

УДК 621.398

СПОСОБ КВАНТОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2005 г. К. В. Суслин, Б. И. Шкурский, доктор техн. наук

Филиал ФГУП “ПО “Уральский оптико-механический завод”” “Урал-Геофизика”, Москва

E-mail: uralgeo@co.ru

Применительно к задаче квантования изображений рекомендована процедура выбора пороговых уровней, приближенная к оптимальной в смысле минимума дисперсии шумов квантования. Рассмотрен и проиллюстрирован эвристический алгоритм квантования, который может представлять интерес в частных случаях.

Коды OCIS: 100.0100, 100.0480.

Поступила в редакцию 09.03.2005.

Квантование изображения предусматривает замену его отсчетов, принимающих непрерывное множество значений, на целые числа конечной разрядности. Чаще речь идет о замене исходных квантованных (например, в аналого-цифровом преобразователе (АЦП) датчика изображения) отсчетов на отсчеты меньшей разрядности. Квантование сопряжено с внесением в изображение так называемых шумов квантования, характеризующихся дисперсией отклонения квантованных отсчетов от исходных. Задачи минимизации дисперсии шумов квантования применительно к изображениям со “стандартными” распределениями вероятностей отсчетов (Гаусса, Релея и т. п.) решены [1]. Цель этой работы – оптимизация квантования изображений с произвольными распределениями вероятностей отсчетов применительно к задаче квантования в реальном масштабе времени.

В процессе квантования значение F отсчета аналогового сигнала, принадлежащее интервалу $[F_{\min}, F_{\max}]$, сравнивается с набором пороговых уровней U_m ($0 \leq m \leq M$). Отсчету F присваивается значение G_m фиксированного уровня квантования (из M уровней), соответствующего интервалу между соседними пороговыми уровнями, которому принадлежит отсчет $G = G_m$ при $U_m \leq F < U_{m+1}$.

Замена отсчетов F на “грубые” отсчеты G приводит к погрешностям (шумам) квантования. При известной плотности вероятностей $W(F)$ отсчетов исходного изображения дисперсию этих погрешностей можно оценить следующим образом [1]:

$$\sigma_F^2 = \int_{F_{\min}}^{F_{\max}} (G - F)^2 W(F) dF = \sum_{m=0}^{M-1} \int_{U_m}^{U_{m+1}} (G_m - F)^2 W(F) dF. \quad (1)$$

При достаточно большом количестве уровней M функцию $W(F)$ на каждом из интервалов $[U_m, U_{m+1}]$ можно считать постоянной. В этом приближении после вычисления интеграла выражение (1) приводят к виду

$$\sigma_F^2 \approx \frac{1}{3} \sum_{m=0}^{M-1} W(G_m) [(U_{m+1} - G_m)^3 - (U_m - G_m)^3]. \quad (2)$$

Исходя из того что наилучшее (в смысле минимума дисперсии (2) шумов квантования) положение уровня квантования G_m соответствует центру m -го интервала

$$G_m = (U_{m+1} + U_m)/2,$$

приходят к упрощенной формуле для дисперсии шумов квантования [1]

$$\sigma_F^2 \approx \frac{1}{12} \sum_{m=0}^{M-1} W(G_m) (U_{m+1} - U_m)^3. \quad (3)$$

В этом виде формула допускает выбор пороговых уровней U_m , а значит, и уровней квантования G_m , например, методом формального поиска по критерию минимума дисперсии (3), что и было реализовано для “стандартных” законов распределения вероятностей отсчетов изображений [1].

Для упрощения процедуры минимизации σ_F^2 воспользуемся неравенством Коши–Буняковского, предварительно записав его применительно к действительным числам a_m, b_m в удобном для нас виде

$$\sum_{m=0}^{M-1} a_m^2 \geq \left(\sum_{m=0}^{M-1} a_m b_m \right)^2 / \sum_{m=0}^{M-1} b_m^2. \quad (4)$$

Условие равенства в (4) сводится к $a_m = c b_m$, где c – произвольный коэффициент.

