

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВЕДОМОГО ЗВЕНА ШЛИФОВАЛЬНО-ПОЛИРОВАЛЬНЫХ СТАНКОВ

© 2005 г. В. В. Травин

ВНЦ "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", Санкт-Петербург

Установлена взаимосвязь между моментом вращения, отношением угловых скоростей ведомого и ведущего звеньев и расстоянием между их неподвижными параллельными осями. Приведены формулы для определения момента вращения.

Коды OCIS: 240.5450.

Поступила в редакцию 04.08.2004.

Кинематическая структура станков, обеспечивающая процессы формообразования оптических поверхностей путем свободного притира, отличается, как известно, от кинематической структуры станков с "жесткими" осями тем, что вращение ведомого верхнего звена сообщается ему нижним звеном посредством силы трения между поверхностями инструмента и обрабатываемой детали, вследствие чего ведомое звено вращается в направлении ведущего звена.

Установление закономерности вращательного движения ведомого звена как одного из основных технологических параметров, влияющих на качество обработки и производительность, давно привлекало внимание исследователей. Знание общих технологических и кинематических закономерностей дает возможность научно обоснованно разрабатывать технологические процессы шлифования, полирования и создавать новые конструкции оптических станков.

Решению этого вопроса был посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ. Наиболее полное теоретическое обоснование затронутой проблемы представлено в работах Престона [1], Горбача [2] и Винокура [3]. В настоящей статье рассмотрены полученные в [1] и [2] результаты теоретических исследований вращательного движения бесконечно узкого ведомого кольца при неподвижных параллельных осях и дано новое решение этой задачи.

Автор [2] ставит под сомнение вывод, сделанный в работе [1], о том, что ведомое звено стремится прийти во вращение синхронно с ведущим, однако при доказательстве приходит к уравнению момента вращения ($M_{вр}$), имеющему бесконечное множество решений. Это может создать ошибочное представление о невозможности математического решения поставленной задачи.

Момент вращения в [1] определен выражением

$$M_{вр} = fPR^2 \int_0^{2\pi} \cos \varphi d\theta = 0, \quad (1)$$

где f – коэффициент трения, P – давление на опорную площадь ведомого звена, R – радиус ведомого

звена. Смысл остальных параметров, входящих в формулу, можно уяснить из рис. 1.

Уравнение (1) действительно, с чисто математической точки зрения, может иметь бесконечное число решений, но единственным решением, удовлетворяющим физическим условиям, является $\varphi = 180^\circ - \theta$, которое соответствует условию равенства угловых скоростей ведомого (ω) и ведущего (Ω) звеньев. Отсюда Ф. Престон делает следующие выводы:

1) где бы ни находилось на ведущем звене бесконечно узкое ведомое звено, оно будет синхронизироваться с ведущим ($\omega = \Omega$);

2) относительная скорость ведущего и ведомого звеньев во всех точках одинаковая: $V_q = \Omega l$;

3) бесконечно узкое ведомое звено может быть заменено ведомым звеном определенной ширины или даже сплошным диском, при этом характер движения не нарушается.

