

ДИНАМИКА СПЕКТРА ГЕНЕРАЦИИ ТРЕХМИКРОННОГО Er:YLF-ЛАЗЕРА ПРИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ НАКАЧКЕ

© 2009 г. М. В. Иночкин, канд. физ.-мат. наук; В. В. Назаров, канд. техн. наук; Д. Ю. Сачков; Л. В. Хлопонин, канд. техн. наук; В. Ю. Храмов, доктор техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург
E-mail: dsachkov@gmail.com

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследована генерация в кристалле Er:YLF при селективной накачке излучением лазерных диодов на длине волны 0,98 мкм на четырех длинах волн трехмикронного перехода, получены аналитические выражения, описывающие изменение спектра генерации лазера.

Ключевые слова: кристаллы, легированные ионами эрбия, генерация, селективная накачка, лазерные диоды.

Коды OCIS: 140.3070, 140.3430, 140.3480, 140.3580, 140.5680

Поступила в редакцию 10.06.2009

Введение

Широко известно, что лазеры, излучающие в области 3 мкм, обладают большими перспективами применения в различных областях медицины, так как излучение данного диапазона находится вблизи одного из максимумов поглощения воды, входящей в состав биотканей [1].

Генерация в диапазоне 3 мкм получена в ряде сред [2–4] и, в частности, в кристаллах, легированных ионами Er³⁺ [5–8]. Наличие на рынке матриц и линеек лазерных диодов высокой мощности, пригодных для селективной накачки ионов эрбия на верхний и нижний уровни трехмикронного перехода, делает эрбьевые кристаллы чрезвычайно удобными для получения генерации в данной области спектра.

Еще в первых работах по лазерам на эрбьевых кристаллах сообщалось, что в пределах трехмикронного перехода иона эрбия ($^4I_{11/2} - ^4I_{13/2}$) генерация может идти на нескольких длинах волн. Эта особенность была продемонстрирована как при ламповой [9], так и при диодной накачке [10]. В настоящей работе экспериментально исследованы спектрально-энергетические характеристики генерации в среде Er:YLF при мощной селективной накачке на верхний лазерный уровень и предложена математическая модель многочастотной генерации в данной среде.

Описание эксперимента

На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки. Кристалл Er:YLF 2 с концен-

трацией ионов Er 15 ат.-% имеет форму стержня диаметром 2 мм и длиной 35 мм. Излучение матрицы лазерных диодов с микролинзами 1 (4 линейки, средняя длина волны излучения 976 нм) распределяется по объему активного элемента с помощью призмы ПВО 3. Источник питания лазерных диодов формирует импульс накачки прямоугольной формы со следующими параметрами: длительность – 0–2 мс, импульсная мощность излучения – 0–350 Вт, частота следования импульсов – 0–300 Гц. Резонатор лазера образован плоским диэлектрическим зеркалом, напыленным на торце активного элемента ($R_{3 \text{ мкм}} > 99\%$, $T_{0,97 \text{ мкм}} > 99\%$), и внешним неселективным сферическим зеркалом 4 ($R_{3 \text{ мкм}} \approx 95,5\%$).

В экспериментах наблюдалась динамика генерации лазера по всему спектру (с помощью фотодиода 11), а также по отдельным спектральным компонентам (с помощью монохроматора 5 и фотодиода 6).

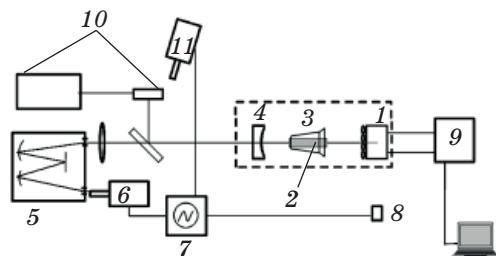


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 – матрица лазерных диодов с микролинзами, 2 – активный элемент, 3 – призма ПВО, 4 – выходное зеркало, 5 – монохроматор, 6, 8, 11 – фотодиоды, 7 – осциллограф, 9 – блок накачки, 10 – измеритель энергии.

