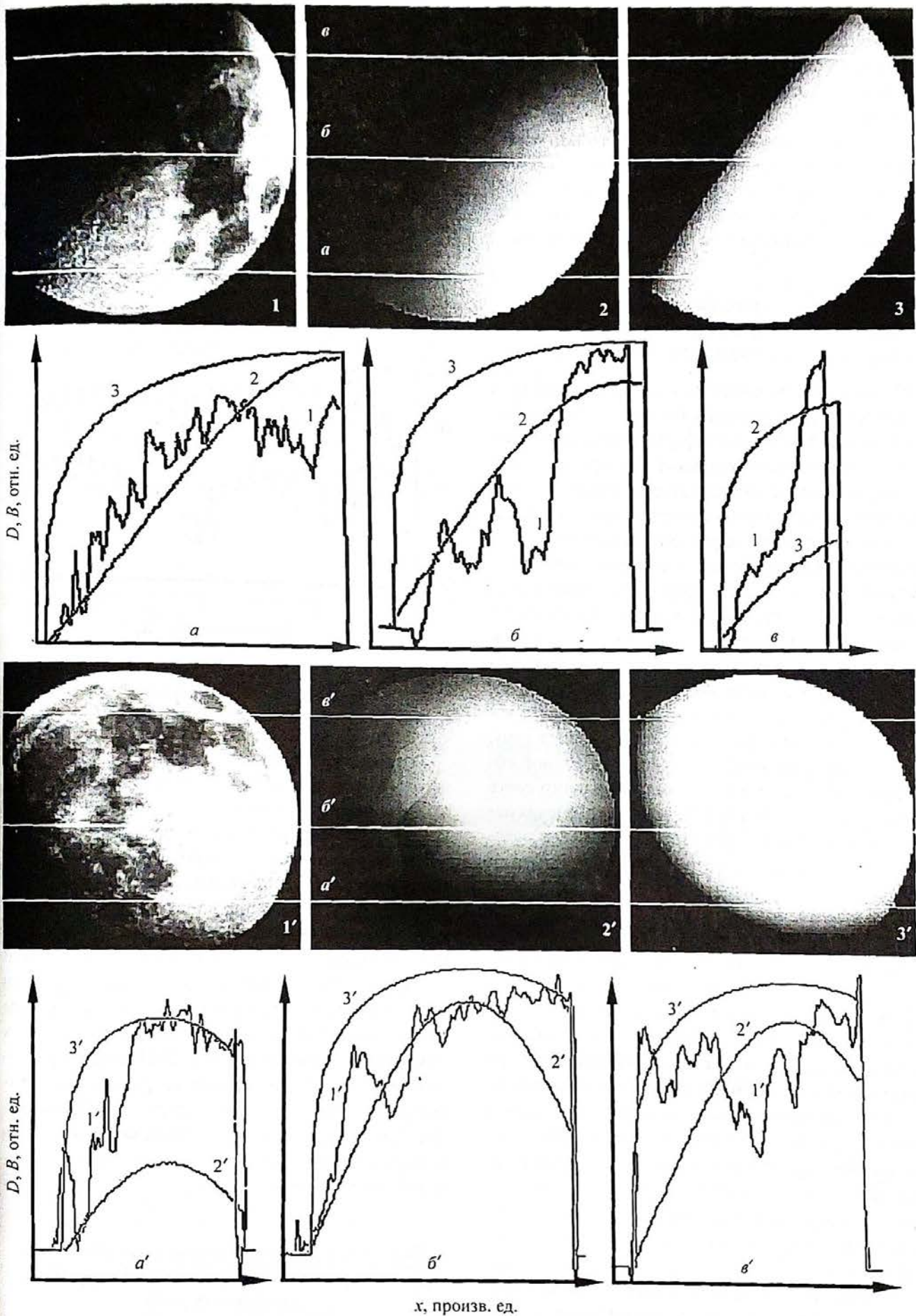


Рис. 2. Качественное сравнение наблюдаемых и расчетных распределений яркости по лунному диску для различных видов представления расчетных изображений (пояснения в тексте).