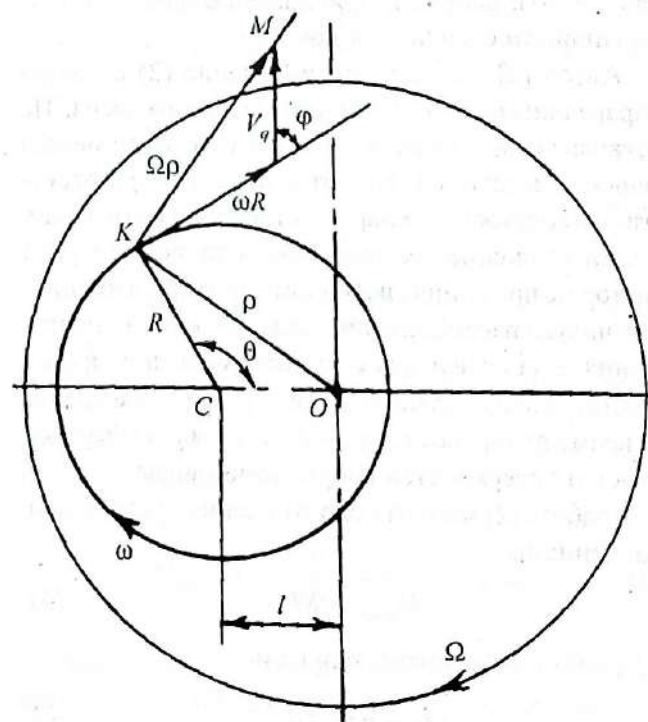


Рис. 1. Схема к расчету момента вращения при условии $\omega = \Omega$.

Из уравнения (1) следует, что при асинхронном вращении ведомого и ведущего звеньев ($\omega \neq \Omega$) момент вращения не будет равен нулю, следовательно, вышеприведенные положения Ф. Престона справедливы только при условии, что момент вращения сопряженной пары равен нулю.

В.Л. Горбач [2] считает, что угловая скорость ведомого звена не зависит от того, происходит шлифование или полирование, применяется крупный или мелкий абразив. От этих факторов, в известной мере определяющих коэффициент трения (f), зависит только наименьшее значение силы давления на ведомое звено (P), вызывающей соответствующую силу трения (F), при которой угловая скорость ведомого звена (ω) имеет некоторое определенное значение в соответствии с кинематическими свойствами механизма. Дальнейшее увеличение силы давления и, следовательно, силы трения не увеличит скорость ω . На основании этого вывода В.Л. Горбач считает, что передаточное число такого фрикционного механизма можно определить с помощью методов одной только кинематики. Для определения угловой скорости бесконечно узкого ведомого звена он предлагает уравнение

$$\omega = \frac{M_{\text{сопр}} - M_n}{M_{\text{сопр}}} \Omega, \quad (2)$$

где $M_{\text{сопр}}$ — момент сил сопротивления относительно оси ведомого звена, M_n — момент трения поводка, и еще более упрощенный его вариант

$$\omega = h\Omega, \quad (3)$$

где h — коэффициент, приближенно равный к. п. д. шарнирного соединения поводка.

Автор [2] считает, что уравнение (2) остается справедливым для сплошного ведомого звена. Не останавливаясь на детальной критике этого метода решения задачи, следует отметить, что при отсутствии в сопряженной паре жестких кинематических связей вращение ведомого звена зависит от ряда факторов, присущих свободному притиру, а именно: величины и распределения давления, коэффициента трения, относительных скоростей вращения и расстояния между осями ведущего и ведомого звеньев, времени обработки, а также состояния (шероховатости) поверхностей сопряженной пары.

В работе [2] момент сопротивления представлен уравнениями

$$M_{\text{сопр}} = fRP \quad (4)$$

— для бесконечно узкого кольца и

$$M_{\text{сопр}} = (2/3)fRP \quad (5)$$

— для сплошной пяты.