Исследование спектрального состава излучения лазера показало, что при неселективных зеркалах резонатора возможна генерация на четырех длинах волн, лежащих в области 2,66, 2,71, 2,81 и 2,84 мкм (рис. 2). Наблюдался ряд последовательных переключений длины волны генерации от более коротких к более длинным. Следует отметить, что в отличие от теоретического рассмотрения на практике наблюдалось слабое перекрытие во времени генерации на соседних длинах волн. Наиболее явно это выражено для длины волны 2,84 мкм. Наиболее вероятной причиной такого перекрытия является неоднородность накачки активного элемента экспериментального лазера. Это, очевидно, может приводить к переключению длии волн лазерной генерации в различных пространственных областях в разные моменты времени, что в экспериментах проявлялось как одновременность генерации на нескольких длинах волн.

Модель эрбиевого лазера с учетом процессов ир-конверсии

Для описания динамики генерации Er:YLF-лазера можно использовать модифицированную систему балансных уравнений для переходов между шестью нижними уровнями иона эрбия из работы [11], дополненную четырьмя уравнениями для плотности потока фотонов в резонаторе для соответствующих длин волн

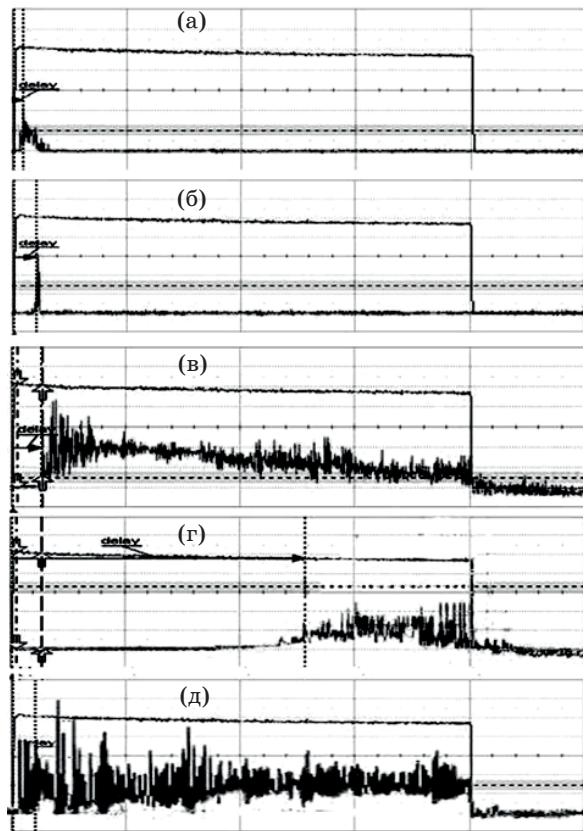


Рис. 2. Осциллограммы излучения генерации на четырех длинах волн (а – 2,66 мкм, б – 2,71 мкм, в – 2,81 мкм, г – 2,84 мкм) и интегрально (д) по спектру (мощность накачки $P_{\text{pump}} = 340$ Вт, длительность импульса накачки 2 мс, частота следования импульсов 3 Гц).

$$\begin{cases}
 \frac{dn_1}{dt} = -n_1 A_{10} + n_2 A_{21} + n_3 A_{31} + n_4 A_{41} + n_5 A_{51} + W_{21} n_2 + 2\alpha_1 n_0 n_3 + \alpha_2 n_0 n_4 + \\ + \alpha_3 n_0 n_5 - 2\gamma_1 n_1^2 - \gamma_3 n_1 n_2 - \gamma_4 n_1 n_3 + \sum_{i=1}^4 s_i (\sigma_e(\lambda_i) n_2 - \sigma_a(\lambda_i) n_1) \\
 \frac{dn_2}{dt} = -n_2 (A_{20} + A_{21}) + n_3 A_{32} + n_4 A_{42} + n_5 A_{52} + W_{32} n_3 - W_{21} n_2 + \alpha_2 n_0 n_4 + \\ + 2\alpha_4 n_0 n_5 - 2\gamma_2 n_2^2 - \gamma_3 n_1 n_2 + R - \sum_{i=1}^4 s_i (\sigma_e(\lambda_i) n_2 - \sigma_a(\lambda_i) n_1) \\
 \frac{dn_3}{dt} = -n_3 \left(\sum_{i=0}^2 A_{3i} + W_{32} \right) + n_4 A_{43} + n_5 A_{53} + W_{43} n_4 - \alpha_1 n_0 n_3 + \alpha_3 n_0 n_5 + \gamma_1 n_1^2 - \gamma_4 n_1 n_3 \\
 \frac{dn_4}{dt} = -n_4 \left(\sum_{i=0}^3 A_{4i} + W_{43} \right) + n_5 (A_{53} + W_{54}) - \alpha_2 n_0 n_4 - \gamma_3 n_1 n_2 \\
 \frac{dn_5}{dt} = -n_5 \left(\sum_{i=0}^4 A_{5i} + W_{54} \right) - (\alpha_3 + \alpha_4) n_0 n_5 + \gamma_3 n_2^2 + \gamma_4 n_1 n_3 \\
 \frac{ds_1}{dt} = V_c \mu s_1 [(\sigma_e(\lambda_1) n_2 - \sigma_a(\lambda_1) n_1) - \delta(\lambda_1)] + n_2 q \\
 \dots \\
 \frac{ds_4}{dt} = V_c \mu s_4 [(\sigma_e(\lambda_4) n_2 - \sigma_a(\lambda_4) n_1) - \delta(\lambda_4)] + n_2 q,
 \end{cases} \quad (1)$$