фическими рядами. По оси ординат отложены нормализованные оптические плотности почернений на фотопленке (1, 1') и расчетные яркости (2, 2', 3, 3'). Видно, что тенденция общего хода распределения (без тонкой структуры) при логарифмическом преобразовании расчетных данных в изображения ближе к экспериментальной. Сопоставление теоретических и экспериментальных изображений также показывает неплохое совпадение ориентации и размера освещенной Солнцем части лунного диска.

### Спектральное распределение освещенности, создаваемой лунным светом на уровне земной поверхности

Освещенность, создаваемая лунным сиянием вблизи земной поверхности, была рассчитана с учетом влияния земной атмосферы в предположении чисто молекулярного рассеяния. Расчетные данные о спектральном распределении освещенностей, создаваемых светлой и темной частями лунной поверхности, представлены на рис. 3а для зенитного угла Луны  $81,4^\circ$ . На рисунке показано и отношение спектральных освещенностей (кривая 3) от сияния Луны, подсвеченной солнечным и земным излучениями. Видно, что по сравнению с освещенностью, создаваемой лунной поверхностью, подсвеченной Солнцем, максимум спектральной освещенности от пепельного света Луны смещен в сторону более коротких длин волн ( $\sim 0,48$  мкм). Это приводит к тому, что, по-видимому, наиболее предпочтительной областью спектра для наблюдений пепельного света Луны является область  $0,4-0,5$  мкм, где значения освещенности пепельным светом и отношения освещенностей за счет подсвечивания Луны Землей и Солнцем близки к максимальным.

При выборе моментов наблюдения пепельного света Луны и расчетах ночной яркости земной атмосферы следует учитывать зависимость освещенности, создаваемой лунным сиянием от лунной и земной фаз, а также зенитного угла Луны. Характер изменения расчетных значений интегральных значений интенсивностей для видимой области спектра представлен на рис. 3б. На рисунке хорошо видны вариации освещенностей с зенитным углом Луны (короткопериодическая компонента) и днем лунации (длиннопериодическая компонента). Характер вариаций зависит от широты наблюдения. Это связано с тем, что амплитуда вариаций и положение максимума зависят от того, где к началу лунации расположен годограф Луны. При расположении годографа к югу от экватора максимальные освещенности наблюдаются в южном полушарии. При смещении годографа в южное полушарие наблюдается обратная картина.

