

# ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА КРАТНЫХ И КОМБИНАЦИОННЫХ ЧАСТОТАХ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ОТРАЖЕНИИ ДВУХ ПАДАЮЩИХ ПОД РАЗНЫМИ УГЛАМИ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ

© 2010 г. С. А. Козлов, доктор физ.-мат. наук; В. К. Турков

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: vadim.turkov@gmail.com

Рассмотрено одновременное нелинейное отражение двух параксиальных световых импульсов из малого числа колебаний с отличающимися центральными частотами при падении их на границу раздела сред под малыми и, в общем случае, разными углами. Получены зависимости параметров импульсов, отраженных от нелинейной среды на кратных и комбинационных частотах, от пространственно-временных характеристик падающего излучения.

**Ключевые слова:** волны из малого числа колебаний, нелинейное отражение, нелинейная формула Френеля, комбинационные частоты.

Коды OCIS: 190.0190, 190.7110

Поступила в редакцию 14.05.2010

## Введение

Закономерности распространения световых импульсов из малого числа колебаний, которые часто называют также предельно короткими импульсами (ПКИ), рассматривались во многих теоретических и экспериментальных работах, обзор которых дан, например, в монографии [1]. Особенности нелинейного отражения ПКИ посвящено значительно меньше исследований. В работах [2, 3] с теоретических позиций рассматривались задачи отражения плоских однородных предельно коротких световых волн. В работе [4] изучалось нелинейное отражение поперечно неоднородных параксиальных предельно коротких волн, были про-моделированы как случай одного падающего параксиального ПКИ, так и случай суперпозиции световых полей двух параксиальных ПКИ с разными центральными частотами при нормальном падении их на границу раздела. В на-

стоящей работе изучается нелинейное отражение двух параксиальных ПКИ излучений с разными центральными частотами при падении их на границу раздела сред под малыми и, в общем случае, разными углами.

## Нелинейная формула Френеля при малых углах падения волн на границу раздела диэлектрических сред

Зависимость пространственно-временного спектра отраженного излучения  $G_{\text{ref}}$  от спектра  $G_{\text{inc}}$  параксиального линейно поляризованного ПКИ, падающего на границу раздела линейной и нелинейной однородных и изотропных диэлектрических сред под малым углом, имеет вид [4]

$$G_{\text{ref}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \left( 1 + \frac{c^2}{n_1 n_2} \frac{k_x^2 + k_y^2}{\omega^2} \right) G_{\text{inc}} - \frac{g c S}{3(n_1 + n_2)}, \quad (1)$$

где

$$G_{\text{ref, inc}}(\omega, k_x, k_y) = \iiint E_{\text{ref, inc}}(t, x, y) \exp[i(\omega t + k_x x + k_y y)] dt dx dy, \quad (2)$$

$E_{\text{ref}}$ ,  $E_{\text{inc}}$  – поля отраженной и падающей волн излучения соответственно,  $n_1(\omega)$  и  $n_2(\omega)$  – линейные показатели преломления граничащих сред,  $\omega$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  – временные и пространственные часто-

ты,  $c$  – скорость света в вакууме,  $g = 6\pi\chi/cN_0$  – параметр, описывающий безынерционную нелинейность поляризационного отклика отражающей среды  $P_{nl} = \chi E^3$ , где  $\chi$  – нелинейная вос-

приимчивость этой среды,  $N_0$  – ее показатель преломления на центральной длине волны падающего импульса, а

$$S(\omega, k_x, k_y) = \iiint E_{\text{inc}}^3 \exp[i(\omega t + k_x x + k_y y)] dt dx dy.$$

### Пространственно-временной спектр отраженного излучения на утроенных частотах

Рассмотрим отражение одиночного линейно поляризованного импульса, падающего на границу раздела сред ( $z = 0$ ) под малым углом  $\alpha$ , поле которого имеет вид

$$E_{\text{inc}}(t, x, y) = E_1 \exp[-(x/\rho_1)^2] \exp[-(y/\rho_2)^2] \times \exp\{-(t - x\alpha/v)/\tau_1\} \sin \omega_1(t - x\alpha/v), \quad (3)$$

а спектр, соответственно, может быть представлен как

$$G_{\text{inc}}(\omega, k_x, k_y) = (E_1/2i)\tau_1\rho_1^2\pi^{3/2} \exp\{-(\rho_1(k_x - \omega\alpha/v)/2)^2\} \times \exp[-(\rho_1 k_y/2)^2] \left( \exp\{-(\tau_1(\omega + \omega_1)/2)^2\} - \exp\{-(\tau_1(\omega - \omega_1)/2)^2\} \right), \quad (4)$$

где  $E_1$  – амплитуда падающей волны,  $\rho_1$  – поперечный размер светового пучка,  $\tau_1$  – длительность импульса,  $\omega_1$  – его центральная частота,  $v$  – фазовая скорость в линейной среде.