где $n_0 = n_{t0t} - \sum_{i=1}^5 n_i$, n_{t0t} – общая концентрация

частич активатора, $\delta(\lambda_i)$ – показатель полных потерь излучения в активном элементе на i -ой длине волны, A_{mn} – вероятность спонтанного излучательного перехода между уровнями m и n , W_{mn} – вероятность спонтанного безызлучательного перехода между уровнями m и n , R – скорость накачки на уровень 2, γ_k , α_k – коэффициенты, характеризующие скорости процессов *up*-конверсии (γ_k) и самотушения (α_k), s_i – плотность потока фотонов в резонаторе на i -ой длине волны, q – коэффициент, учитывающий вклад спонтанного излучения в плотность потока фотонов в резонаторе, $V_c = c/n_{ar}$ – скорость света в активном элементе, $\sigma_e(\lambda_i)$ – сечение вынужденного излучения на i -ой длине волны, $\sigma_a(\lambda_i)$ – сечение поглощения из возбужденного состояния на i -ой длине волны, μ – коэффициент заполнения резонатора активной средой и излучением основной моды, λ_i – длина волны, на которой осуществляется генерация ($\lambda_1 = 2,66$ мкм, $\lambda_2 = 2,71$ мкм, $\lambda_3 = 2,81$ мкм, $\lambda_4 = 2,84$ мкм).

Для расчетов были использованы численные значения вероятностей излучательной и безызлучательной релаксаций из работы [11], сечений вынужденного излучения на рассматриваемых длинах волн – из работы [12]. Коэффициенты скоростей *up*-конверсии (γ_k) и самотушения (α_k) рассчитаны по формулам из работы [11] в предположении, что на лазерных уровнях находятся порядка 5% от общего числа атомов при концентрации Er^{3+} 15 ат. %.

Коэффициент заполнения резонатора μ учитывает, что активный элемент заполняет не весь объем резонатора, и может быть рассчитан по формуле $\mu = n_{ar}l_{ar}/[L + (n_{ar}-1)l_{ar}]$, где n_{ar} – показатель преломления активного элемента, l_{ar} – длина активного элемента, L – длина резонатора. В наших экспериментах длина резонатора равнялась 60 мм. Показатель преломления активного элемента для всех длин волн генерации считается равным 1,45. В расчетах предполагается, что в резонаторе отсутствуют спектрально-селективные элементы, а коэффициент отражения выходного зеркала и показатель пол-

ных потерь $\delta(\lambda_i)$ для всех длин волн генерации равны 95,5% и $0,0095 \text{ см}^{-1}$ соответственно. Усредненная по объему активного элемента скорость накачки вычисляется по формуле $R = (\lambda_{\text{pump}} P_{\text{pump}} \eta) / (s_{ar} l_{ar} hc)$, где P_{pump} – мощность излучения накачки, $\eta \approx 0,75$ – эффективность осветительной системы, s_{ar} – площадь поперечного сечения активного элемента, l_{ar} – длина активного элемента. Для приведенных выше параметров лазера и мощности накачки 340 Вт $R = 1,75 \times 10^{22} \text{ 1/cm}^3\text{с}$.

Описанная модель представляет собой вариант точечной модели одномодового лазера для режима свободной генерации и, в рамках выбранного приближения, позволяет описать динамику генерации эрбииевого лазера, в том числе эффект смены длины волны генерации.

