

# Оптический журнал

Голография  
Holography

DOI: 10.17586/1023-5086-2023-90-05-63-75

УДК 681.78

## Сравнительный анализ алгоритмов расчета оптических систем с использованием композитных голограммных оптических элементов

ДАМИР МАРАТОВИЧ АХМЕТОВ<sup>1</sup>✉, ЭДУАРД РИНАТОВИЧ МУСЛИМОВ<sup>2</sup>,  
ДАНИЛА ЮРЬЕВИЧ ХАРИТОНОВ<sup>3</sup>, НАДЕЖДА КОНСТАНТИНОВНА ПАВЛЫЧЕВА<sup>4</sup>,  
ИЛЬЯ АНДРЕЕВИЧ ГУСЬКОВ<sup>5</sup>, АЙДАР РУСТЕМОВИЧ ГИЛЬФАНОВ<sup>6</sup>,  
АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ ТЕРЕНТЬЕВ<sup>7</sup>

<sup>1, 3, 5, 6</sup>Государственный институт прикладной оптики, Казань, Россия

<sup>1, 2, 3, 4, 6, 7</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ, Казань, Россия

<sup>1</sup>akhmetov.dimir.97@mail.ru <https://orcid.org/0000-0001-5827-2648>

<sup>2</sup>e0123@mail.ru <https://orcid.org/0000-0002-3242-9894>

<sup>3</sup>gipo@telebit.ru <https://orcid.org/0000-0002-1256-4474>

<sup>4</sup>nkpavlych@rambler.ru <https://orcid.org/0000-0001-9395-3967>

<sup>5</sup>gipo@telebit.ru <https://orcid.org/0000-0003-1480-8572>

<sup>6</sup>gipo@telebit.ru <https://orcid.org/0000-0002-2318-0097>

<sup>7</sup>real\_agrail@mail.ru

### Аннотация

**Предмет исследования.** Два алгоритма расчета оптической схемы на базе композитного голограммного оптического элемента, направленные на оптимизацию дифракционной эффективности, первый из которых основывается на последовательном разбиении голограммного элемента, второй — на осреднении локально оптимизируемых параметров голограммы. Целями работы являются разработка алгоритмов определения конфигурации композитной голограммы и ее параметров в каждой из субапертур, а также их дальнейшее использование для достижения высокой ДЭ, равномерно распределенной по рабочему спектральному диапазону прибора. **Метод.** Алгоритмы базируются на применении уравнения Велфорда для трассировки лучей через голограмму и теории Когельника для одновременного вычисления дифракционной эффективности в нескольких субапертурах. **Основные результаты.** В качестве демонстрационного примера представлены расчет и анализ оптической схемы спектрографа, работающего в ближней инфракрасной области спектра с высокой угловой дисперсией. На вход спектрографа подается расходящийся пучок лучей с числовой апертурой 0,14. Спектрограф работает в области длин волн от 830 до 870 нм, центр которой соответствует длине волны излучения стандартного лазерного источника. Оптическая система состоит из коллиматора, двух объемно-фазовых пропускающих голограммных решеток, камерного объектива и фотоприемника. Показано, что наибольший выигрыш в дифракционной эффективности композитной голограммы из трех прямоугольных субапертур в сравнении с одиночной голограммной решеткой без оптимизации параметров достигает 5,1 раз и наблюдается на длиноволновом краю спектра. **Практическая значимость.** Предложенные алгоритмы позволяют определять оптимальное количество, форму и расположение субапертур композитного голограммного оптического элемента. Полученные результаты позволят спроектировать спектрограф, отличающийся повышенной и более равномерной яркостью изображения по всему рабочему диапазону.

**Ключевые слова:** голограммная дифракционная решетка, композитный голограммный элемент, дифракционная эффективность, ближний инфракрасный диапазон, спектрограф

**Благодарность:** работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 21-79-00082.

**Ссылка для цитирования:** Ахметов Д.М., Муслимов Э.Р., Харитонов Д.Ю., Павлычева Н.К., Гуськов И.А., Гильфанов А.Р., Терентьев А.И. Сравнительный анализ алгоритмов расчета оптических систем с использованием композитных голограммных оптических элементов // Оптический журнал. 2023. Т. 90. № 5. С. 63–75. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-05-63-75>

**Коды OCIS:** 050.2065, 230.1950, 090.2820

## Comparative analysis of design algorithms for optical systems using composite holographic optical elements

DAMIR M. AKHMETOV<sup>1</sup>✉, EDUARD R. MUSLIMOV<sup>2</sup>, DANILA Y. KHARITONOV<sup>3</sup>,  
NADEZHDA K. PAVLYCHEVA<sup>4</sup>, ILYA A. GUSKOV<sup>5</sup>, AIDAR R. GILFANOV<sup>6</sup>, ALEXANDER I. TERENTYEV<sup>7</sup>

1, 3, 5, 6State Institute of Applied Optics, Kazan, Russia

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev — KAI, Kazan, Russia

<sup>1</sup>akhmetov.damir.97@mail.ru <https://orcid.org/0000-0001-5827-2648>

<sup>2</sup>e0123@mail.ru <https://orcid.org/0000-0002-3242-9894>

<sup>3</sup>gipo@telebit.ru <https://orcid.org/0000-0002-1256-4474>

<sup>4</sup>nkpavlych@rambler.ru <https://orcid.org/0000-0001-9395-3967>

<sup>5</sup>gipo@telebit.ru <https://orcid.org/0000-0003-1480-8572>

<sup>6</sup>gipo@telebit.ru <https://orcid.org/0000-0002-2318-0097>

<sup>7</sup>real\_agrail@mail.ru

### Abstract

**Subject of study.** Two algorithms for design of an optical scheme based on a composite hologram optical element aimed at optimizing the diffraction efficiency, the first of which is based on the successive partitioning of the hologram element, the second algorithm is based on averaging locally optimized hologram parameters. **The aims of this work** are to develop algorithms for determining the configuration of a composite hologram and its parameters in each of the subapertures, as well as their further use to achieve a high diffraction efficiency uniformly distributed over the working spectral range of the device. **Method.** The algorithms are based on the application of the Welford equation for ray tracing through a hologram and the Kogelnik theory for simultaneous calculation of diffraction efficiency in several sub-apertures. **Main results.** As a demonstrative example, a design and analysis of a spectrograph optical scheme operating in the near infrared region with a high angular dispersion is given. A diverging beam with a numerical aperture of 0.14 is fed to the input of the spectrograph. The spectrograph operates in the wavelength range from 830 to 870 nm, the center of which corresponds to the emission wavelength of a standard laser source. The optical system consists of a collimator, two volume-phase transmission holographic gratings, a camera lens, and a photodetector. It is shown that the greatest gain in diffraction efficiency for a composite hologram of three rectangular sub-apertures in comparison with a single hologram grating without parameters optimization reaches 5.1 times and is observed at the long-wavelength edge of the spectrum. **Practical significance.** The proposed algorithms will allow one to determine the optimal number, shape and location of the composite hologram sub-apertures. The obtained results will make it possible to design a spectrograph characterized by an increased and more uniform image brightness over the entire working range.