Учитывая, что $W(G_m)$ и $(U_{m+1} - U_m)$ – неотрицательные числа, представим величины a_m , b_m в следующем виде:

$$a_m = \sqrt{W(G_m)(U_{m+1} - U_m)^3}, \quad b_m = \sqrt{U_{m+1} - U_m}. \quad (5)$$

В результате подстановки (5) в (4) с учетом (3) получаем

$$\sigma_F^2 \approx \frac{1}{12} \sum_{m=0}^{M-1} a_m^2 \geq \frac{\left(\sum_{m=0}^{M-1} \sqrt{W(G_m)(U_{m+1} - U_m)^3} \right)^2}{12(F_{\max} - F_{\min})}. \quad (6)$$

Здесь мы приняли во внимание, что

$$\sum_{m=0}^{M-1} b_m^2 = \sum_{m=0}^{M-1} (U_{m+1} - U_m) = F_{\max} - F_{\min}. \quad (7)$$

Равенство в (6) достигается при условии

$$\sqrt{W(G_m)(U_{m+1} - U_m)^3} = c\sqrt{U_{m+1} - U_m},$$

откуда следует правило подоптимального выбора пороговых уровней для квантования:

$$U_{m+1} - U_m = c/\sqrt{W(G_m)}. \quad (8)$$

Это правило предусматривает малые шаги между уровнями для областей часто встречающихся отсчетов и, наоборот, большие шаги на областях маловероятных отсчетов. Очевидно, что уровни, соответствующие нулевой плотности вероятностей, в квантовании “не нужны” и что соответствующие области изменения квантуемых величин могут быть объединены с ближайшим интервалом между пороговыми уровнями. Коэффициент c подлежит “подбору”, например, путем формального поиска для выполнения условия $U_M = F_{\max}$ или $(U_M - F_{\max})^2 = \min$. В качестве начального значения этого коэффициента можно принять его значение при равномерном распределении $W(F) = 1/(F_{\max} - F_{\min})$:

$$c = (F_{\max} - F_{\min})^{1/2}/M.$$

Плотности распределения вероятностей яркости реальных сцен в отличие от стандартных плотностей вероятностей представляют собой функции с большим числом экстремумов, и упрощение (2) для них оказывается слишком грубым. По этой причине дисперсия шумов квантования с использованием формулы (8) в

большой части ситуаций превышает дисперсию квантования с эквидистантными пороговыми уровнями и уровнями квантования. Очевидна необходимость учета конкретных плотностей распределения вероятностей вплоть до их “поведения” на интервалах между пороговыми уровнями. Что же касается формулы (8), то ее следует принимать во внимание при качественном описании подхода к выбору пороговых уровней и использовать последовательность ее вывода при получении более точного результата.

Одновременно необходимо учесть, что все датчики цифровых изображений снабжены АЦП, реализующими эквидистантное квантование, как правило, с избыточной разрядностью. Поэтому задача подоптимального квантования обычно сводится к выбору пороговых уровней u_m для квантования отсчетов u (например, 12-разрядных) в коды m (например, 6-разрядные) по правилу

$$G = G_m \text{ при } u_m \leq u \leq u_{m+1} - 1,$$

где G_m – таблица декодирования. В нашем примере $u_{\min} = 0$, $u_{\max} = 4095$, $0 \leq m \leq M = 64$.

Считаем известной гистограмму изображения W_u . Дисперсия шумов квантования может быть представлена в виде

$$\sigma_F^2 = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} W_u (u - G_m)^2. \quad (9)$$

Минимум сумм по u достигается при условии

$$G_m = \left(\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u W_u \right) / \left(\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} W_u \right).$$

Следовательно,

$$\sigma_F^2 \geq \sum_{m=0}^{M-1} \left[\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u^2 W_u - \frac{\left(\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u W_u \right)^2}{\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} W_u} \right]. \quad (10)$$

Представим величину a_m в виде квадратного корня из выражения в квадратной скобке под знаком суммы в (10), а величину b_m в виде

$$b_m = \sqrt{u_{m+1} - u_m - 1}. \quad (11)$$

Применим теперь неравенство (4):

$$\sigma_F^2 \geq \frac{\left[\sum_{m=0}^{M-1} \sqrt{(u_{m+1} - u_m - 1) \left[\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u^2 W_u - \frac{\left(\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u W_u \right)^2}{\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} W_u} \right]} \right]^2}{u_{\max} - u_{\min} - M}. \quad (12)$$

Равенство в (12) достигается при условии

$$\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u^2 W_u - \left(\sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} u W_u \right)^2 / \sum_{u=u_m}^{u_{m+1}-1} W_u = c(u_{m+1} - u_m - 1). \quad (13)$$

При произвольном значении константы c выбор величины порога u_{m+1} проводится среди целых чисел по критерию минимума квадрата модуля разности левой и правой частей в (13). Отличие результата расчета порога u_m от $u_{\max}$ является основанием для коррекции величины c . В процессе расчета по формуле (13) наращивание величин u_{m+1} и получение сумм проводятся параллельно. Оптимальные пороговые уровни определяются приближенно среди целых значений u с ограниченной разрядностью.