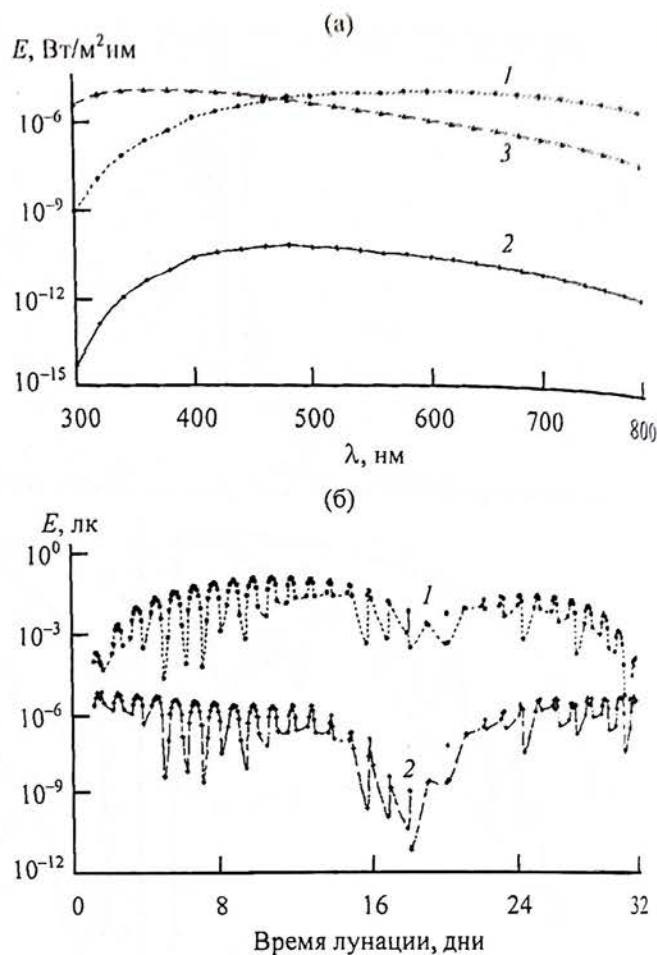


Рис. 3. Спектральное распределение лунного сияния за счет солнечного и земного излучений. 1 – Солнце, 2 – Земля и 3 – Земля/Солнце.

В то же время отношение освещенностей от лунного сияния за счет подсвечивания солнечным и земным излучениями зависит только от лунной и земной фаз. Иллюстрацией этого утверждения является рис. 4. На нем представлены результаты теоретических расчетов отношения освещенностей лунным сиянием земной атмосферы на высоте  $0,1$  км за счет подсвечивания Луны Солнцем и Землей. Данные относятся к Санкт-Петербургу (длина волны  $550$  нм) и перекрывают временной период апрельской лунации 2003 года. На рисунке показаны также расчетные изображения Луны и информация для характерных моментов апрельской лунации 2003 года. На рисунке хорошо видно, что данные для различных зенитных углов хорошо укладываются на одну общую кривую. Этот рисунок может служить ориентиром для выбора наиболее благоприятных моментов наблюдений пепельного света Луны.

### Вариации спектральной освещенности от лунного сияния с изменением зенитного угла

Характер вариаций спектральных освещенностей от лунного сияния с изменением зенитного угла