**Keywords:** holographic diffraction grating, composite holographic element, diffraction efficiency, near infrared domain

**Acknowledgment:** the work was supported by the Russian Science Foundation grant № 21-79-00082.

**For citation:** Akhmetov D.M., Muslimov E.R., Kharitonov D.Y., Pavlycheva N.K., Guskov I.A., Gilfanov A.R., Terentyev A.I. Comparative analysis of design algorithms for optical systems using composite holographic optical elements [in Russian] // Opticheskii Zhurnal. 2023. V. 90. № 5. P. 63–75. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-05-63-75>

**OCIS codes:** 050.2065, 230.1950, 090.2820

## ВВЕДЕНИЕ

Объемно-фазовые голограммные элементы обладают рядом преимуществ, обуславливающих их широкое использование в различных оптических системах [1, 2]. К ключевым достоинствам таких элементов можно отнести высокую максимальную дифракционную эффективность, устойчивость к внешним воздействиям, возможности формирования отражающих и пропускающих голограмм и нанесения на подложку любой формы, отсутствие «духов» (паразитных изображений) и низкий, в сравнении с нарезными решетками, уровень рассеянного света, а также широкие возможности коррекции aberrаций.

При этом особенностями таких голограмм являются высокая спектральная и угловая селективность. Следовательно, при работе с широким угловым полем и расширенным спектральным диапазоном их дифракционная эффективность (ДЭ) может значительно изменяться, что приведет к снижению характеристик оптической системы в целом.

Для преодоления указанных ограничений была предложена концепция композитных голограммных элементов [3]. Такой элемент представляет собой результат спшивки нескольких субапертур, в каждой из которых параметры голограммы изменяются независимо. Такой подход позволяет локально изменять такие свойства голограммы, как ДЭ и aberrации, достигая общего повышения характеристик оптической системы. Перспективными направлениями использования такого элемента могут быть, например, улучшение характеристик спектрографа с вогнутой голограммной решеткой или локальная подстройка параметров выводной голограммы в схеме волноводного дисплея [3]. Однако вариант разбиения элемента на субапертуры либо определялся перебором, либо выбирался исходя из технологических ограничений.

Целями данной работы являются разработка алгоритмов определения конфигурации композитной голограммы и ее параметров в каждой из субапертур, а также их дальней-

шее использование для достижения высокой ДЭ, равномерно распределенной по рабочему спектральному диапазону прибора.

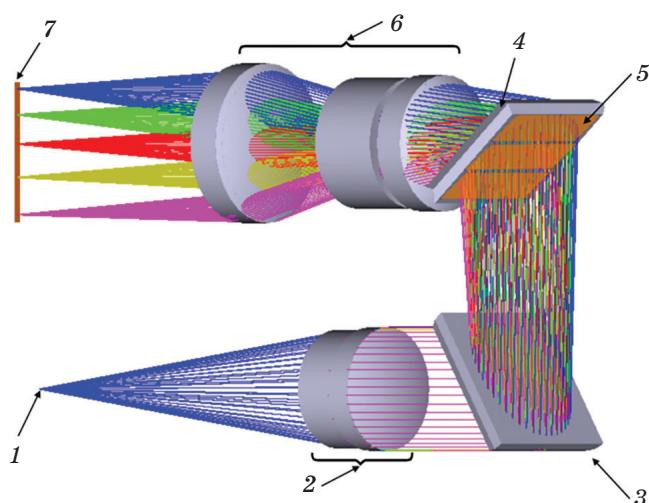
В настоящей работе рассматривается реализация и сравнительный анализ двух алгоритмов расчета и оптимизации ДЭ в оптических системах, построенных на базе композитных голограммных оптических элементов. Первый алгоритм расчета основывается на последовательном разбиении голограммного элемента, а второй алгоритм расчета основывается на осреднении локально оптимизируемых параметров голограммы. Алгоритмы реализованы в средах ZEMAX Optics Studio и MATLAB, при этом значения параметров структуры голограммы могут динамически считываться и изменяться в обеих программных средах. В модели используются пользовательские библиотеки и подпрограммы-макросы. В качестве примера рассматривается схема спектрографа с высокой угловой дисперсией для ближней инфракрасной (ИК) области. Данная работа представляет собой расширенную версию сравнительного анализа, представленного авторами в публикации [4].

Статья построена следующим образом: в разделе 1 описана оптическая схема спектрографа, раздел 2 содержит описание алгоритма разбиения композитной голограммы и результаты его применения, в разделе 3 рассмотрен алгоритм осреднения параметров композитной голограммы.

## 1. ПРИМЕР РАСЧЕТА СПЕКТРОГРАФА

В качестве демонстрационного примера рассмотрим оптическую схему спектрографа, работающего в ближней инфракрасной области спектра с высокой угловой дисперсией [5]. Спектрограф работает в области длин волн от 830 до 870 нм, таким образом, ее центр соответствует длине волны излучения стандартного лазерного источника, составляющей 850 нм [6]. В пространстве предметов относительное отверстие системы составляет 1:3,54,

что соответствует числовой апертуре широко используемых типов оптического волокна, равной 0,14. Общий вид схемы спектрографа представлен на рис. 1. Схема подобна использованной в работах [7, 8].

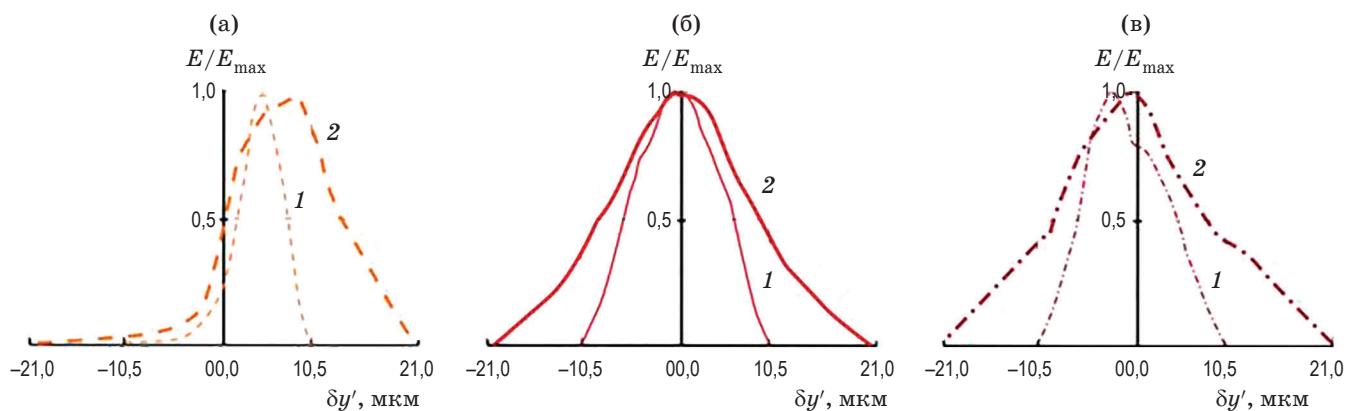


**Рис. 1.** Общий вид оптической схемы спектрографа с композитными голограммными элементами. 1 — оптоволоконный вход, 2 — коллимирующий объектив, 3 — первая дифракционная решетка, 4 — вторая дифракционная решетка, 5 — зона композитной голограммы, 6 — камерный объектив, 7 — плоскость изображения спектра

**Fig. 1.** General view of the spectrograph optical design with a composite holographic element. (1) Optical fiber input, (2) collimating lens, (3) first diffraction grating, (4) second diffraction grating, (5) composite hologram zone, (6) camera lens, (7) spectrum image plane

Для повышения угловой дисперсии в схемах такого типа используются две пропускающие объемно-фазовые голограммные решетки, установленные друг за другом.