Упрощенная модель эрбииевого лазера

Численные расчеты по системе уравнений (1) показали, что населенности лазерных уровней (${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{13/2}$) более чем на 3 порядка превышают населенности остальных уровней, принимаемых в рассмотрение.

Относительно малые населенности уровней выше верхнего лазерного уровня ${}^4I_{11/2}$, а также то, что генерация на разных длинах волн осуществляется последовательно, дают возможность существенно упростить систему балансных уравнений (1) для получения аналитических соотношений, описывающих переключения длин волн генерации. Кроме того, при анализе системы балансных уравнений можно считать, что в течение импульса генерации коэффициент усиления в среднем постоянен и приблизительно равен полным потерям, что характерно для режима свободной генерации. Таким образом, далее будут рассматриваться не быстро меняющиеся составляющие населенностей и плотности светового потока, а сравнительно медленно меняющиеся средние значения этих величин. Тогда от системы уравнений для мгновенных величин n_i и s можно перейти к более простой системе уравнений для средних величин населенностей лазерных уровней $N_2 = \langle n_2 \rangle$ и $N_1 = \langle n_1 \rangle$, а также плотности потока фотонов в резонаторе $S = \langle s \rangle$

$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = -(\sigma_e(\lambda)N_2 - \sigma_a(\lambda)N_1)S - N_2(A_{20} + A_{21} + W_{21}) + R \\ \frac{dN_1}{dt} = (\sigma_e(\lambda)N_2 - \sigma_a(\lambda)N_1)S - N_1A_{10} + (A_{21} + W_{21})N_2 \\ \sigma_e(\lambda)N_2 - \sigma_a(\lambda)N_1 = \delta(\lambda) \end{cases}, \quad (2)$$

где значения параметров $\sigma_e(\lambda)$, $\sigma_a(\lambda)$ и $\delta(\lambda)$ выбираются для той длины волны, на которой идет генерация в текущий момент времени.

Данная система из трех уравнений математически корректно определяет три неизвестных величины N_2 , N_1 и S .

В условиях мощной селективной накачки на верхний лазерный уровень в данных экспериментах время задержки начала генерации¹ не превышало 50 мкс, что много меньше времен жизни лазерных уровней. В этом случае при решении системы (2) на отрезке времени до достижения порога генерации можно пренебречь наличием релаксационных слагаемых, а при работе в импульсно-периодическом режиме с малой частотой следования импульсов (единицы Герц) можно пренебречь и начальными населенными уровнями лазерных уровней. Тогда выражение для времени задержки начала генерации будет следующим:

$$t_{\text{del}} = \delta(\lambda) / (\sigma_e(\lambda)R). \quad (3)$$

Из сечений для разных длин волн в Er:YLF [12] следует, что при неселективных потерях

$\delta(\lambda) = \text{const}$ задержка генерации минимальна для длины волны 2,66 мкм, так как для нее сечение вынужденного излучения наибольшее.

Система уравнений (2) в общем случае имеет простое аналитическое решение для населенности лазерных уровней и плотности потока фотонов в резонаторе

$$\begin{cases} N_2(t) = N_{2,\text{st}} + [N_{20} - N_{2,\text{st}}] \exp[-\tilde{A}(\lambda)(t - t_{\text{del}})] \\ N_1(t) = N_{1,\text{st}} + [N_{10} - N_{1,\text{st}}] \exp[-\tilde{A}(\lambda)(t - t_{\text{del}})] \\ S(t) = S_{\text{st}} + [S_0 - S_{\text{st}}] \exp[-\tilde{A}(\lambda)(t - t_{\text{del}})] \end{cases} \quad (4)$$

где скорость релаксации

$$\tilde{A}(\lambda) = A_{20} - F(\lambda)(A_{20} - A_{10}),$$

N_{10} , N_{20} – населенности лазерных уровней в момент начала генерации,

$$S_0 = S_{\text{st}} + \frac{1}{\delta(\lambda)} [A_{21} + A_{20} + W_{21} - \tilde{A}(\lambda)] [N_{2,\text{st}} - N_{20}] -$$

