

## ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ВЫСОКОАПЕРТУРНОГО ТЕЛЕСКОПА

© 2005 г. А. В. Бахолдин, канд. техн. наук; В. А. Зверев, доктор техн. наук; Г. Э. Романова

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

Рассмотрены четыре типа четырехзеркальных систем телескопа на основе афокальной двухзеркальной системы со сферическим главным зеркалом. Выполнен анализ возможности коррекции астигматизма и кривизны поля.

Коды OCIS: 110.6770, 080.1010.

Поступила в редакцию 18.08.2004.

Линейные размеры элементов оптической системы объектива высокоапертурного\* телескопа, определяемые десятками и даже сотнями метров, требуют, с одной стороны, весьма тщательной коррекции aberrаций, а с другой – составляющие оптическую систему объектива элементы должны быть достаточно технологичны в изготовлении, т. е. хотя бы в реально понимаемой перспективе их изготовление должно быть осуществимо. Последнему требованию удовлетворяет оптическая система объектива телескопа с главным зеркалом сферической формы. Профессор Пуряев Д.Т. показал [1], что афокальная система, образованная сочетанием главного зеркала сферической формы с вторичным зеркалом, форма отражающей поверхности которого эквидистантна параболоиду вращения, формирует строго стигматичное изображение осевой точки. Афокальную насадку естественно дополнить оптической системой собственно объектива, обладающей необходимыми коррекционными параметрами для исправления aberrаций не только в осевой точке, но и по всему полю изображения.

В общем случае поперечные aberrации третьего порядка в изображении, образованном системой из  $n$  преломляющих (отражающих) поверхностей, при  $\alpha'_n = 1$  и  $\beta_1 = 1$  в меридиональной и сагиттальной плоскостях соответственно определяются выражениями вида:

$$-2n'\delta g' = \sigma'_i (\sigma_i'^2 + \sigma_s'^2) S_I + (3\sigma_i'^2 + \sigma_s'^2) w S_{IV} + \sigma'_i w^2 (3S_{III} + J^2 S_{IV}) + w^3 S_V, \quad (1)$$

$$-2n'\delta G' = \sigma'_s (\sigma_i'^2 + \sigma_s'^2) S_I + 2\sigma'_i \sigma'_s w S_{III} + \sigma'_s w^2 (S_{III} + J^2 S_{IV}), \quad (2)$$

где  $\sigma'_i$  и  $\sigma'_s$  – апертурные углы (в радианах) соответственно в меридиональной и сагиттальной плоскостях в пространстве изображений,  $w$  – полевой угол в пространстве предметов.

\* В англоязычной литературе используется термин *very large*.

При этом выражения, определяющие коэффициенты aberrаций, можно представить в виде [2]:

$$S_I^* = S_I = B_0, \quad (3)$$

$$S_{II}^* = \frac{1}{J} S_{II} = K_0 + q B_0, \quad (4)$$

$$S_{III}^* = \frac{1}{J^2} S_{III} = C_0 + 2q K_0 + q^2 B_0, \quad (5)$$

$$S_{IV}^* = S_{IV} = D_0, \quad (6)$$

$$S_V^* = \frac{1}{J^3} S_V = E_0 + q(3C_0 + D_0) + 3q^2 K_0 + q^3 B_0, \quad (7)$$

где

$$B_0 = \sum_{i=1}^n h_i Q_i, \quad K_0 = -\sum_{i=1}^n W_i + \sum_{i=1}^n h_i S_i Q_i,$$

$$C_0 = \sum_{i=1}^n \frac{v_{i+1} \alpha_{i+1} - v_i \alpha_i}{h_i} - 2 \sum_{i=1}^n S_i W_i + \sum_{i=1}^n h_i S_i^2 Q_i,$$

$$D_0 = \sum_{i=1}^n \frac{v_i \alpha_{i+1} - v_{i+1} \alpha_i}{h_i},$$

$$E_0 = -\sum_{i=1}^n \frac{v_{i+1}^2 - v_i^2}{h_i^2} + \sum_{i=1}^n S_i \frac{v_i \alpha_{i+1} - v_{i+1} \alpha_i}{h_i} +$$

$$+ 3 \sum_{i=1}^n S_i \frac{v_{i+1} \alpha_{i+1} - v_i \alpha_i}{h_i} - 3 \sum_{i=1}^n S_i^2 W_i + \sum_{i=1}^n h_i S_i^3 Q_i,$$

$$W_i = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{v_{i+1} - v_i} (v_{i+1} \alpha_{i+1} - v_i \alpha_i), \quad v_i = \frac{1}{n_i},$$

$$Q_i = T_i \sigma_i + P_i, \quad T_i = \frac{(n_{i+1} \alpha_{i+1} - n_i \alpha_i)^3}{(n_{i+1} - n_i)^2},$$

$$P_i = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{v_{i+1} - v_i} W_i,$$