Основным инструментом исследования характеристик разрешения спектрографа является его аппаратная функция (АФ). На рис. 2 представлены соответствующие графики АФ спектрографа, представляющие собой пространственное распределение относительной освещенности в монохроматическом изображении щели конечной ширины. Отметим, что при рассмотрении распределения по одной координате случаи использования входной щели и входного оптического волокна эквивалентны. На графиках приведены два варианта расчета АФ — при входной щели шириной 5 и 10 мкм. Графики показывают, что коррекция aberrаций, достигнутая в схеме, позволяет использовать входную щель шириной 5 мкм либо оптическое волокно с аналогичным диаметром сердцевины. Отметим, что в случае длины волны 830 нм и числовой апертуры 0,14 нормальная ширина щели составляет 2,94 мкм. Следовательно, уменьшение ширины щели с 10 до 5 мкм приведет к повышению спектрального разрешения и практически оправдано, поскольку при ширине щели больше нормальной можно пользоваться соотношениями геометрической оптики и соотношение между шириной и спектральным разрешением сохраняется. Следовательно, можно сделать вывод, что имеющаяся оптическая схема имеет достаточно высокое спектральное



**Рис. 2.** Аппаратные функции спектрографа с высокой дисперсией на  $\lambda = 830$  нм (а),  $\lambda = 850$  нм (б) и  $\lambda = 870$  нм (в), ширина щели 5 (1) и 10 (2) мкм

**Fig. 2.** Instrument functions of a high-dispersion spectrograph at (a)  $\lambda = 830$  nm, (b)  $\lambda = 850$  nm, and (c)  $\lambda = 870$  nm, slit width are 5 and 10  $\mu\text{m}$

разрешение и вносить дополнительную коррекцию аберраций за счет изменения параметров решеток нецелесообразно.

Разрешение спектрографа характеризуется несколькими связанными величинами. Спектральным пределом разрешения называют наименьшую разность длин волн двух монохроматических спектральных линий равной интенсивности, которые наблюдаются раздельно. Линейным пределом разрешения называют наименьшее расстояние между двумя различаемыми монохроматическими линиями в плоскости изображения спектра.

Основные показатели качества изображения представлены в табл. 1. В таблице приведены вычисленные значения ширины входной щели (диаметра сердцевины волокна) 5 мкм.

В этом случае вторая решетка устанавливается в диспергированном пучке, т.е. угол падения излучения на нее будет зависеть от длины волны. Это заметно увеличивает спектральную селективность всей схемы и приводит к падению ДЭ на краях диапазона. На рис. 3 представлена спектральная зависимость ДЭ второй решетки — в изолированном режиме и при установке в пучке, диспергированном первой решеткой. Параметры решетки и схемы идентичны используемым в работе [5].

Как показывают графики, что при расчете ДЭ второй решетки без учета дисперсии падающего пучка (в изолированном режиме), ее значения достаточно высоки по всему рабочему

**Таблица 1.** Параметры качества изображения спектрографа

**Table 1.** Spectrograph image quality parameters

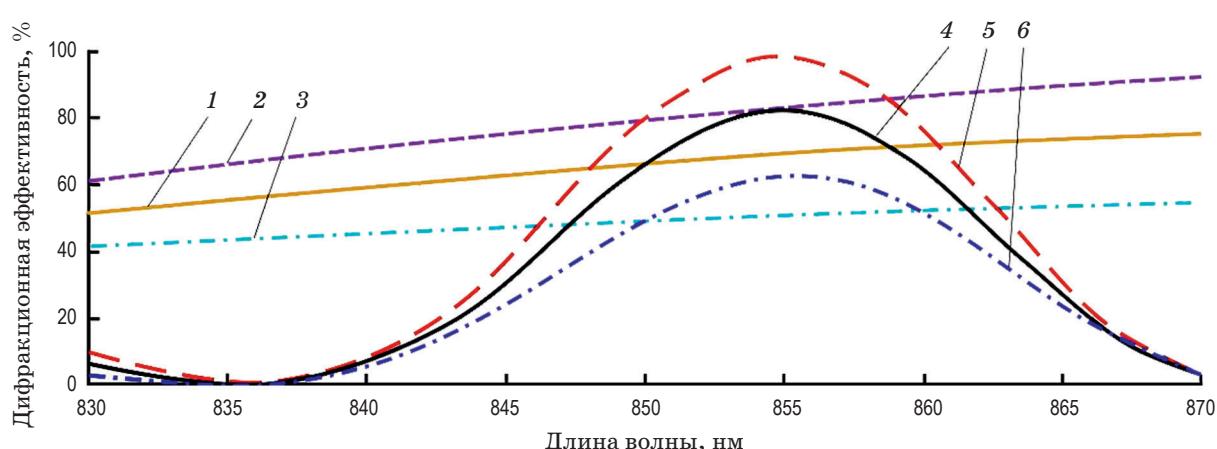
Длина волны, нм	830	850	870
Среднеквадратический радиус точечной диаграммы, мкм	19,6	18,4	18,3
Линейный предел разрешения*, мкм	5,6	12,3	11,4
Спектральный предел разрешения**, нм	0,011	0,018	0,012

**Примечание.** \*Линейный предел разрешения определяется как ширина АФ на половине высоты.

\*\*Спектральный предел разрешения определяется как произведение  $d\lambda'$  на обратную линейную дисперсию  $d\lambda/dl$ .

**Note.** \*Linear resolution limit is defined as the instrument function full width at half maximum.

\*\*Spectral resolution limit is defined as the product of  $d\lambda'$  times the reciprocal linear dispersion  $d\lambda/dl$ .



**Рис. 3.** Дифракционная эффективность, рассчитанная по аналитическим соотношениям теории связанных волн для второй решетки спектрографа в изолированном режиме для неполяризованного излучения (1), в изолированном режиме для TE-поляризации (2), в изолированном режиме для TM-поляризации (3), с учетом предварительной дисперсии для неполяризованного излучения (4), с учетом предварительной дисперсии для TE-поляризации (5), с учетом предварительной дисперсии для TM-поляризации (6)

**Fig. 3.** Diffraction efficiency of the spectrograph's second grating computed according to the analytical relations of the coupled waves theory (1) in the isolated mode for unpolarized radiation, (2) in the isolated mode for TE polarization, (3) in the isolated mode for TM polarization, (4) taking into account the preliminary dispersion for unpolarized radiation, (5) taking into account the preliminary dispersion for TE polarization, (6) taking into account the preliminary dispersion for TM polarization

диапазону, а спектральная селективность не значительна. При использовании такой решетки в качестве единственного диспергирующего элемента максимальное значение ДЭ узла было бы достаточно высоким. Однако если учсть дисперсию, вносимую первой решеткой, ДЭ второй решетки сильно варьируется по рабочему диапазону, падая до нуля на его краях, хотя значение в максимуме практически сохраняется.

Скомпенсировать этот нежелательный эффект можно, разбив вторую решетку на субапертуры с независимыми параметрами структуры голограммы. Такая конфигурация называется композитным голограммным элементом.

## 2. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА, ОСНОВАННЫЙ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ РАЗБИЕНИИ ЭЛЕМЕНТА

### 2.1. Описание алгоритма

Данный алгоритм расчета сводится к последовательности вычислений по следующим пунктам:

1. Расчет оптимальных значений параметров структуры голограммы: толщины, модуляции показателя преломления и угла наклона полос из условия Брэгга [9] для центральной длины волны диапазона

$$2 \cos(\beta - \theta) = N_{\text{gr}} \lambda, \quad (1)$$

где  $\beta$  — угол наклона полос (см. рис. 4),  $\theta$  — угол падения излучения,  $N_{\text{gr}}$  — частота штрихов решетки,  $\lambda$  — длина волны.