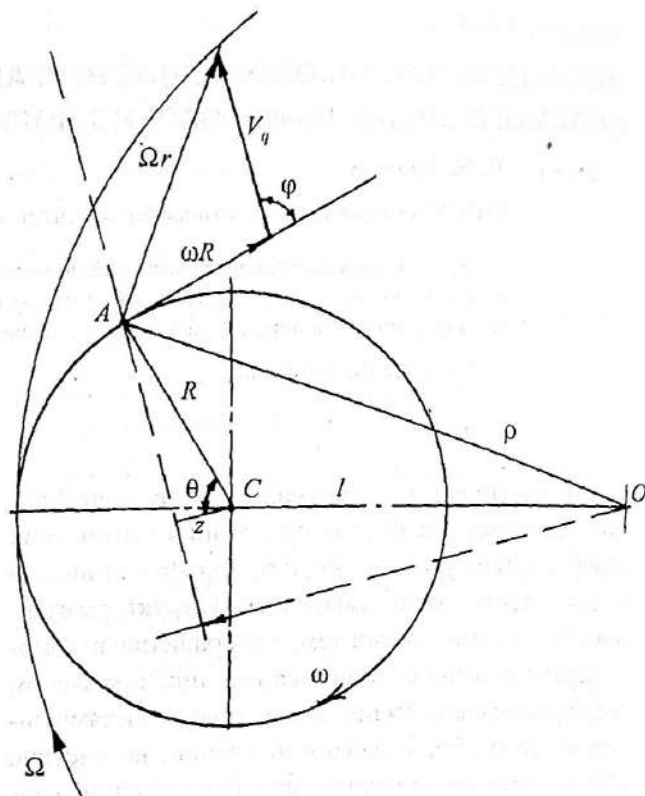


Рис. 2. Схема к расчету момента вращения при условии $\omega \neq \Omega$.

Необходимо отметить, что уравнения (4) и (5) следует применять только в том случае, если расстояние между осями ведущего и ведомого звеньев $l = 0$, например, при определении момента трения вращательной пары в виде пяты и подпятника [5].

Для раскрытия механизма взаимосвязи элементов вращательного движения при свободном притире рассмотрим последовательность вывода расчетной формулы (1) для определения момента вращения [1]. Элементы сопряженной пары для пояснения расчета приведены на рис. 2.

На единицу опорной площади ведомого звена действует давление $P/2\pi R$. Разделив окружность на элементы дуги и действующее на нее давление, получим $Pd\theta/2\pi$. Находим направление скорости трения V_q в центральных точках элементов дуги, допустив, что линия V_q проходит на расстоянии z от точки C. Касательная составляющая силы трения, приложенная к каждому элементу,

$$f_i = f \frac{P}{2\pi} d\theta, \quad (7)$$

а элемент момента вращения

$$M_i = f \frac{P}{2\pi} z d\theta. \quad (8)$$

Тогда полный момент вращения составит

$$M_{\text{вр}} = f \frac{P}{\pi} \int_0^\pi z d\theta. \quad (9)$$

Обращаясь к рис. 2, предположив на время, что Ωr и ωR представляют собой не скорости, а силы,

и что V_q составляет их разность, момент силы V_q относительно точки C должен быть равен разнице между моментами сил Ωr и ωR относительно точки C :

$$V_q z = \Omega r R \cos \varphi - \omega R^2. \quad (10)$$

Уравнение (10) после преобразования

$$V_q z = (\tilde{\omega} R + l \cos \theta) \Omega R, \quad (11)$$

где $\tilde{\omega} = 1 - \omega/\Omega$.

В окончательном виде формула для определения момента вращения [1]

$$M_{\text{вр}} = fPR \frac{1}{\pi} \left(\frac{\bar{x}-1}{\bar{x}} F + \frac{\bar{x}+1}{\bar{x}} E \right), \quad (12)$$

где множитель fPR представляет собой момент вращения, необходимый для поворота ведомого звена на неподвижном ведущем звене, а

$$\frac{1}{\pi} \left(\frac{\bar{x}-1}{\bar{x}} F + \frac{\bar{x}+1}{\bar{x}} E \right) \quad (13)$$

является коэффициентом момента вращения в тех случаях, когда вращаются ведущее и ведомое звенья, где $\bar{x} = \tilde{\omega} R_1$, $R_1 = R/l$, F – полный эллиптический интеграл первого рода, E – полный эллиптический интеграл второго рода.

Из уравнения (12) следует, что ω и $M_{\text{вр}}$ – взаимосвязанные величины, при этом синхронное вращение ведомого и ведущего звеньев может быть только при условии $M_{\text{вр}} = 0$.

Продолжим рассмотрение этой задачи другим способом, но тоже, как и автор [1], с точки зрения динамики свободного вращения ведомого звена, опираясь на 2-й закон Ньютона (основной закон динамики), который устанавливает, как изменяется скорость точки под действием силы.

В условии данной задачи имеем действие сил, приложенных к ведомому звену от ведущего, и инертность ведомого звена, при этом скорость не является кинематически определенной.