плотность потока фотонов в резонаторе в момент начала генерации. Асимптотические значения населенности лазерных уровней $N_{1,\text{st}}$, $N_{2,\text{st}}$ и плотности потока фотонов S_{st} имеют вид

$$\begin{cases} N_{2,\text{st}} = \frac{(1 - F(\lambda))R}{\tilde{A}(\lambda)} + \frac{A_{10}\delta(\lambda)F(\lambda)}{\sigma_e(\lambda)\tilde{A}(\lambda)} \\ N_{1,\text{st}} = \frac{F(\lambda)R}{\tilde{A}(\lambda)} - \frac{A_{20}\delta(\lambda)F(\lambda)}{\sigma_e(\lambda)\tilde{A}(\lambda)} \\ S_{\text{st}} = \frac{F(\lambda)A_{10} + (F(\lambda) - 1)(A_{21} + W_{21})}{\delta(\lambda)\tilde{A}(\lambda)} R - \frac{A_{10}(A_{20} + A_{21} + W_{21})F(\lambda)}{\sigma_e(\lambda)\tilde{A}(\lambda)} \end{cases}. \quad (5)$$

Здесь введен безразмерный спектроскопический фактор $F(\lambda)$, равный

$$F(\lambda) = \frac{\sigma_e(\lambda)}{\sigma_a(\lambda) + \sigma_e(\lambda)}, \quad (6)$$

значения которого можно получить без использования точных значений сечений $\sigma_e(\lambda)$ и $\sigma_a(\lambda)$, а только по табличным значениям энергий подуровней верхнего и нижнего лазерных мультиплетов [12, 13]. Не останавливаясь на деталях расчета, приведем только окончательные значения параметра $F(\lambda)$ для рассматриваемых длин волн (табл. 1).

Выражения (4) аналитически описывают переходной процесс роста средних населеностей лазерных уровней N_1 и N_2 и экспоненциального

¹ Здесь и далее – время отсчитывается от начала импульса накачки.

падения средней плотности потока фотонов S в резонаторе в течение импульса свободной генерации на данной длине волны.

Покажем, как происходит переключение длины волны генерации от более короткой к более длинной. Известная зависимость населеностей

Таблица 1. Значения сечений вынужденного излучения [12] и спектроскопического фактора $F(\lambda)$ на рассматриваемых длинах волн

Длина волны, мкм	$\sigma_e, 10^{-20} \text{ см}^2$	F
2,66	2,33	0,4
2,71	1,51	0,482
2,81	0,93	0,636
2,84	0,41	0,677

лазерных уровней от времени (4) позволяет получить выражение для изменения показателя усиления на длине волны λ_j

$$\chi_{yc}(\lambda_j) = \chi_0(\lambda_j) - \frac{\sigma_e(\lambda_j)}{F(\lambda_i)F(\lambda_j)} [F(\lambda_j) - F(\lambda_i)] \times \times [N_{1,st,i} - N_{10i}] \exp[-\tilde{A}(\lambda)(t - t_{del,i})], \quad (7)$$

где параметры с индексом i вычисляются для длины волны λ_i , на которой идет генерация, а $\chi_0(\lambda_j) = \frac{\sigma_e(\lambda_j)}{F(\lambda_j)} [F(\lambda_j)N_{2,st,i} + (F(\lambda_j) - 1)N_{1,st,i}]$.

Видно, что экспоненциальный множитель в выражении (7) убывает во времени. При этом разность $N_{1,st,i} - N_{10i}$ всегда положительна. Таким образом, рост показателя усиления во времени возможен только для тех длин волн, для которых разность $F(\lambda_j) - F(\lambda_i)$ положительна. Можно показать, что функция $F(\lambda)$ является монотонно возрастающей. Поэтому рост показателя усиления происходит на всех длинах волн, больших текущей длины волны генерации. При этом на более коротких длинах волн усиление убывает (рис. 3). На длине волны генерации λ_i усиление постоянно.

Очевидно, что как только показатель усиления на какой-либо длине волны, большей текущей длины волны генерации, достигнет порога (рис. 3), на ней начнется генерация. При этом в соответствии с уравнением (7) усиление на текущей длине волны генерации начнет уменьшаться и генерация на ней прекратиться. Таким образом, произойдет переключение длины волны генерации. Отметим, что согласно изложенному выше, переключение длины волны генерации возможно только в сторону больших длин волн.