$\sigma_i$  – коэффициент деформации сферической поверхности в уравнении  $x^2 + y^2 = 2r_i z - (1 + \sigma_i) z^2$ .

Рассмотрим оптическую систему, состоящую из афокальной двухзеркальной системы в сочетании с

оптической системой объектива из двух отражающих поверхностей несферической формы. С помощью углов, образованных осевым виртуальным лучом с оптической осью, такую систему можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0 & n_1 &= 1 \\ \alpha_2 &= \alpha_0 & d_1 &= d_0 & n_2 &= -1 \\ \alpha_3 &= 0 & d_2 &= d & n_3 &= 1 \\ \alpha_4 &= \alpha & d_3 &= d_p & n_4 &= -1 \\ \alpha_5 &= 1 & n_5 &= 1. \end{aligned}$$

Приняв высоту точки пересечения осевого виртуального луча с главной плоскостью первой поверхности равной  $h_1 = 1$ , имеем  $h_2 = \eta_0$ ,  $h_3 = h_2 = \eta_0$ ,  $h_4 = \eta_0 \eta$ . Здесь  $\eta_0$  и  $\eta$  – коэффициенты центрального экранирования осевого пучка лучей по диаметру

вторым и четвертым зеркалами соответственно. При принятой нормировке величин углов  $\alpha_i$  и высот  $h_i$  и стигматической коррекции aberrаций в осевой точке изображения, образованного афокальной системой, при  $\sigma_1 = 0$  имеем:

$$S_1 = h_1 P_1 + h_2 Q_2 = -\frac{\alpha_0^3}{4} + \eta_0 \left( \frac{\alpha_0^3}{4} \sigma_2 + \frac{\alpha_0^3}{4} \right) = 0,$$

$$\text{где } Q_1 = P_1 = -\frac{\alpha_0^3}{4}, \quad Q_2 = \frac{\alpha_0^3}{4} + \frac{\alpha_0^3}{4} \sigma_2 = (1 + \sigma_2) \frac{\alpha_0^3}{4}.$$

Отсюда находим, что

$$\sigma_2 = \frac{1 - \eta_0}{\eta_0}. \quad (8)$$

При этом для всей системы в целом получаем:

$$S_1^* = h_1 P_1 + h_2 Q_2 + h_3 P_3 + h_4 Q_4 = \eta_0 (Q_3 + \eta Q_4), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} S_{II}^* = K_0 + qB_0 = K_0 + qS_1^* = -W_1 - W_2 - W_3 - W_4 + h_2 S_2 Q_2 + h_3 S_3 Q_3 + h_4 S_4 Q_4 + qS_1^* = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{d_0}{\eta_0} \alpha_0^3 + \\ + \frac{d - \eta_0 d_0}{\eta_0} Q_3 + \eta_0 \eta \left( -\frac{d_0}{\eta_0} + \frac{\eta d - d_p}{\eta_0^2 \eta} \right) Q_4 + qS_1^*, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} S_2 = -\frac{d_0}{\eta_0}, \quad S_3 = -\frac{d_0}{\eta_0} + \frac{d}{\eta_0^2} = \frac{d - d_0 \eta_0}{\eta_0^2}, \quad S_4 = -\frac{d_0}{\eta_0} + \frac{d}{\eta_0^2} - \frac{d_p}{\eta_0^2 \eta} = -\frac{d_0}{\eta_0} + \frac{\eta d - d_p}{\eta_0^2 \eta}, \\ Q_3 = -\frac{\alpha^3}{4} - \frac{\alpha^3}{4} \sigma_3 = -(1 + \sigma_3) \frac{\alpha^3}{4}, \quad Q_4 = \frac{(1 - \alpha)^2}{4} (1 + \alpha) + \frac{(1 + \alpha)^3}{4} \sigma_4 = \frac{1}{4} (1 + \alpha)^3 \left[ \left( \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 + \sigma_4 \right], \end{aligned}$$

$$W_1 = \frac{\alpha_0^2}{2}, \quad W_2 = -\frac{\alpha_0^2}{2}, \quad W_3 = \frac{\alpha^2}{2}, \quad W_4 = \frac{1 - \alpha^2}{2}.$$