На рис. 3 показана поверхность ведомого звена. Вектор dF представляет силу трения, приложенную к элементу площади dS . Сила dF по направлению противоположна вектору относительной скорости V_q элемента dS . Обозначим через q плечо вектора dF относительно центра C ведомого звена. Предположим, что коэффициент трения f и давление P постоянны на всей площади сопряжения звеньев. Пусть точка N является мгновенным центром скоростей ведомого звена в его относительном движении по отношению к ведущему. Как видно (рис. 3), $q = GM = CA$, где точка G засекается на радиусе-векторе NM окружностью, построенной на отрезке CN как на диаметре. Эта окружность является геометрическим местом точек, для которых $q = 0$, и разде-

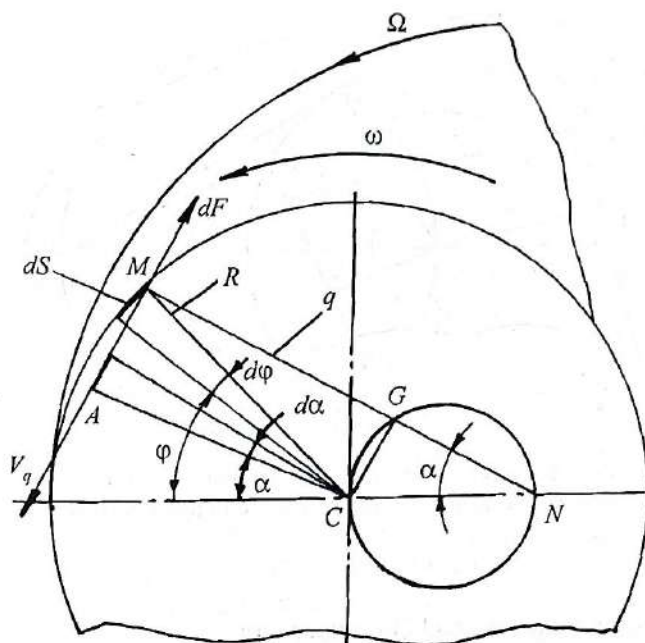


Рис. 3. Схема к расчету момента вращения при условии, что точка N находится внутри окружности ведомого звена.

ляет поверхность ведомого звена на две области, где всем точкам внешней области соответствуют моменты одного знака, а всем точкам внутренней – моменты противоположного знака.

Пусть точка N находится внутри ведомого звена. Обозначим $CN = h = KR$, $0 \leq h \leq R$. Из рис. 3 следует, что плечо вектора dF можно выразить как

$$q = \sqrt{R^2 - h^2 \sin^2 \alpha} = R \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \alpha}. \quad (14)$$

Давление на единицу опорной площади $p = P/2\pi R$, элементарная площадь $dS = R d\varphi$, элементарная сила трения

$$dF = f p dS = f \frac{P}{2\pi} d\varphi. \quad (15)$$

Элементарный момент вращения на этой площадке

$$dM_{\text{вр}} = f \frac{P}{2\pi} d\varphi q \frac{d\alpha}{2\pi}, \quad (16)$$

где $q d\alpha/2\pi$ – плечо элементарного момента вращения. Следовательно, полный момент вращения после интегрирования по углам и подстановки значения q из уравнения (14)

$$M_{\text{вр}} = f \frac{PR}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \alpha} d\alpha. \quad (17)$$

Подынтегральное выражение можно представить полным нормальным эллиптическим табличным интегралом Лежандра [4], а именно

$$E_k = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \alpha} d\alpha. \quad (18)$$

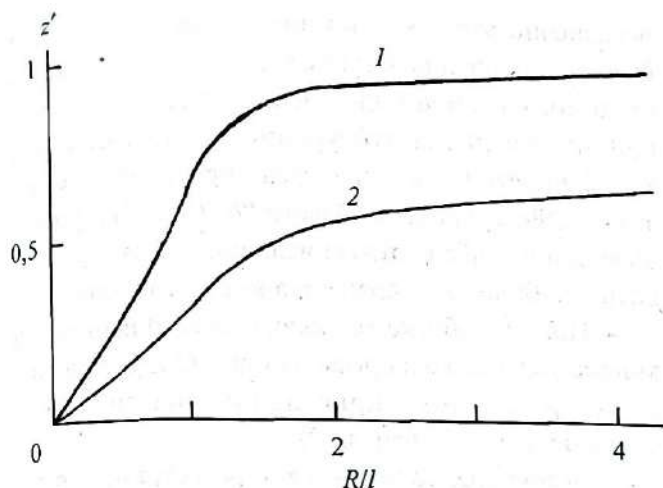


Рис. 5. Зависимости коэффициента момента вращения от значения $\bar{x} = (1 - \omega/\Omega)R/l$ при условии $\omega = 0$.