Интерес представляет также эвристический алгоритм квантования изображения в условных тонах серого. Он предусматривает получение гистограммы исходного изображения и отыскание ее минимумов. К минимумам гистограммы относят и ее значения при $u = u_{\min}$, $u = u_{\max}$. Если количество минимумов больше заданного верхнего предела M (он задается примерно равным числу различных оператором уровней светлоты индикатора, т. е. 16–64), гистограмму подвергают сглаживанию окном из некоторого числа единиц подряд. Выбор ширины окна позволяет приблизить количество M' минимумов сглаженной гистограммы к заданному значению $M + 1$. Применение для сглаживания гистограммы медианной фильтрации, как правило, дает менее удачное приближение.

С помощью полученных $M' \leq M + 1$ значений u_m отсчетов в минимумах сглаженной гистограммы, которые мы используем как пороговые уровни, строится таблица квантования (кодирования)

$$G_u = \begin{cases} (u_1 + u_2)/2 & \text{при } u_1 \leq u \leq u_2, \\ (u_m + u_{m+1})/2 & \text{при } u_m < u \leq u_{m+1}. \end{cases} \quad (14)$$

Возможен также вариант эквидистантного квантования, когда интервалы между уровнями квантования выбираются одинаковыми. В этом случае используется таблица

$$G_u = \begin{cases} 1 & \text{при } u_1 \leq u \leq u_2, \\ m & \text{при } u_m < u \leq u_{m+1}. \end{cases} \quad (15)$$

Табличные значения G , полученные с помощью формул (14) или (15), элементарным линейным преобразованием и округлением согласуются с диапазоном входных кодов видеомонитора. Квантование сводится к замене входных кодов u на выходные коды G .

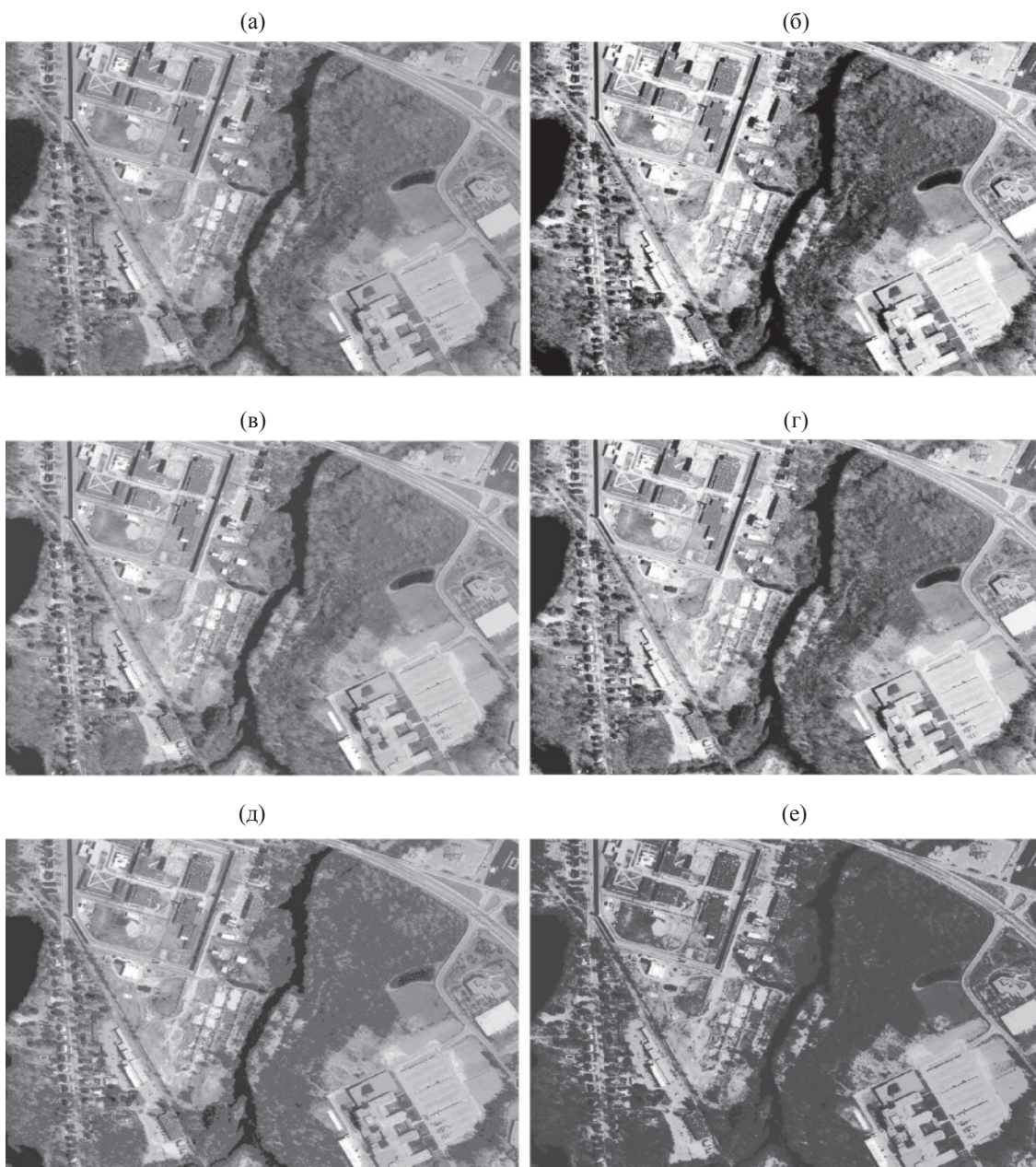
Смысл описанного алгоритма квантования довольно прост. С помощью гистограммы в изображении выделяют несколько яркостных мод (возможно, не самым удачным способом). Наличие этих мод в изображении служит основанием для их индикации различными уровнями серого при кодировании по формуле (15) или уровнями, соответствующими центрам мод (при использовании формулы (14)). Выбор эквидистантных уровней квантования возможен и по результатам оптимального (в смысле минимума дисперсии шумов квантования) выбора пороговых уровней. Во всех случаях эквидистантного выбора уровней квантования о минимуме шумов квантования речи не идет: предпринимается попытка передачи контрастов в индицируемом изображении в ущерб точности воспроизведения яркостного поля.