При  $S_1^* = 0$  (исправлена сферическая aberrация)  $Q_3 = -\eta Q_4$ . Тогда

$$\begin{aligned} S_{II}^* = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{d_0}{\eta_0} \alpha_0^3 - \frac{d - \eta_0 d_0}{\eta_0} \eta Q_4 + \\ + \eta_0 \eta \left( -\frac{d_0}{\eta_0} + \frac{\eta d - d_p}{\eta_0^2 \eta} \right) Q_4. \end{aligned}$$

При  $S_{II}^* = 0$

$$Q_4 = -\frac{2\eta_0 + \alpha_0^3 d_0}{4d_p}, \quad (11)$$

$$Q_3 = \eta \frac{2\eta_0 + \alpha_0^3 d_0}{4d_p}. \quad (12)$$

Но величины  $Q_3$  и  $Q_4$  определяются уравнениями:

$$Q_3 = -(1 + \sigma_3) \frac{\alpha^3}{4}, \quad Q_4 = \frac{1}{4} (1 + \alpha)^3 \left[ \left( \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 + \sigma_4 \right].$$

Подставив в эти соотношения выражения (11) и (12), получаем:

$$\sigma_3 = -1 - \eta \frac{2\eta_0 + \alpha_0^3 d_0}{d_p \alpha^3}, \quad (13)$$

$$\sigma_4 = -\frac{2\eta_0 + \alpha_0^3 d_0}{d_p (1 + \alpha)^3} - \frac{(1 - \alpha)^2}{(1 + \alpha)^2}. \quad (14)$$

При заданных или выбранных значениях величин  $\eta_0$ ,  $\eta$ ,  $d_0$  и  $d_p$  (или углов  $\alpha_0$  и  $\alpha$ ) и при деформации

циях второй, третьей и четвертой поверхностей, определяемых формулами (8), (13) и (14), рассматриваемая четырехзеркальная система будет обладать апланатической коррекцией aberrаций третьего порядка образуемого ею изображения. Однако качество изображения полевых точек предмета зависит и от остаточной кривизны изображения и астигматизма.

Пусть  $S_{IV} \neq 0$  при остальных коэффициентах, равных нулю. При этом осевая составляющая так называемой пецвалеовой кривизны поверхности изображения определяется соотношением:

$$z'_p = \frac{\delta g'}{\sigma'_i} = \frac{\delta G'}{\sigma'_s} = -\frac{1}{2n'} w^2 J^2 S_{IV}. \quad (15)$$

Пусть при тех же условиях  $S_{III} \neq 0$  и  $S_{IV} \neq 0$ . Тогда осевая составляющая кривизны поверхности изображения, образованной узкими пучками лучей в меридиональной плоскости, или, короче, осевая составляющая меридиональной кривизны поверхности изображения, равна

$$z'_i = \frac{\delta g'}{\sigma'_i} = -\frac{1}{2n'} w^2 (3S_{III} + J^2 S_{IV}), \quad (16)$$

а осевая составляющая сагиттальной кривизны поверхности изображения равна

$$z'_s = \frac{\delta G'}{\sigma'_s} = -\frac{1}{2n'} w^2 (S_{III} + J^2 S_{IV}), \quad (17)$$

При этом разность составляющих сагиттальной и меридиональной кривизны поверхности изображения, называемая астигматизмом, равна

$$z'_s - z'_i = -\frac{1}{n'} w^2 S_{III}. \quad (18)$$

Непосредственной подстановкой выражений (15), (16) и (17) легко убедиться, что осевые составляющие пецвалеовой, сагиттальной и меридиональной кривизны поверхности изображения связаны соотношением вида:

$$z'_p = \frac{3z'_s - z'_i}{2}. \quad (19)$$

Заметим, что при  $z'_s = z'_i$  имеем  $z'_p = z'_s = z'_i$ .