2. Построение модели оптической системы для трассировки лучей с использованием значений переменных, найденных в п. 1.

3. Введение в программную среду для трассировки лучей (например ZEMAX) пользовательской библиотеки, использующей уравнение трассировки Велфорда, и макросов для вычисления ДЭ согласно теории связанных волн Когельника. Определение границ субапертур.

Методика расчета основана на одновременной оптимизации ДЭ и геометрических aberrаций независимо для каждой субапертуры голограммы. Для каждого луча, проходящего через голограмму, можно рассмотреть элементарную решетку и записать уравнения для трассировки лучей и расчета ДЭ. На рис. 4 демонстрируется такая элементарная объемно-фазовая пропускающая решетка.

Направляющий вектор дифрагированного луча можно определить из уравнения Велфорда [10]

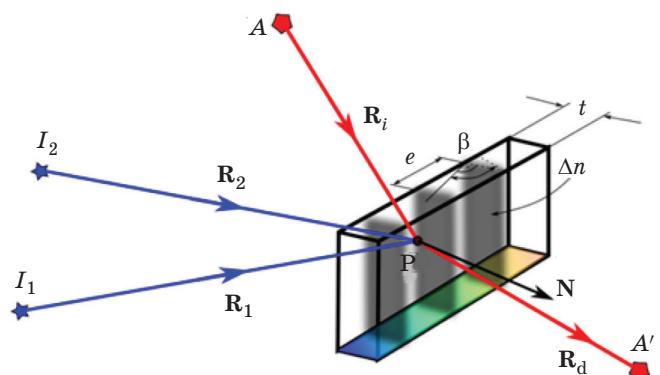
$$\mathbf{N}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_d) = k\lambda / \lambda_0 \mathbf{N}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2), \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$  — направляющие векторы лучей в схеме записи,  $\mathbf{R}_i$  и  $\mathbf{R}_d$  — направляющие векторы падающего и дифрагированного лучей соответственно,  $\mathbf{N}$  — вектор нормали в точке падения,  $k$  — порядок дифракции,  $\lambda$  — рабочая длина волны,  $\lambda_0$  — длина волны записи.

Дифракционную эффективность элементарной решетки можно рассчитать с использованием уравнений теории связанных волн Когельника [11]. Предполагается, что коническая дифракция может быть учтена за счет замены угла падения луча, измеряемого между векторами  $\mathbf{R}_i$  и  $\mathbf{N}$ , на угол между проекцией падающего луча на плоскость записи, задаваемую векторами  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ , и нормалью к поверхности  $\mathbf{N}$ . Тогда, если остальные предположения теории Когельника верны, вычисляется ДЭ

$$\eta_{\text{TE(TM)}} = \sin^2 \sqrt{v_{\text{TE(TM)}}^2 + \xi^2} / \left( 1 + (\xi / v_{\text{TE(TM)}})^2 \right), \quad (3)$$

$$\eta = \sqrt{(\eta_{\text{TE}}^2 + \eta_{\text{TM}}^2) / 2}, \quad (4)$$



**Рис. 4.** Схема записи и работы элементарной пропускающей объемно-фазовой решетки.  $A$  и  $A'$  — точка в плоскости предмета и ее изображение соответственно,  $I_1$  и  $I_2$  — источники излучения записи

**Fig. 4.** The recording and operation scheme for an elementary transmission volume-phase grating.  $A$  and  $A'$  are a point in the plane of the object and its image, respectively,  $I_1$  and  $I_2$  are the recording radiation sources

где

$$v_{TE} = \pi \Delta n t / \lambda \sqrt{\cos \theta (\cos \theta - \lambda / en \cos \beta)}, \quad (5)$$

$$v_{TM} = \pi \Delta n t / \lambda \sqrt{\cos \theta (\cos \theta - \lambda / en \cos \beta)} \times \times \cos(2(\beta - \theta)), \quad (6)$$

$$\xi = 1 / (2 \cos \theta - (2 \lambda \cos \beta / en)) \times \times (2 \pi \cos(\beta - \theta) / e - (\pi \lambda / en)) t, \quad (7)$$

здесь  $t$  — толщина голограммы,  $\beta$  — угол наклона полос, определяемый векторами записи  $R_1$  и  $R_2$ ,  $n$  и  $\Delta n$  — показатель преломления голографического слоя и глубина его модуляции соответственно,  $e = 1/N_{gr}$  — период элементарной решетки, который также определяется положением источников записи,  $N_{gr}$  — частота штрихов решетки,  $\xi$  и  $v$  — параметры модели, объединяющие постоянную связанныности, отклонение фазы, коэффициенты наклона, толщину и показатель поглощения.

Описанные методы реализуются в виде пользовательской библиотеки .dll и подпрограммы-макроса .zpl в среде ZEMAX Optics Studio.

4. Составление композитной голограммы из субапертур, делящих поле записи на  $M$  частей. Если результаты в п. 8 неудовлетворительные, то происходит возврат в п. 3 и увеличивается число субапертур на  $M + 1$  и/или меняется направление разбиения поля записи.

Следующие операции повторяются циклически для каждой из расчетных длин волн.

5. Трассировка лучей через композитную голограмму с учетом границ субапертур и подсчет числа прошедших лучей.

6. Вычисление весовых коэффициентов для каждой из расчетных длин волн и каждой субапертуре композитной голограммы согласно следующему уравнению:

$$w_{a,b} = 10 q_{a,b} / \sum_b q_{a,b}, \quad (8)$$

где  $q$  — число прошедших лучей,  $a$  — номер субапертуры,  $b$  — номер расчетной длины волны,  $w$  — весовые коэффициенты.

7. Автоматическая оптимизация оптической схемы с использованием следующей функции

для введения условия максимизации взвешенной ДЭ:

$$f_{m1}(t, \Delta n, \beta) = \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B w_{a,b} [1 - \eta_a(\lambda_b, t, \Delta n, \beta)]. \quad (9)$$

При этом аналогично работе [12] используется взвешенный метод наименьших квадратов Левенберга–Марквардта, а технологические ограничения на наклон полос голограммы, толщину структуры и глубину модуляции показателя преломления учитываются с помощью штрафных функций.

8. Расчет пространственного и спектрального распределения ДЭ с учетом всех субапертур на базе теории связанных волн с помощью пользовательского макроса.