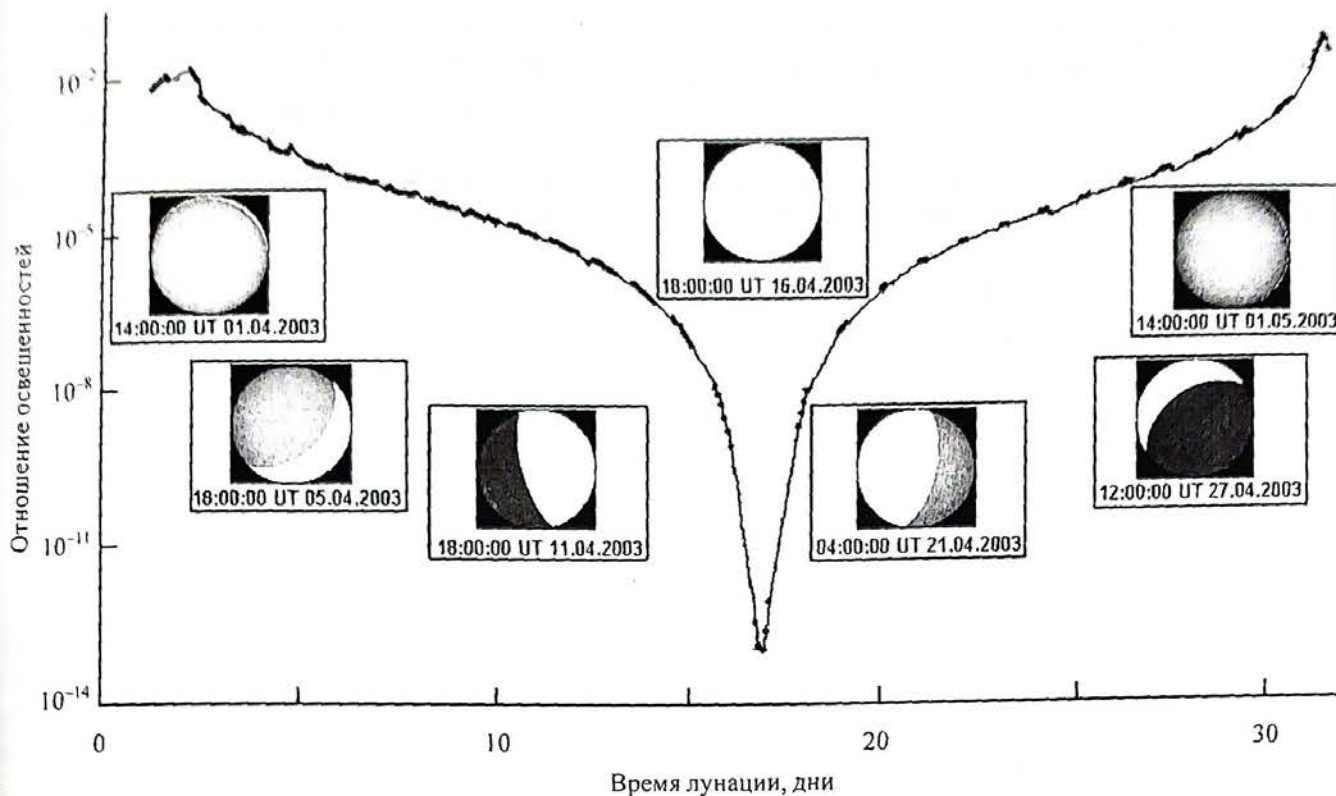


Рис. 4. Отношение спектральных освещенностей от сияния Луны, подсвеченной солнечным и земным излучениями (Санкт-Петербург).

для длины волны 550 нм представлен на рис. 5а (подсвеченная Солнцем часть лунного диска) и 5б (пепельный свет). Расчетные данные получены для наблюдений с двухчасовыми интервалами из Санкт-Петербурга. Каждый из лепестков графика показывает вариации освещенностей в течение суток, а их хорошо видная огибающая фактически описывает движение лунного годографа относительно экватора в течение лунации.

### Заключение

Выполненные расчеты яркости лунной поверхности и освещенности лунным сиянием земной атмосферы на различных высотах показывают

сложный характер вариаций этих оптических характеристик.

Часть вариаций определяется условиями освещения лунной поверхности прямым и отраженным от Земли солнечным излучением и зависит от лунной и земной фаз.

Короткопериодические вариации обусловлены изменениями (за счет вращения Земли) зенитного угла наблюдения Луны и зависят от свойств земной атмосферы. Амплитуда и положение максимумов вариаций зависят от положения лунного годографа.

Расчеты яркости пепельного света Луны показывают, что наиболее выгодными моментами для его наблюдений являются периоды между 3–8 и 25–29 днями лунации. При этом лучше выбирать лунации,

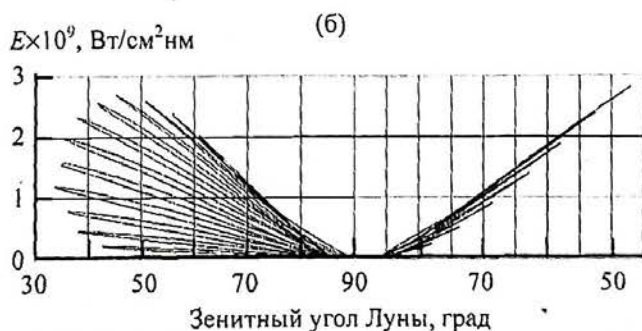


Рис. 5. Спектральная освещенность от лунного сияния в течение апрельской лунации 2003 года: а – светлая часть диска, б – темная часть диска.

для которых минимальные зенитные углы Луны в месте наблюдений приходятся на эти периоды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хохлов В.Н. Релеевское рассеяние в атмосферах планет с учетом неоднородного распределения темпера-

туры и альbedo их поверхности // *Оптический журнал*. 2001. Т. 68. № 2. С. 26–32.

2. Хохлов В.Н. Результаты моделирования релеевского рассеяния в атмосфере Земли при неоднородном распределении температуры и альbedo на ее поверхности // *Оптический журнал*. 2001. Т. 68. № 2. С. 33–40.