В том случае, когда невозможно устранить кривизну поверхности изображения, но есть возможность управлять величиной астигматизма, лучшего качества изображения можно достичь при не равной нулю величине остаточного астигматизма. Действительно, пусть  $z'_s = -z'_i$ . При этом из формулы (19) следует, что  $z'_p = -z'_i = \frac{1}{2} z'_p$ .

Приравняв сумму выражений (16) и (17) нулю, получаем:

$$2S_{III} + J^2 S_{IV} = \tilde{S}_{IV} = 0.$$

Инвариант Лагранжа-Гельмгольца  $J = n' \alpha' l' = -n' \alpha' f \beta_1$ . При  $n' = 1$ ,  $\alpha' = 1$ ,  $\beta_1 = 1$  и  $f' = 1$  величина  $J = -1$ . Тогда полученное выражение принимает вид:  $\tilde{S}_{IV} = 2S_{III} + S_{IV}$ . При  $\tilde{S}_{IV} = 0$  достигается своеобразное псевдоисправление остаточной кривизны поверхности изображения. Представляет интерес исследовать зависимость коэффициентов  $S_{III}$ ,  $S_{IV}$  и  $\tilde{S}_{IV}$  от параметров рассматриваемой оптической системы, образованной сочетанием четырех отражающих поверхностей.

В соответствии с выражением (5) при  $B_0 = 0$  и  $K_0 = 0$  коэффициент  $S_{III} = J^2 C_0 = C_0$ . В этом случае для рассматриваемой системы получаем:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{v_2 \alpha_2 - v_1 \alpha_1}{h_1} + \frac{v_3 \alpha_3 - v_2 \alpha_2}{h_2} + \frac{v_4 \alpha_4 - v_3 \alpha_3}{h_3} + \frac{v_5 \alpha_5 - v_4 \alpha_4}{h_4} - \\ &\quad - 2(S_2 W_2 + S_3 W_3 + S_4 W_4) + h_2 S_2^2 Q_2 + h_3 S_3^2 Q_3 + h_4 S_4^2 Q_3 = \\ &= \frac{\alpha_0 (1 - \eta_0)}{\eta_0} + \frac{\alpha (1 - \eta)}{\eta_0 \eta} + \frac{1}{\eta_0 \eta} \frac{\alpha_0^2 d_0}{\eta_0} - \frac{d - \eta_0 d_0}{\eta_0^2} + \frac{d_p (1 - \alpha^2)}{\eta_0^2 \eta} + \frac{d_0^2 \alpha_0^3}{4 \eta_0^2} + \frac{2 \eta_0 + d_0 \alpha_0^3}{4 \eta_0^3 \eta} [2 \eta (d - \eta_0 d_0) - d_p]. \end{aligned} \quad (20)$$

По ходу осевого виртуального луча имеем

$$d_0 = \frac{1 - \eta_0}{\alpha_0}, \quad d_p = \eta_0 \frac{1 - \eta}{\alpha}.$$

При этом полученное выражение можно преобразовать к виду:

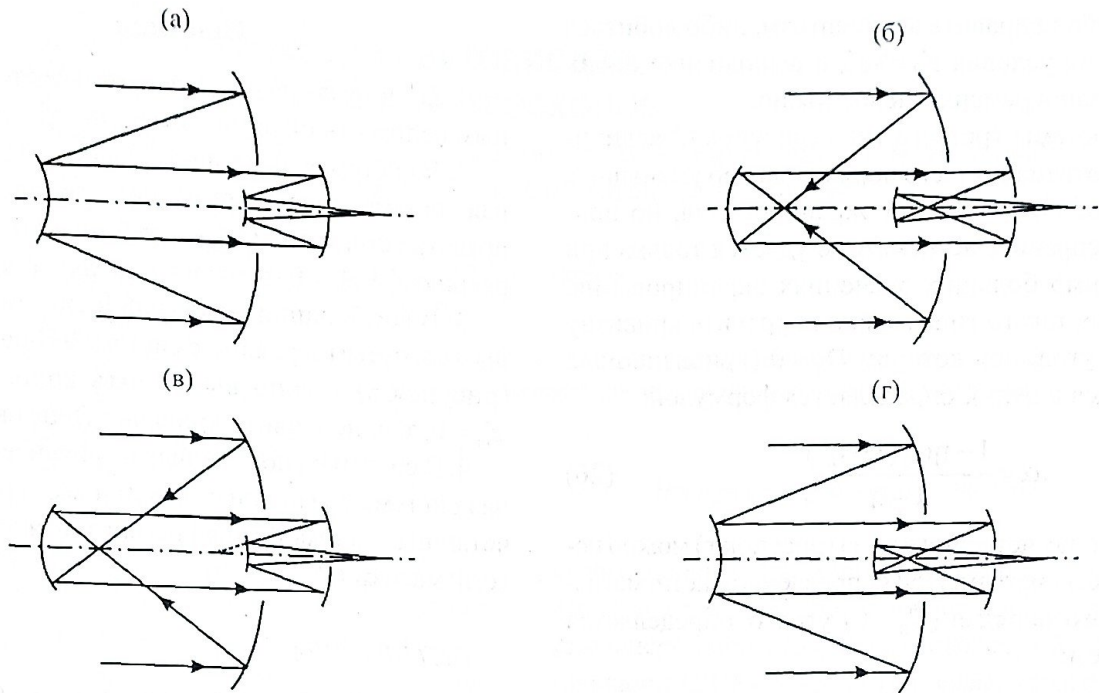
$$\begin{aligned} S_{III} &= \frac{1 - \eta}{2 \alpha \eta_0 \eta} + \frac{1}{\eta_0 \eta} - \frac{(1 - \eta)(1 - \eta_0)}{4 \alpha \eta_0^2 \eta} \alpha_0^2 + \\ &\quad + \frac{1 - \eta_0}{2 \eta_0^3} d \alpha_0^2 - \frac{(1 - \eta_0)^2}{4 \eta_0^2} \alpha_0. \end{aligned} \quad (21)$$

В соответствии с формулой (6) получаем:

$$S_{IV} = D_0 = -\frac{1 - \eta_0}{\eta_0} \alpha_0 - \frac{1 - \eta}{\eta_0 \eta} \alpha - \frac{1}{\eta_0 \eta}. \quad (22)$$

При этом  $\tilde{S}_{IV} = 2S_{III} + S_{IV}$ , т. е.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{IV} = 2S_{III} + S_{IV} &= \frac{1}{\eta_0 \eta} + \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{1 - \eta_0}{\eta_0^2} \frac{\alpha_0^2}{2 \alpha} + \\ &\quad + \frac{1 - \eta_0}{\eta_0^3} d \alpha_0^2 - \frac{(1 - \eta_0)^2}{2 \eta_0^2} \alpha_0 - \frac{1 - \eta_0}{\eta_0} \alpha_0 - \frac{1 - \eta}{\eta_0 \eta} \alpha. \end{aligned} \quad (23)$$



Возможные схемы четырехзеркального телескопа на основе афокальной системы.

На рисунке показаны четыре возможных варианта схем четырехзеркального телескопа на основе афокальной насадки.

1. Сочетание афокальной насадки кеплеровского типа и двухзеркальной системы типа Кассегрена (рисунок а); углы  $\alpha_0 < 0$ ,  $\alpha < 0$ , а коэффициенты линейного экранирования  $\eta_0 > 0$ ,  $\eta > 0$ .

2. Сочетание афокальной насадки галилеевского типа и системы типа Грегори (рисунок б);  $\alpha_0 < 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\eta_0 < 0$ ,  $\eta < 0$ .

3. Афокальная насадка с вогнутым вторичным зеркалом и система типа Кассегрена (рисунок в);  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha < 0$ ,  $\eta_0 < 0$ ,  $\eta > 0$  (угол  $\alpha' = 1$ ,  $h_1 = f' = -1$ ).

4. Сочетание афокальной насадки кеплеровского типа и двухзеркальной системы типа Грегори (рисунок г);  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\eta_0 > 0$ ,  $\eta < 0$  (угол  $\alpha' = 1$ ,  $h_1 = f' = -1$ ).

Проведенный анализ показал, что для систем первого типа (рисунок а) величина астигматизма третьего порядка (величина  $C_0$ ) уменьшается

– при увеличении коэффициентов линейного экранирования  $\eta$  и  $\eta_0$ ,

– при возрастании абсолютной величины угла  $\alpha$ ,

– при уменьшении абсолютной величины угла  $\alpha_0$ .

Значение коэффициента  $D_0$  уменьшается

– при увеличении коэффициентов линейного экранирования  $\eta$  и  $\eta_0$ ,

– при уменьшении абсолютной величины угла  $\alpha$ ,

– при уменьшении абсолютной величины угла  $\alpha_0$ .