Все описанные здесь алгоритмы допускают реализацию квантования текущего кадра по гистограмме предыдущего кадра без сколь-нибудь существенного увеличения вычислительных затрат. Возможно также и квантование текущего кадра по его гистограмме, но для этого требуется дополнительная буферная память одного кадра. Кроме того, в этом случае возникает запаздывание квантованного изображения относительно исходного на время одного кадра, что не всегда допустимо.

Предложенный здесь подход к оптимальному квантованию можно распространить и на цветные изображения, квантуя каждую координату цвета отдельно. Однако решение этой задачи усложнено необходимостью отыскания оптимального распределения уровней квантования между координатами цвета и более строгого, чем используемое в настоящее время, определения различия изображений.

В качестве примера на рисунке а показано исходное черно-белое изображение, заданное байтовыми словами. На рисунке б показано это же изображение в 16 уровнях серого (четырёхразрядные слова), полученное при эквидистантном выборе пороговых уровней и уровней квантования. Рисунки в иллюстрирует вариант оптимального выбора пороговых уровней и уровней квантования, а рисунок г – то же самое, но при эквидистантном задании уровней квантования. Рисунки д и е иллюстрируют применение эвристического алгоритма кодирования (количество уровней серого – 13), причем изображение е получено при эквидистантном задании уровней квантования.

Лучшее соответствие исходному изображению обеспечивает оптимальное квантование (средне-квадратичное отклонение отсчетов исходного и квантованного изображений в 3 раза меньше, чем при стандартном кодировании, показанном на рисунке б). Немного (в 1,3 раза) большее по сравне-



Примеры оптимального квантования изображения (пояснения в тексте).

нию с оптимальным среднеквадратичное отклонение от исходного изображения дает эвристическое квантование (рисунок д). Переход к эквидистантному квантованию (рисунки г, д) приводит к увеличению среднеквадратичного отклонения от исходного изображения в 2–3 раза.

В заключение укажем, что переход к оптимальному квантованию нельзя отнести к определяющему фактору сохранения качества изображения. Таким

фактором было и остается количество уровней серого в изображении. Между тем, нет оснований отказываться от оптимального (при любом количестве уровней серого) квантования изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прэтт У.К. Цифровая обработка изображений. Кн. 1. М.: Мир, 1982. 310 с.