

# ДИФРАКЦИЯ НА БИНАРНЫХ МИКРОАКСИКОНАХ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

© 2012 г. С. Н. Хонина<sup>\*,\*\*</sup>, доктор физ.-мат. наук; Д. А. Савельев<sup>\*\*</sup>, аспирант;  
П. Г. Серафимович<sup>\*,\*\*</sup>, канд. физ.-мат. наук; И. А. Пустовой<sup>\*\*</sup>, программист

\* Институт систем обработки изображений Российской академии наук, Самара

\*\* Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С.П. Королева, Самара

E-mail: khonina@smr.ru, dmitrey.savelyev@yandex.ru, serp@smr.ru, termit666@gmail.com

Исследовано формирование центрального светового пятна с помощью бинарного дифракционного аксиона с высокой числовой апертурой с использованием разностного метода решения уравнений Максвелла во временной области. Показано, что уширение центрального светового пятна, которое неизбежно возникает при линейной поляризации освещдающего аксиона пучка, можно компенсировать с помощью внесения в пучок линейной фазовой сингулярности (перпендикулярно направлению поляризации). При этом за счет изменения толщины подложки можно добиться формирования очень компактного слабо уширяющегося светового пятна, размер которого в непосредственной близости от поверхности оптического элемента на 37% меньше дифракционного предела.

**Ключевые слова:** бинарный дифракционный аксион, оптический элемент с высокой числовой апертурой, разностный метод решения уравнений Максвелла во временной области, линейная поляризация, фазовая сингулярность, преодоление дифракционного предела.

Коды OCIS: 050.1380, 050.1970

Поступила в редакцию 18.06.2012

## Введение

Бесселевые пучки, для формирования которых, вообще говоря, необходима бесконечная энергия, являются частным решением волнового уравнения. Известно множество способов экспериментального формирования ограниченных аппроксимаций бесселевых пучков [1–10], среди которых наиболее интересны методы, основанные на использовании дифракционных решеток с круговой симметрией.

В работе [9] методом разложения пропускающей функции оптического элемента в ряд Фурье было показано, что любой периодический элемент с круговой симметрией можно описать как суперпозицию аксионов, свойства которых хорошо известны и исследованы [1–3].

В работе [11] проведен анализ дифракции на бинарном аксионе с высокой числовой апертурой в рамках строгой электромагнитной теории и выявлены существенные поляризационные эффекты, которые обычно нарушают круговую симметрию формируемого пучка.

Свободно распространяющиеся бездифракционные пучки электромагнитного излучения

исследовались во многих работах [12–14] с учетом их векторного характера, однако в этих исследованиях практически не рассматривалось их формирование с помощью дифракционных аксионов. Статья [11] является одной из первых работ, где исследуется генерация пучков Бесселя с использованием бинарных фазовых аксионов в рамках электромагнитной теории. В этой статье комплексные амплитуды всех компонент электромагнитного поля локально вычисляются сразу за круговой решеткой методом мод Фурье. Моделирование распространения полученного электромагнитного поля до плоскости наблюдения в свободном пространстве выполняется с использованием обычного интеграла Рэлея–Зоммерфельда. Заметим, что в статье [11] рассматривался аксион с максимальной числовой апертурой (*numerical aperture*)  $NA = 0,67$ .

В настоящей работе исследуется возможность достижения сверхразрешения на основе использования бинарных дифракционных аксионов с числовой апертурой, близкой к единице. Из скалярной теории дифракции известно, что для бесселевых пучков нулевого

порядка диаметр центрального пятна по полуспаду интенсивности (*full width at half of maximum*)  $FWHM = 0,36\lambda/NA$  [15], что на 30% меньше размера диска Эйри, формируемого линзой с той же числовой апертурой ( $FWHM = 0,51\lambda/NA$ ). Таким образом, вполне естественно использование аксиона в сверхразрешающих изображающих системах и для уплотненной записи данных [16].

Однако достижению сверхразрешения в суммарной интенсивности электромагнитного поля препятствует вклад продольной компоненты, усиливающейся при увеличении числовой апертуры, и уширяющий поперечный размер светового пятна, поэтому во многих работах рассматривается радиально-поляризованный падающий пучок. При радиальной поляризации высокоапертурный аксион формирует световое пятно, состоящее в основном из одной продольной компоненты, что позволяет достичь предсказанное скалярной теорией сверхразрешение по сравнению с линзой [16, 17]. Данная ситуация особенно полезна при использовании материалов, чувствительных только к продольной компоненте [18].

В работе [16] при использовании разностного метода решения уравнений Максвелла с радиальной симметрией (*Radial Finite-Difference Time-Domain – R-FDTD*) было показано, что с помощью бинарного аксиона, освещенного радиально-поляризованным пучком, можно сформировать фокусное пятно с диаметром по полуспаду  $FWHM = 0,39\lambda$  в непосредственной близости от поверхности оптического элемента. Эта величина меньше классического дифракционного предела, достигаемого с использованием линзы при  $NA = 1$ .

Однако подавляющее большинство источников лазерного излучения имеют линейную поляризацию, и генерация радиально-поляризованных пучков требует усложнения оптических схем и зачастую использования дорогостоящих устройств. В настоящей работе рассмотрена возможность достижения сверхразрешения с помощью бинарного аксиона для линейно-поляризованного пучка с равномерной амплитудой.