при условии $\omega = 0$. Таким образом, из рис. 5 следует, что увеличение расстояния l между осями приводит к уменьшению момента вращения и, следовательно, к возможности асинхронного вращения ведомого звена относительно ведущего.

Кривая 2 построена по расчетным формулам [3] для определения момента вращения сплошного диска ведомого звена при неподвижных параллельных осях. Сопоставляя кривые 1 и 2 (рис. 5), видим, что при одном и том же расстоянии между осями ведущего и ведомого звеньев имеем различные значения z' , следовательно, угловые скорости ω бесконечно узкого кольца и сплошного диска могут иметь разные значения.

Результаты теоретического исследования закономерности вращательного движения ведомого звена были экспериментально проверены путем шлифования и полирования плоских оптических поверхностей по методу притира на станке 2ПД 200М. Обработывались образцы из стекла марки К8 – сплошной диск с диаметром 40 мм и кольцо с внешним диаметром 52 мм и внутренним диаметром 20 мм при следующих режимах: частота вращения шпинделя инструмента 16 мин^{-1} , давление $0,25 \text{ кг/см}^2$, инструмент для шлифования – планшайба с диаметром 350 мм, абразивный порошок зернистостью М 28, инструмент для полирования – техническое сукно толщиной 1,5 мм, наклеенное на планшайбу с диаметром 250 мм, полирующий порошок – полирит.

На рис. 6 приведены результаты экспериментов, из которых следует: при шлифовании (кривая 1) и полировании (кривая 2) при равных исходных данных скорости ведомого звена различаются. Это объясняется тем, что коэффициент трения f при полировании больше, чем при шлифовании, что приводит к увеличению момента вращения $M_{вр}$, от величины которого зависит и устойчивость вращения ведомого звена. Кроме того, упругие свойства под-

ложки полировальника (техническое сукно) способствуют улучшению сопряжения поверхности стекла и инструмента. При обработке деталей в виде кольца (кривая 3) стабильность вращения ведомого звена повышается.

Кривые, построенные по аналитическим расчетам (рис. 5) и экспериментальным данным (рис. 6), свидетельствуют о том, что как момент вращения $M_{вр}$, так и скорость ведомого звена ω зависят от отношения R/l .

Необходимо отметить, что приведенные на рис. 6 значения, полученные экспериментальным путем (кривые 1–3), не являются жестко установленными результатами вследствие того, что элементы технологического процесса, влияющие на скорость ω , такие, например, как коэффициент трения, давление, материал подложки, состояние поверхностей сопряженной пары, могут иметь различные характеристики, а также изменяться в процессе обработки во времени. Таким образом, представленные выше расчетные формулы и экспериментальные данные следует использовать при разработке технологических процессов и технических заданий на новые станки в качестве исходной информации с последующим уточнением, учитывая при этом характеристики всех элементов технологического процесса.

При обработке сферических поверхностей смещение l оси ведомого звена относительно оси ведущего звена так же, как и при обработке плоских поверхностей, в общем, влияет на изменение момента вращения $M_{вр}$ и, следовательно, на скорость ведомого звена ω . Кроме того, следует отметить, что