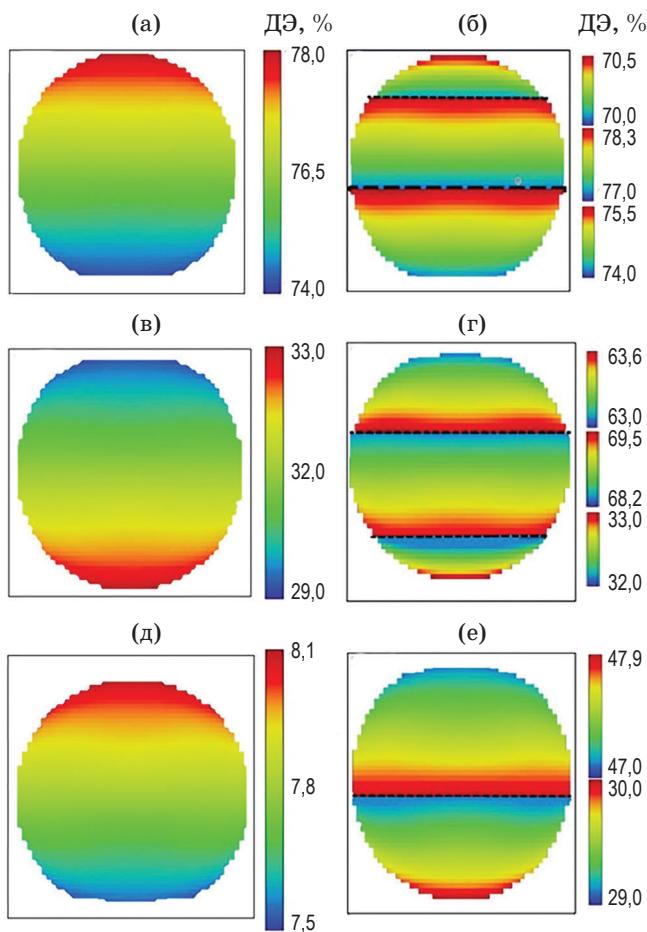
## 2.2. Результаты расчета

Рассмотрим случай разбиения голограммы на 3 равные прямоугольные субапертуры и оптические характеристики системы, которые можно достичь при использовании такой композитной голограммы. На рис. 5 приведены диаграммы распределения ДЭ по проекции зрачка спектрографа и его рабочему диапазону спектра, рассчитанные по описанному выше алгоритму в случае длин волн 830, 850 и 870 нм. Для сравнения представлены диаграммы распределения ДЭ для конфигурации решетки до разбиения на субапертуры и оптимизации (т.е. до п. 4 в алгоритме, описанном выше). Здесь и далее будем называть эту конфигурацию исходной.

**Таблица 2.** Параметры субапертур для алгоритма разбиения

**Table 2.** Subaperture parameters for the partitioning algorithm

Субапертура		1	2	3
Угол наклона $i_1$ , град		-25	-24,9	-25
Угол наклона $i_2$ , град		25,3	24,2	25,3
Толщина, мкм		6,4	3,4	8,3
Глубина модуляции		0,168	0,1	0,05
Результат ДЭ, %	830 нм	70,5	78,3	75,5
	850 нм	63,6	69,5	33
	870 нм	47,9	30	0
Число лучей	830 нм	294	946	701
	850 нм	605	1120	216
	870 нм	1099	842	0



**Рис. 5.** Распределения ДЭ при использовании алгоритма разбиения на длинах волн 830 (а, б), 850 (в, г) и 870 (д, е) нм при исходной схеме (а, в, д) и схеме после оптимизации композитной голограммы (б, г, е)

**Fig. 5.** The diffraction efficiency distributions when using the partition algorithm at wavelengths (а, б) 830, (в, г) 850, and (д, е) 870 nm with (а, в, д) the initial scheme and (б, г, е) the scheme after optimization of the composite hologram

Параметры структуры голограммы, полученные для каждой субапертуры в результате оптимизации при использовании алгоритма разбиения, представлены в табл. 2. Для учета вклада каждой субапертуры используются те же весовые коэффициенты, что и при оптимизации (п. 6 раздела 2.1.). В таких структурах взвешенные значения ДЭ на длинах волн 830, 850 и 870 нм составили соответственно 76,1, 63,5 и 40,1%. Изменения ДЭ на трех указанных выше контрольных длинах волн соответствуют 0,995, 2 и 5,1 раз в сравнении с ДЭ в исходной оптической схеме.

### 3. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА, ОСНОВАННЫЙ НА ОСРЕДНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ

#### 3.1. Описание алгоритма

Второй алгоритм расчета сводится к следующей последовательности вычислений:

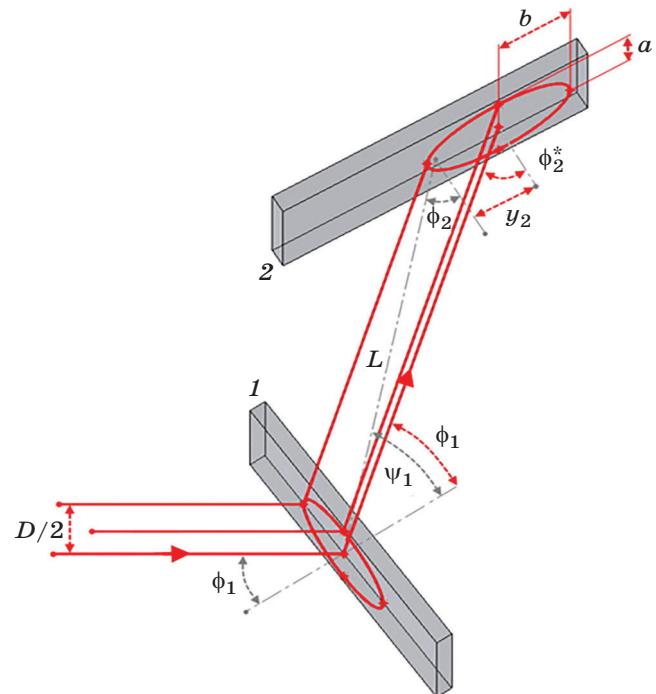
1. Определение оптимальных значений толщины структуры голограммы, глубины модуляции показателя преломления и угла наклона полос в соответствии с условием Брэгга на центральной длине волны диапазона, аналогично п. 1 первого алгоритма;

2. Сканирование площадки голограммы в цикле и расчет оптимальных значений параметров структуры голограммы для прямоугольного массива элементарных решеток.

Для определения прохождения пучка через заданную элементарную решетку используется следующая процедура аналитической трассировки луча (см. рис. 6).

Из уравнения решетки определяется угол дифракции на данной длине волны

$$\phi'_1 = \arcsin(\lambda N - \sin \phi_1), \quad (10)$$



**Рис. 6.** Основные величины для аналитической трассировки луча через две решетки (1 и 2).

Пояснения в тексте

**Fig. 6.** Basic values for analytical ray tracing through two gratings (1 and 2). Explanations are in the text

тогда смещение главного луча на второй решетке составляет

$$y_2 = L \frac{\sin(\psi_1 - \phi'_1)}{\cos(\phi_2 + \psi_1 - \phi'_1)}. \quad (11)$$

След пучка при этом представляет собой эллипс с полуосами  $a_e$  и  $b_e$ , центрированный относительно точки пересечения главного луча,

$$a_e = 0,5D, \quad (12)$$

$$b_e = 0,5D \frac{\cos(\phi'_1)}{\cos(\phi_1) \cos(\phi_2 + \psi_1 - \phi'_1)}. \quad (13)$$

Тогда принадлежность элементарной решетки эллипсу можно проверить объединением нескольких условий. Применяя их ко всему массиву решеток, получаем матрицу логических переменных, определяемую как

$$\begin{aligned} T = & \left( 1 - \frac{x^2}{a_e^2} \geq 0 \right) \cap \left( y < b_e \sqrt{1 - \frac{x^2}{a_e^2}} + y_2 \right) \cap \\ & \cap \left( y > -b_e \sqrt{1 - \frac{x^2}{a_e^2}} + y_2 \right). \end{aligned} \quad (14)$$