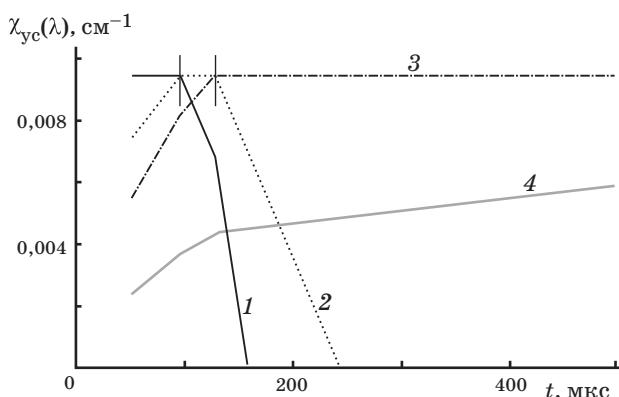


Рис. 3. Динамика показателей усиления при последовательной генерации излучения на 2,66 мкм – 1, 2,71 мкм – 2, 2,81 мкм – 3 и 2,84 мкм – 4 ($R = 1,75 \times 10^{22} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$).

После переключения длины волны генерации изменение населенности лазерных уровней N_1 и N_2 и плотности потока фотонов в резонаторе S по-прежнему описываются системами (4–5), где в качестве начального значения N_{20} и N_{10} принимаются населенности соответствующих уровней в точке переключения, а за время задержки $t_{del,i}$ – время, когда произошло переключение на текущую длину волны. Последовательное применение выражения (7) для каждой из рассматриваемых длин волн позволяет легко рассчитать соответствующие времена переключения.

Результаты расчетов времен переключений длин волн генерации для параметров, соответствующих экспериментальному лазеру, представлены в табл. 2. Сопоставление рассчитанных величин с экспериментально измеренными демонстрирует, что предложенная модель верно описывает последовательность смены длины волны генерации. Некоторое расхождение результатов расчета и эксперимента (табл. 2) можно объяснить приближенным характером модели, в которой не учтены эффекты, связанные с неравномерностью накачки и многомодовостью реальной генерации, а также вариациями внутрирезонаторных потерь по спектру.

Помимо описания динамики многочастотной генерации разработанная модель позволяет предложить простой критерий существования непрерывной генерации. Расчеты показывают, что из четырех рассматриваемых длин волн непрерывная генерация возможна только на длинах волн 2,81 и 2,84 мкм. Непрерывная генерация на длинах волн 2,66 мкм и 2,71 мкм невозможна². Действительно, как следует из расчетов по формуле (5) стационарное значение плотности

Таблица 2. Экспериментальные и рассчитанные времена переключения длин волн генерации (для средней по объему активного элемента скорости накачки $R = 1,75 \times 10^{22} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ при мощности накачки 340 Вт, длительности импульса накачки 2 мс, частоты следования импульсов 3 Гц)

Длина волны	Время начала генерации, мкс	
	эксперимент	расчет
2,66	24	25
2,71	93	95
2,81	120	128
2,84	1300	1446

² Без учета процессов ир-конверсии.

потока фотонов в резонаторе для этих длин волн отрицательно.

Непрерывная генерация в среде Er:YLF возможна при скорости накачки, превышающей минимальное значение

$$R_{\min}(\lambda) = \frac{A_{10}(A_{20} + A_{21} + W_{21})\delta(\lambda)F(\lambda)}{\sigma_e(\lambda)[F(\lambda)A_{10} - (1 - F(\lambda))(A_{21} + W_{21})]}. \quad (8)$$

Расчет по формуле (8) показывает, что $R_{\min}(2,81 \text{ мкм}) < R_{\min}(2,84 \text{ мкм})$. Отсюда следует, что при скорости накачки, большей $R_{\min}(2,81 \text{ мкм})$, может возникнуть и продолжаться неограниченно долго генерация на длине волны 2,81 мкм, если при этом скорость накачки не превышает порога для длины волны 2,84 мкм.

Используя спектроскопические данные из работы [12], можно определить значения $R_{\min}(2,81)$ и $R_{\min}(2,84)$ и соответствующие им плотности мощности накачки. Для принятого в расчете уровня внутрирезонаторных потерь они равны 116 Вт/см³ и 224 Вт/см³ соответственно.

Интересно отметить, что, в отличие от Er:YAG, в кристаллах Er:YLF непрерывная генерация возможна без участия процессов *up*-конверсии.