Подстановка выражения (4) в соотношение (1) позволяет получить выражение для пространственно-временного спектра, генерируемого при

отражении волны (3, 4) излучения на утроенной частоте, вида

$$G_{\text{ref}}(\omega, k_x, k_y) = \frac{i}{24}(\pi/3)^{3/2} \frac{gc}{(n_1 + n_2)} E_1^3 \rho_1^2 \tau_1 \times \exp\left\{ -[\rho_1(k_x - \omega\alpha/v)/2\sqrt{3}]^2 \right\} \times \exp\left\{ -(\rho_1 k_y/2\sqrt{3})^2 \right\} \times \left( \exp\left\{ -[\tau_1(\omega + 3\omega_1)/2\sqrt{3}]^2 \right\} - \exp\left\{ -[\tau_1(\omega - 3\omega_1)/2\sqrt{3}]^2 \right\} \right). \quad (5)$$

Из соотношения (5) видно, что и пространственные, и временные спектры генерируемого при отражении излучения на утроенных частотах в  $\sqrt{3}$  шире спектров падающего излучения. При этом угловые характеристики излучения на основных и утроенных частотах совпадают.

### Пространственно-временной спектр отраженного излучения на комбинационных частотах

Рассмотрим отражение двух одинаково линейно поляризованных волн, падающих на границу раздела сред ( $z = 0$ ) в одной плоскости, но под разными малыми углами  $\alpha$  и  $\beta$ , поле которых может быть описано как

$$E_{\text{inc}}(t, x, y) = E_1 \exp[-(x/\rho_1)^2] \exp[-(y/\rho_1)^2] \times \exp\{-(t - x\alpha/v)/\tau_1\} \sin \omega_1(t - x\alpha/v) + E_2 \exp[-(x/\rho_2)^2] \exp[-(y/\rho_2)^2] \times \exp\{-(t - x\beta/v)/\tau_2\} \sin \omega_2(t - x\beta/v), \quad (6)$$

а спектр, соответственно, можно представить в виде

$$G_{\text{inc}}(\omega, k_x, k_y) = (E_1/2i)\tau_1\rho_1^2\pi^{3/2} \exp\{-(\rho_1(k_x - \omega\alpha/v)/2)^2\} \exp[-(\rho_1 k_y/2)^2] \times \left( \exp\{-(\tau_1(\omega + \omega_1)/2)^2\} - \exp\{-(\tau_1(\omega - \omega_1)/2)^2\} \right) + (E_2/2i)\tau_2\rho_2^2\pi^{3/2} \exp\{-(\rho_2(k_x - \omega\beta/v)/2)^2\} \times \exp[-(\rho_2 k_y/2)^2] \times \left( \exp\{-(\tau_2(\omega + \omega_2)/2)^2\} - \exp\{-(\tau_2(\omega - \omega_2)/2)^2\} \right), \quad (7)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  – амплитуды падающих волн,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – поперечные размеры падающих на границу раздела световых пучков,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – длительности импульсов,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – их центральные частоты.

Подстановка выражения (7) в соотношение (1) позволяет получить выражение для спектра, генерируемого при взаимодействии волн (6, 7) излучения комбинационных частот, вида