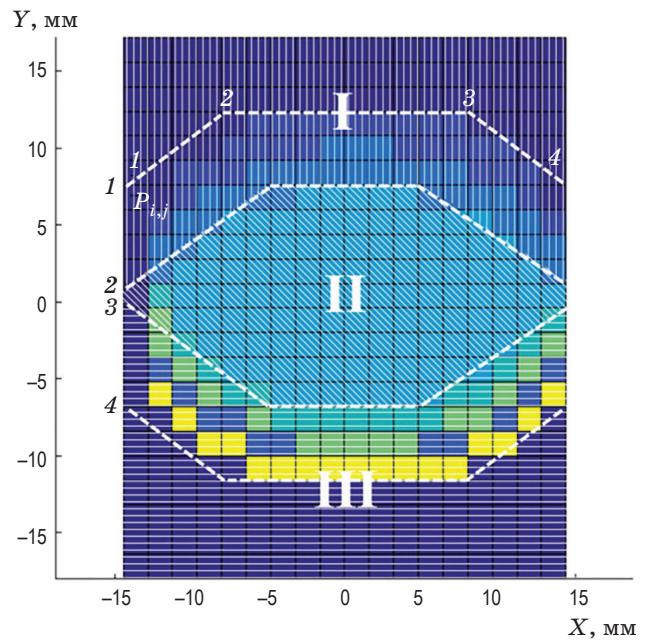
Используя данные значения, можем задать оценочную функцию, учитывающую для  $B$  контрольных длин волн прохождение через каждую элементарную решетку,

$$f_{m2}(t, \Delta n, \beta) = B - \sum_{b=1}^B T_{i,j} \eta(\lambda_b, t, \Delta n, \beta). \quad (15)$$

Далее составленная таким образом функция минимизируется каким-либо стандартным численным методом, например, методом доверительных областей [13]. Технологические ограничения и способ их учета аналогичны предыдущему алгоритму.

3. Качественный анализ рассчитанного пространственного распределения оптимальных параметров и задание количества субапертур и их формы.

4. Усреднение значений параметров структуры голограммы в границах каждой субапертуры. Для иллюстрации рассмотрим разбиение композитной голограммы на 3 субапертуры по ломанным линиям (рис. 7). Такой упрощенный подход удобен и при расчете и при наложении маски в процессе записи.



**Рис. 7.** Определение субапертур композитной голограммы на примере трех субапертур с трапециевидными границами. Пояснения в тексте

**Fig. 7.** Determination of a composite hologram subapertures using the example of three subapertures with trapezoidal boundaries. Explanations are in the text

Выделяются 3 субапертуры, через которые проходят рабочие пучки лучей. Границы субапертур описываются ломанными, звенья которых задаются уравнением

$$y = \frac{Py_{i,j} - Py_{i,j+1}}{Px_{i,j} - Px_{i,j+1}} (x - Px_{i,j}) + Py_{i,j}, \quad (16)$$

здесь  $i$  — номер ломаной,  $j$  — номер точки  $P$  на ней,  $(Px, Py)$  — ее координаты.

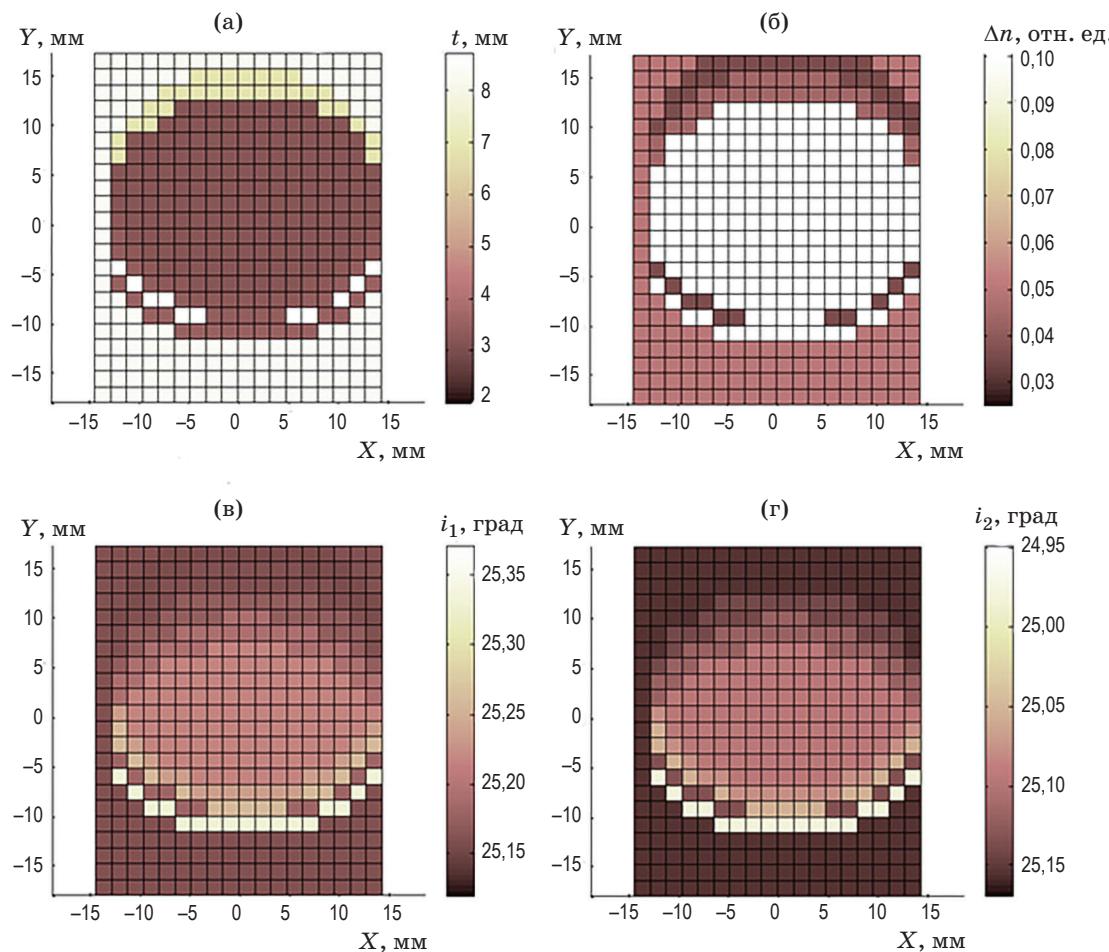
Для каждой матрицы оптимальных параметров вычисляются их средние значения в пределах субапертур, ограниченных ломанными (например субапертура II). Затем переменным в областях, через которые пучки не проходят (например, область выше ломаной 1 на рис. 7), присваиваются значения из прилежащих субапертур — так формируются субапертуры I и III на рис. 7.

5. Задаются параметры субапертур и проводится поверочный расчет, аналогично первому алгоритму, описанному в разделе 2.1. При недостаточном выигрыше можно вернуться к п. 3 и повторить расчет для другой конфигурации.

### 3.2. Результаты расчета

Рассмотрим оптимизацию параметров структуры голограммы для массива  $23 \times 19$  элементарных решеток при использовании в той же оптической схеме. На рис. 8 приведены диаграммы, демонстрирующие пространственное распределение значений параметров голограммы по площадке решетки, полученные при их независимой оптимизации для массива элементарных решеток в ходе такого сканирования. Используемое далее разбиение на субапертуры аналогично представленному на рис. 7. Отметим, что оптимальный угол наклона полос пересчитывается в углы падения в схеме записи на длине волны записи  $\lambda_0 = 520$  нм с учетом уравнений