Заключение

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследована многочастотная генерация Er:YLF-лазера. Предложенная математическая модель качественно и количественно описывает динамику переключения длин волн генерации, а также может быть использована для оценки энергии и КПД генерации. Экспериментально получена последовательная генерация на четырех длинах волн, лежащих в области 2,66, 2,71, 2,81 и 2,84 мкм.

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы”, гранты № РНП 2.1.2/4302, № РНП 2.1.2/4867.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ramesh K., Shori, Walston A. A., Stafsudd O. M., Fried D., Walsh J. T. (Jr.). Quantification and Modeling of the Dynamic Changes in the Absorption Coefficient of Water at $\lambda = 2.94 \mu\text{m}$ // IEEE J. on selected topics in quant. electron. 2001. V. 7. № 6. P. 959–970.
2. DeLoach L.D., Page R.H., Wilke G.D., Payne S.A., Krupke W.F. Transition metal-doped zinc chalcogenides: spectroscopy and laser demonstration of a new class of gain media // IEEE J. of Quant. Electron. 1996. V. 32. № 6. P. 885–895.
3. Eichhorn M. Tm:ZBLAN Fiber Lasers and their Use for Gain-Switched Cr²⁺:ZnSe Lasers // Conf. on Lasers and Electro-Optics/Quantum Electronics and Laser Science Conference and Photonic Applications Systems Technologies. OSA Technical Digest Series. 2007. Paper CTuN7.
4. Bowman S.R., Lynn J.G., Searles S.K., Feldman B.J., McMahon J., Whitney W., Epp D. High-average-power operation of a Q-switched diode-pumped holmium laser// Opt. Lett. 1993. V. 18. № 20. P. 1724–1726.
5. Jensen T., Diening A., Huber G. Investigation of diode-pumped 2.8- μm Er:LiYF₄ lasers with various doping levels // Opt. Lett. 1996. V. 21. № 8. P. 585–587.
6. Zajac A., Skorczakowski M., Swiderski J., Nyga P. Electrooptically Q-switched mid-infrared Er:YAG laser for medical applications // Optics Express. 2004. V. 12. № 21. P. 5125–5130.
7. Жариков Е.В., Ильичев Н.Н., Калитин С.П., Лаптев В.В., Малютин А.А., Осико В.В., Пашинин П.П., Прохоров А.М., Саидов З.С., Смирнов В.А., Умысков А.Ф., Щербаков И.А. Спектрально-люминесцентные и генерационные свойства кристалла иттрий-скандий-галлиевого граната с хромом и эрбием // Квант. электрон. 1986. Т. 13. № 5. С. 973–979.
8. Каминский А.А., Павлюк А.А., Бутаева Т.И. Исследования стимулированного излучения на дополнительных переходах ионов Ho³⁺ и Er³⁺ в кристаллах KGd(WO₄)₂ // Изв. АН СССР. Сер. Неорганические материалы. 1977. Т. 13. № 8. С. 1541–1542.
9. Stalder M., Luthy W., Weber H.P. Five new 3- μm laser lines in YAlO₃:Er // Opt. Lett. 1987. V. 12. № 8. P. 602–604.
10. Auzel F., Hubert S., Meichenin D. Multifreqenc room-temperature continuous diode and Ar* laser-pumped Er³⁺ laser emission between 2.66 and 2.85 μm // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 54. № 8. P. 681–683.
11. Ткачук А.М., Разумова И.К., Мирзаева А.А., Малышев А.В., Гапонцев В.П. Up-конверсия и заселение возбужденных уровней иона эрбия в кристаллах LiY_{1-x}Er_xF₄ ($x = 0,003\text{--}1$) при непрерывной накачке излучением InGaAs-лазерных диодов // Опт. и спектр. 2002. Т. 92. № 1. С. 73–88.
12. Labb'e C., Doualan J.-L., Girard S., Moncorg'e R., Thuau M. Absolute excited state absorption cross section measurements in Er³⁺:LiYF₄ for laser applications around 2.8 μm and 551 nm // J. Phys.: Condens. Matter. 2000. V. 12. P. 6943–6957.
13. Couto dos Santos M.A., Antic-Fidancev E., Gesseland J.Y., Krupa J.C., Lemaitre-Blaise M., Porcher P. Absorption and fluorescence of Er³⁺-doped LiYF₄: measurements and simulation // Journal of Alloys and Compounds. 1998. V. 275–277. P. 435–441.