В пределах реального диапазона значений экранирования и углов ни  $C_0$ , ни  $D_0$  не обращаются в нуль, а остаются довольно значительными. Исправить астигматизм и кривизну поля, а также добиться

выполнения условия  $z'_m = -z'_s$  (псевдоисправление кривизны поля) в системах такого вида оказывается невозможным.

В системах второго типа (рисунок б) – насадка с вогнутым вторичным зеркалом плюс система типа Грегори – можно исправить астигматизм. Кроме того, хотя исправить кривизну Пецваля невозможно, можно выполнить условие  $z'_m = -z'_s$ .

При исправленном астигматизме третьего порядка ( $C_0 = 0$ ) величина угла  $\alpha = \alpha_{ast}$ :

$$\alpha_{ast} = \eta_0(1 - \eta) \times \frac{2\eta_0 - \alpha_0^2(1 - \eta_0)}{\alpha_0\eta_0\eta(1 - \eta_0)^2 - 2\eta(1 - \eta_0)\alpha_0^2d - 4\eta_0^2} \quad (24)$$

При  $2C_0 + D_0 = 0$  угол  $\alpha = \alpha_p$  определяется при решении квадратного уравнения вида:

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0, \quad (25)$$

где

$$a = 2\eta_0^2(1 - \eta),$$

$$b = 2\eta_0^2[1 + \alpha_0\eta(1 - \eta_0)] - 4\eta_0^2 - 2\eta(1 - \eta_0)\alpha_0^2d + \eta\eta_0\alpha_0(1 - \eta_0)^2,$$

$$c = \eta_0\alpha_0^2(1 - \eta_0)(1 - \eta) - 2\eta_0^2(1 - \eta).$$

При уменьшении абсолютной величины экранирования  $\eta_0$ , увеличении абсолютной величины экранирования  $\eta$  и угла  $\alpha_0$  значения углов стремятся друг к другу, но их равенство не достигается ни при каких значениях  $\alpha_0$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta$ . Поэтому в системе такого типа

можно либо исправить астигматизм, либо добиться выполнения условия  $z'_m = z'_s$ , а выполнение обоих условий одновременно невозможно.

Для системы третьего типа (рисунок в) величину астигматизма третьего порядка можно уменьшить за счет подбора значений экранирования, но полностью исправить астигматизм удастся только при недопустимо больших значениях экранирования. В системах такого типа можно исправить кривизну Пецваля; угол, при котором  $D_0 = 0$  (кривизна поля обращается в нуль), определяется формулой:

$$\alpha = \frac{1 - \eta\alpha_0(1 - \eta_0)}{1 - \eta} \quad (26)$$

В системах четвертого типа (рисунок г) можно исправить астигматизм. При исправленном астигматизме третьего порядка ( $C_0 = 0$ ) угол  $\alpha$  определяется уравнением:

$$\alpha = \eta_0(1 - \eta) \times \frac{2\eta_0 - \alpha_0^2(1 - \eta_0)}{\alpha_0\eta_0\eta(1 - \eta_0)^2 - 2\eta(1 - \eta_0)\alpha_0^2d + 4\eta_0^2} \quad (27)$$

## Выводы

1. В системах на рисунке а оказывается невозможным исправить ни астигматизм, ни кривизну поля.
2. В системах, показанных на рисунке б (афокальная система плюс система типа Грегори), можно исправить астигматизм ( $z'_s - z'_m = 0$ ) или выполнить коррекцию  $z'_s + z'_m = 0$  (исправить среднюю кривизну).
3. В комбинации афокальной системы с вторичным вогнутым зеркалом с системой типа Кассегрена (рисунок в) можно выполнить коррекцию  $3z'_s - z'_m = 0$ , т. е. исправить кривизну Пецваля.
4. В системах, показанных на рисунке г (афокальная система с выпуклым вторичным зеркалом в сочетании с системой типа Грегори), можно исправить астигматизм ( $z'_s - z'_m = 0$ ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Puryayev D. T. Afocal two-mirror system // Optical Engineering. 1993. V. 32. № 6. P. 1325–1327.
2. Зверев В. А. Основы геометрической оптики. Санкт-Петербург: СПбГИТМО, 2002. 218 с.