$$\begin{aligned}
G_{\text{ref}}(\omega, k_x, k_y) = & \frac{i}{24} \pi^{3/2} \frac{gc}{(n_1 + n_2)} E_1^2 E_2 \rho^2 \tau \exp\left[-\left(\rho_1 k_y/2\right)^2\right] \exp\left\{-\left[\rho(k_x - \omega\gamma_1/v)/2\right]^2\right\} \times \\
& \times \exp\left(-\left\{\tau[\omega + (2\omega_1 + \omega_2)]/2\right\}^2\right) - \exp\left\{-\left[\rho(k_x - \omega\gamma_2/v)/2\right]^2\right\} \exp\left(-\left\{\tau[\omega - (2\omega_1 + \omega_2)]/2\right\}^2\right) - \quad (8) \\
& - \exp\left\{-\left[\rho(k_x - \omega\delta_1/v)/2\right]^2\right\} \exp\left(-\left\{\tau[\omega + (2\omega_1 - \omega_2)]/2\right\}^2\right) - \exp\left\{-\left[\rho(k_x - \omega\delta_2/v)/2\right]^2\right\} \times \\
& \times \exp\left(-\left\{\tau[\omega - (2\omega_1 - \omega_2)]/2\right\}^2\right),
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\rho &= \rho_1 \rho_2 / \left(2\rho_1^2 + \rho_2^2\right)^{1/2}, \quad \tau = \tau_1 \tau_2 / \left(2\tau_1^2 + \tau_2^2\right)^{1/2}, \\
\gamma_1 &= \omega^{-1} \left\{ [\omega + (2\omega_1 + \omega_2)] \left( \tau^2 / \tau_{21}^2 \right) - (2\omega_1 \alpha + \omega_2 \beta) \right\}, \\
\gamma_2 &= \omega^{-1} \left\{ [\omega - (2\omega_1 + \omega_2)] \left( \tau^2 / \tau_{21}^2 \right) + \right. \\
&\quad \left. + (2\omega_1 \alpha + \omega_2 \beta) \right\}, \quad (9) \\
\delta_1 &= \omega^{-1} \left\{ [\omega + (2\omega_1 - \omega_2)] \left( \tau^2 / \tau_{21}^2 \right) - (2\omega_1 \alpha - \omega_2 \beta) \right\}, \\
\delta_2 &= \omega^{-1} \left\{ [\omega - (2\omega_1 - \omega_2)] \left( \tau^2 / \tau_{21}^2 \right) + (2\omega_1 \alpha - \omega_2 \beta) \right\}, \\
\tau_{21} &= \tau_1 \tau_2 / \left(2\tau_2^2 \alpha + \tau_1^2 \beta\right)^{1/2}.
\end{aligned}$$

Как видно из соотношения (8), генерируемое при нелинейном отражении излучение на комбинационных частотах также имеет более широкие пространственные и временные спектры, чем исходное излучение. Его угловые характеристики определяются углами падения световых волн, соотношением их длительностей и центральных частот. Отметим, что в частном случае  $\alpha = \beta$ , угловые характеристики излучения, отраженного на комбинационных частотах, совпадают с угловыми характеристиками излучения, отраженного на основных частотах, и  $\gamma_1 = \gamma_2 = \delta_1 = \delta_2 = \alpha$ .

## Заключение

В настоящей работе выведены соотношения для пространственно-временных спектров волн кратных и комбинационных частот, которые генерируются при нелинейном отражении двух

одновременно падающих в одной плоскости под малыми, но, в общем случае, разными углами световых волн с гауссовым пространственным и временным профилем, временной спектр которых может быть сверхширенным и отличаться центральными частотами. Показано, что ширина временных спектров излучения на комбинационных частотах излучения больше, чем у падающего излучения, и определяется соотношением длительностей взаимодействующих импульсов. Ширина пространственных спектров генерируемого на комбинационных частотах излучения также больше, чем у падающего. Его угловые характеристики зависят от углов падения световых волн, соотношения их частот и длительностей.

Работа поддержана программой “Развитие научного потенциала высшей школы” грантом РНП.2.1.1.4923 и грантом РФФИ № 08-02-00902.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов С.А., Самарцев В.В. Основы фемтосекундной оптики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 292 с.
2. Козлов С.А., Шполянский Ю.А., Ястребова Н.В. Нелинейное отражение импульсов из малого числа колебаний светового поля от просветленной границы раздела сред // Оптический журнал. 2004. Т. 71. № 6. С. 78–83.
3. Розанов Н.Н. Отражение сверхкоротких импульсов от границы раздела среды Друде–Лоренца // Опт. и спектр. 2003. Т. 94. № 3. С. 449–452.
4. Козлов С.А., Мохнатова О.А. Нелинейное отражение фемтосекундного спектрального суперконтинуума // ЖЭТФ. 2008. Т. 133. В. 2. С. 260–270.