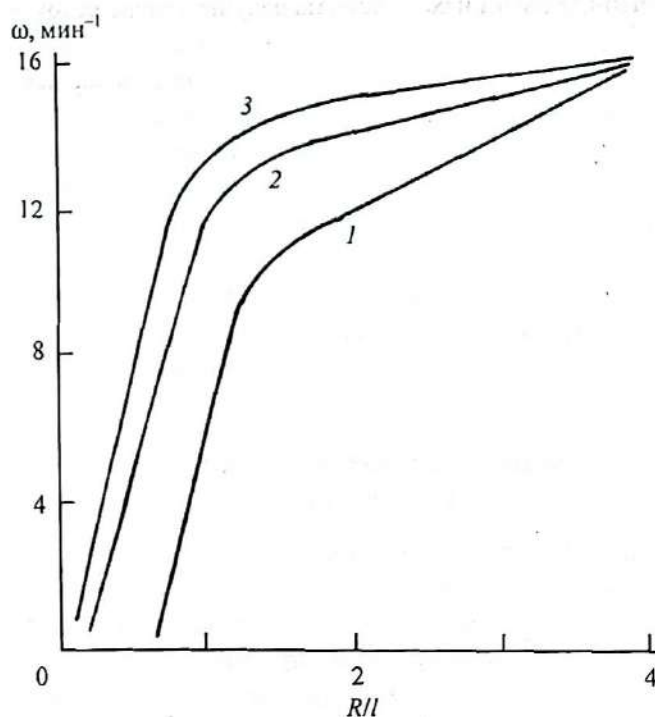


Рис. 6. Зависимости скорости ведомого звена ω от отношения R/l .

величина смещения при обработке на шлифовально-полировальных станках типа ШП и ПД ограничена крутизной обрабатываемой сферической поверхности, так как усилие прижима P у этих станков направлено вдоль оси шпинделя станка, а не к центру кривизны.

Выводы

1. При отсутствии определенных геометрических связей между ведущим и ведомым звеньями при условии неподвижных параллельных осей ($l \neq 0$) угловая скорость ведомого звена ω не может быть определена кинематическим путем, как это представлено в работе [2].

2. С целью расширения представления о значении момента вращения сопряженной пары следует ввести понятие "потенциальный момент вращения" $M_{вр.пот}$, от величины которого зависит стабильность угловой скорости ведомого звена. Так, например, при $\omega = \Omega$ и $l = 0$ момент вращения $M_{вр} = 0$, в то же время $M_{вр.пот}$ будет максимальным, обеспечивающим синхронизацию угловых скоростей ведомого и ведущего звеньев. В этом случае отсутствует относительная скорость вращения звеньев ($V_q = 0$) и, следовательно, сила трения $F = 0$, а плечо ведомого звена будет максимальным $q = R$. Момент вращения целесообразно определять при условии $\omega = 0$.

3. Уравнение (12) из работы [1] не может служить аналитическим доказательством общей закономерности вращательного движения бесконечно узкого кольца и сплошного диска, заключающейся в том, что где бы ни находилось на ведущем звене ведомое

бесконечно узкое кольцо или сплошной диск, оно будет синхронизироваться с ведущим ($\omega = \Omega$), вследствие того что при определении момента вращения сплошного диска это уравнение не учитывает коэффициент $K = 2/3$ и момент противоположного знака, действующий в области "h" (рис. 3) и уменьшающий его абсолютную величину, от которой зависит стабильность вращения ведомого звена.

4. При разработке технологического процесса и кинематики рабочих органов станка следует использовать результаты, приведенные на рис. 5 для сплошного диска (кривая 2).

5. Вывод предложенных автором статьи формул (19), (26) по сравнению с выводом формулы (12) из работы [1] имеет меньше условных математических предположений, менее трудоемкий.

6. Для осуществления стабильного вращения верхнего звена при условии $h > R$ верхнее звено станка должно быть снабжено принудительным приводом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Preston F.W. // Journal of the Society of Glass Technology. 1929. V. XIII. June. № 50.
2. Горбач В.Л. Кинематика рабочих органов оптических шлифовально-полировальных станков. М.: Оборонгиз, 1958. С. 3, 12–15.
3. Винокур С.И. Формообразование оптических поверхностей. М.: Оборонгиз, 1962. С. 367, 368.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. С. 560, 757.
5. Артоблевский И.И. Теория механизмов. М.: Наука, 1967. С. 193, 194.