$$N_{\text{gr}} = \frac{\sin i_1 - \sin i_2}{\lambda}, \quad (17)$$



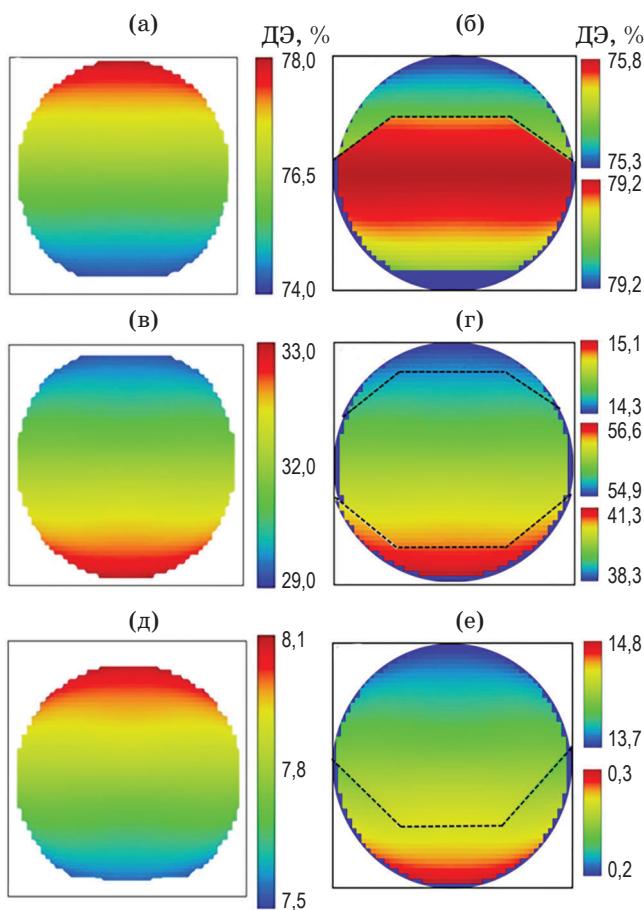
**Рис. 8.** Пространственное распределение оптимальных значений параметров структуры голограммы: ее толщины структуры (а), модуляции показателя преломления (б), первого (в) и второго (г) углов записи

**Fig. 8.** Spatial distribution of the hologram structure parameters optimal values: (a) its structure thickness, (b) refractive index modulation, (v) first, and (g) second recording angles

$$\beta = \frac{\arcsin(1/n \sin i_1) + \arcsin(1/n \sin i_2)}{2}. \quad (18)$$

Диаграммы спектрального и пространственного распределения ДЭ, рассчитанные по второму алгоритму на тех же трех контрольных длинах волн 830, 850 и 870 нм, иллюстрирует рис. 9. С учетом процента перекрытия субапертур и эллиптического следа пучка на каждой из расчетных длин волн получаются взвешенные значения эффективности, равные 78,6, 50,1 и 12,8% соответственно. Изменения ДЭ на трех контрольных длинах волн в сравнении с исходной оптической схемой составляют в 1,01, 1,57 и 1,64 раз соответственно.

Значения параметров субапертур, описывающие изменение ДЭ в сравнении с исходной схемой, представлены в табл. 3.



**Рис. 9.** Распределения ДЭ при использовании алгоритма усреднения на длинах волн 830 (а, б), 850 (в, г) и 870 (д, е) нм при исходной схеме (а, в, д) и схеме после оптимизации композитной голограммы (б, г, е)

**Fig. 9.** Diffraction efficiency distributions when using the averaging algorithm at wavelengths (a, b) 830, (v, g) 850, and (d, e) 870 nm with (a, v, d) the initial scheme and (b, g, e) the scheme after the composite hologram optimization

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе подробно рассмотрены алгоритмы расчета композитных голограммных элементов. Для определения числа и формы субапертур композитного элемента, а также параметров структуры голограммы в пределах каждой субапертуры можно использовать два подхода. Первый из них предполагает оптимизацию параметров голограммы с последовательным разбиением ее площадки на несколько произвольно выбранных субапертур. Такой подход отличается простотой в реализации, ориентирован на технологическую

**Таблица 3.** Параметры субапертур для алгоритма усреднения

**Table 3.** Subaperture parameters for the averaging algorithm

Субапертура	1	2	3
Угол наклона $i_1$ , град	25,15	25,19	25,21
Угол наклона $i_2$ , град	-25,15	-25,11	-25,09
Толщина, мкм	7,495	3,715	5,284
Глубина модуляции	0,0422	0,09	0,077
Результат	830 нм	75,5	79,2
ДЭ, %	850 нм	13,8	55,7
	870 нм	5	14
Область	830 нм	16,7	82,8
перекрытия,	850 нм	11,8	83,7
%	870 нм	0	91,2
			8,8

простоту реализации субапертур заданной формы и расположения, но требует трассировки сравнительно большого числа лучей с использованием численного алгоритма. Второй подход предполагает оптимизацию параметров голограммы для большого массива точек по площадке решетки с дальнейшим определением формы и числа субапертур и осреднением параметров в их пределах. Такой подход отличается относительной гибкостью и возможностью обосновать выбор конфигурации субапертур композитного элемента. Он опирается на аналитическую трассировку лучей, однако более зависит от сходимости численной оптимизации для каждой точки решетки. Кроме того, определяемые с его помощью решения могут быть менее технологичными. Отметим, что в рамках настоящей работы целью оптимизации являлось повышение ДЭ по спектральному диапазону, однако алгоритмы могут быть легко модифицированы для учета показателей качества изображения путем определения новых оценочных функций.

На примере оптической схемы спектрографа, работающего в ближней инфракрасной области спектра 830–870 нм с высокой угловой дисперсией, продемонстрированы преимущества использования композитной голограммы и работы алгоритмов. Основное преимущество состоит в повышении равномерности распределения ДЭ по рабочему диапазону спектра. Максимальное повышение ДЭ в сравнении с

исходной конфигурацией наблюдается на длинноволновом краю спектрального диапазона и достигает 5,1 раз в схеме на базе композитной голограммы с простейшей конфигурацией, состоящей из трех одинаковых прямоугольных субапертур. Достигнутое повышение ДЭ подтверждает эффективность первого алгоритма.

Второй алгоритм подразумевает большую свободу в определении формы и количества

субапертур, но требует значительно большего объема вычислений, так как основан на численной оптимизации параметров для большого массива элементарных решеток. Значения взвешенной ДЭ в этом случае соответствуют 78,6, 50,1 и 12,8% на длинах волн 830, 850 и 870 нм. Максимальный прирост ДЭ в рабочем спектральном диапазоне в этом случае составит 1,64 раз.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Palmer C., Loewen E. Diffraction gratings handbook. Rochester: Newport Corp., 2014. 271 p.
- Caulfield H.J. Handbook of optical holography. N.Y.: Academic Press, 1979. 654 p.
- Muslimov E., Akhmetov D., Kharitonov D., et al. Composite waveguide holographic display // Proc. SPIE. V. 12138. Optics, Photonics and Digital Technologies for Imaging Applications VII, 121380S (17 May 2022). <https://doi.org/10.1117/12.2621064>
- Ахметов Д.М., Муслимов Э.Р., Харитонов Д.Ю. и др. Сравнительный анализ алгоритмов расчета оптических систем с использованием композитных голограммных оптических элементов // Тез. докл. XIX междунар. конф. по голографии и прикладным оптическим технологиям — HOLOEXPO-2022 Наука и практика. Санкт-Петербург, Россия. 2022. С. 125–131.
- Muslimov E., Nureev I., Morozov O., et al. Spectrographs with high angular dispersion: Design and optimization approach // Opt. Eng. 2018. V. 57. № 12. P. 125104. <http://doi.org/10.1117/1.OE.57.12.125104>
- Trager F. Springer handbook of lasers and optic. N.Y.: Springer, 2007. 1342 p.
- Rose B., Rasmussen T., Khalfaoui C., et al. Wavelength division multiplexed device // US Patent 6 978 062 B2. 2001. Publ. Dec. 20, 2005.
- Bastue J., Herholdt-Rasmussen N., Rasmussen M., et al. Transmission spectrometer with improved spectral and temperature characteristics // US Patent 7 180 590 B2. 2003. Publ. Feb. 20, 2007.
- Ландсберг Г.С. Оптика: уч. пособ. 6-ое изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 848 с.
- Welford W. A vector raytracing equation for hologram lenses of arbitrary shape // Opt. Commun. 1975. V. 14. P. 322–323. [http://doi.org/10.1016/0030-4018\(75\)90327-23](http://doi.org/10.1016/0030-4018(75)90327-23)
- Kogelnik H. Coupled wave analysis for thick hologram gratings // Bell Syst. Tech. J. 1969. V. 48. P. 2909–2947. <http://doi.org/10.1002/J.1538-7305.1969.TB01198.X>
- Kidger M.J. Use of the Levenberg–Marquardt (damped least-squares) optimization method in lens design // Opt. Eng. 1993. V. 32. № 8. P. 1731–1740. <https://doi.org/10.1117/12.145076>
- Byrd R.H., Gilbert J.C., and Nocedal J. A Trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming // Mathematical Programming. 2000. V. 89. № 1. P. 149–185. <https://doi.org/10.1007/PL00011391>
- Пейсахсон, И.В. Оптика спектральных приборов. 2-е изд. Л.: «Машиностроение», 1975. 312 с.

## REFERENCES

- Palmer C., Loewen E. Diffraction gratings handbook. Rochester: Newport Corp., 2014. 271 p.
- Caulfield H.J. Handbook of optical holography. N.Y.: Academic Press, 1979. 654 p.
- Muslimov E., Akhmetov D., Kharitonov D., et al. Composite waveguide holographic display // Proc. SPIE. V. 12138. Optics, Photonics and Digital Technologies for Imaging Applications VII, 121380S (17 May 2022). <https://doi.org/10.1117/12.2621064>
- Akhmetov D.M., Muslimov E.R., Kharitonov D.Y., et al. Comparative analysis of algorithms for calculating optical systems using composite hologram optical elements [in Russian] // XIX Internat. Conf. on Holography and Applied Optical Technologies — HOLOEXPO-2022 Science and Practice. (Abstracts of reports). St. Petersburg, Russia. 2022. P. 125–131.
- Muslimov E., Nureev I., Morozov O., et al. Spectrographs with high angular dispersion: Design and optimization approach // Opt. Eng. 2018. V. 57. № 12. P. 125104. <http://doi.org/10.1117/1.OE.57.12.125104>
- Trager F. Springer handbook of lasers and optic. N.Y.: Springer, 2007. 1342 p.
- Rose B., Rasmussen T., Khalfaoui C., et al. Wavelength division multiplexed device // US Patent 6 978 062 B2. 2001. Publ. Dec. 20, 2005.
- Bastue J., Herholdt-Rasmussen N., Rasmussen M., et al. Transmission spectrometer with improved spectral and temperature characteristics // US Patent 7 180 590 B2. 2003. Publ. Feb. 20, 2007.
- Landsberg G.S. Optics: A textbook [in Russian]. 6th ed. Moscow: FIZMATLIT Publisher, 2010. 848 p.
- Welford W. A vector raytracing equation for hologram lenses of arbitrary shape // Opt. Commun. 1975. V. 14. P. 322–323. [http://doi.org/10.1016/0030-4018\(75\)90327-23](http://doi.org/10.1016/0030-4018(75)90327-23)
- Kogelnik H. Coupled wave analysis for thick hologram gratings // Bell Syst. Tech. J. 1969. V. 48. P. 2909–2947. <http://doi.org/10.1002/J.1538-7305.1969.TB01198.X>
- Kidger M.J. Use of the Levenberg–Marquardt (damped least-squares) optimization method in lens design // Opt. Eng. 1993. V. 32. № 8. P. 1731–1740. <https://doi.org/10.1117/12.145076>
- Byrd R.H., Gilbert J.C., and Nocedal J. A Trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming // Mathematical Programming. 2000. V. 89. № 1. P. 149–185. <https://doi.org/10.1007/PL00011391>
- Paysakhson, I.V. Optics of spectral devices [in Russian]. 2nd ed. Leningrad: Mashinostroenie Publisher, 1975. 312 p.

**АВТОРЫ**

**Дамир Маратович Ахметов** — аспирант, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, 420015, Россия; Scopus ID: 57339030100; <https://orcid.org/0000-0001-5827-2648>; akhmetov.damir.97@mail.ru

**Эдуард Ринатович Муслимов** — доктор технических наук, профессор, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, 420015, Россия; <https://orcid.org/0000-0002-3242-9894>; e0123@mail.ru

**Данила Юрьевич Харитонов** — студент, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ, Казань, 420111, Россия; инженер 3-й категории, Государственный институт прикладной оптики, Казань, 420075, Россия; Scopus ID: 57338964100; <https://orcid.org/0000-0002-1256-4474>; DYuKharitonov@kai.ru

**Надежда Константиновна Павлычева** — доктор технических наук, профессор, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, 420015, Россия; <https://orcid.org/0000-0001-9395-3967>; nkavlych@rambler.ru

**Илья Андреевич Гуськов** — кандидат технических наук, ведущий инженер, Государственный институт прикладной оптики, Казань, 420075, Россия; <https://orcid.org/0000-0003-1480-8572>; gipo@telebit.ru

**Айдар Рустемович Гильфанов** — аспирант, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, 420015, Россия; инженер 2-й категории, Государственный институт прикладной оптики, Казань, Россия; <https://orcid.org/0000-0002-2318-0097>; gipo@telebit.ru

**Александр Иванович Терентьев** — аспирант, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, 420015, Россия; real\_agrail@mail.ru

Статья поступила в редакцию 14.12.2022

Одобрена после рецензирования 24.01.2023

Принята к печати 26.03.2023

**AUTHORS**

**Damir Maratovich Akhmetov** — PhD Student, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, 420015, Russia; Scopus ID: 57339030100; <https://orcid.org/0000-0001-5827-2648>; akhmetov.damir.97@mail.ru

**Eduard Rinatovich Muslimov** — Doctor of Technical Sciences (Habilitation), Professor, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, 420015, Russia; <https://orcid.org/0000-0002-3242-9894>; e0123@mail.ru

**Danila Yu. Kharitonov** — Student, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev — KAI, Kazan, 420111, Russia; 3rd Category Engineer, State Institute of Applied Optics, Kazan, 420075, Russia; Scopus ID: 57338964100; <https://orcid.org/0000-0002-1256-4474>; DYuKharitonov@kai.ru

**Nadezhda K. Pavlycheva** — Doctor of Technical Sciences (Habilitation), Professor, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, 420015, Russia; <https://orcid.org/0000-0001-9395-3967>; nkavlych@rambler.ru

**Ilya Andreevich Guskov** — Candidate of Technical Sciences, Leading Engineer, State Institute of Applied Optics, Kazan, 420075, Russia; <https://orcid.org/0000-0003-1480-8572>; gipo@telebit.ru

**Aidar R. Gilfanov** — PhD Student, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, 420015, Russia; 2nd Category Engineer, State Institute of Applied Optics, Kazan, 420075, Russia; <https://orcid.org/0000-0002-2318-0097>; gipo@telebit.ru

**Alexander I. Terentyev** — PhD Student, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, 420015, Russia; real\_agrail@mail.ru

*The article was submitted to the editorial office 14.12.2022*

*Approved after review 24.01.2023*

*Accepted for publication 26.03.2023*