Идея состоит в использовании особого вида фазы в освещающем пучке. Это может быть вихревая фазовая сингулярность первого порядка [17, 19] либо линейная фазовая сингулярность (скачок фазы на  $\pi$ ) вдоль линии, перпендикулярной линии поляризации [20, 21]. В последнем случае можно рассматривать паде-

ние волны с плоской фазой на бинарный биаксикон [22].

В работах [17, 19–22] было показано, что с помощью метода разложения по плоским волнам можно достаточно корректно и быстро расчитывать дифракцию сингулярных пучков на микроапerture, особенно при использовании модификации Мансурипур [23].

В настоящей работе дифракция сингулярных пучков на бинарном дифракционном микроаксиконе исследуется с использованием разностного метода решения уравнений Максвелла во временной области (*Finite-Difference Time-Domain – FDTD*), реализованного в программном продукте Fullwave компании R-soft, а также с помощью пакета Meep (*MIT Electromagnetic Equation Propagation*) на кластерной системе НР мощностью около 1 ТФлопс.

В работе показано, что уширение центрального светового пятна, которое неизбежно возникает при линейной поляризации освещавшего высокоапертурный аксион пучка, можно компенсировать с помощью фазового линейного скачка в освещающем пучке или за счет использования биаксикона вместо радиально-симметричного аксиона. При этом возможно преодоление дифракционного предела, который соответствует картине Эйри в фокусе линзы (в свободном пространстве для предельного значения  $NA = 1$   $FWHM = 0,51\lambda$ ). В частности, на расстоянии около трети длины волны от оптического элемента формируется световое пятно, диаметр которого по полуспаду интенсивности составляет  $0,42\lambda$ . Изменением толщины подложки можно добиться формирования еще более компактного светового пятна, размер которого в непосредственной близости от поверхности биаксикона составляет  $FWHM = 0,32\lambda$ , что на 37% меньше дифракционного предела.

## Дифракция ограниченной плоской волны на бинарном дифракционном аксионе

Фазовый дифракционный аксион имеет комплексную функцию пропускания следующего вида

$$\tau(r) = \exp(ik\alpha_0 r), \quad (1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны,  $\alpha_0$  – параметр аксиона, определяющий числовую апертуру  $NA$  аксиона,  $\alpha_0 = NA$ .

Рассмотрим бинарный микрояксион с предельной в свободном пространстве числовой апертурой ( $\alpha_0 = 1$ )

$$\tau_b(r) = \begin{cases} \exp\{i \arg[\cos(kr)]\}, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}, \quad (2)$$

радиусом  $R = 3,25\lambda$  (рис. 1), освещенный ограниченной плоской волной с линейной  $x$ -поляризацией.

Использование метода FDTD позволяет учесть влияние реальной толщины оптического элемента, а также наличия подложки и некоторого расстояния от источника излучения до оптического элемента. Данные характеристики не учитывались при расчетах с помощью дифракционных интегралов [17, 19, 22], что проявляется в некоторых отличиях полученных результатов.

Конфигурация системы для моделирования методом FDTD представлена на рис. 2.

Показатель преломления подложки  $n$ , в которой выполнен бинарный рельеф вида (2), равен 2,4. Высота микрорельефа выбрана из расчета ( $\lambda = 10,6$  мкм)

$$h = \pi/k(n-1) = \lambda/2,8. \quad (3)$$

Размер расчетной области

$$x, y \in [-9\lambda, 9\lambda], z \in [0, 6\lambda].$$

Толщина поглощающего слоя (*Perfectly Matched Layer – PML*), который позволяет использовать меньшие области расчета, равна  $1,5\lambda$ , шаг дискретизации по пространству –

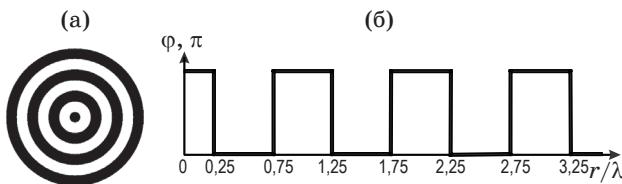


Рис. 1. Бинарный дифракционный микроаксон. а – структура элемента, б – радиальное сечение фазы элемента.

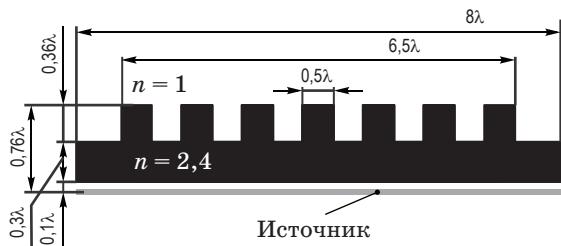


Рис. 2. Конфигурация системы для моделирования методом FDTD.

$\lambda/20$ , шаг дискретизации по времени –  $\lambda/(40c)$ , где  $c$  – скорость света. В первых экспериментах подложка отсутствовала.

На рис. 3 показана картина дифракции линейно-поляризованной ограниченной плоской волны на аксононе (2) при изменении числовой апертуры от 0,67 до 1. Как и ожидалось, при уменьшении числовой апертуры происходит удлинение осевого отрезка, который формируется аксононом.

В рамках скалярной теории дифракции протяженность светового отрезка также пропорциональна радиусу оптического элемента. Эта зависимость была подтверждена с использованием интегральных методов для аксононов с числовой апертурой, близкой к единице [22]. При этом аксонон рассматривался в приближении тонкого оптического элемента, т. е. учитывалось только фазовое преобразование, вносимое элементом. Использование метода FDTD позволяет верифицировать наблюдение в рамках более точной модели.

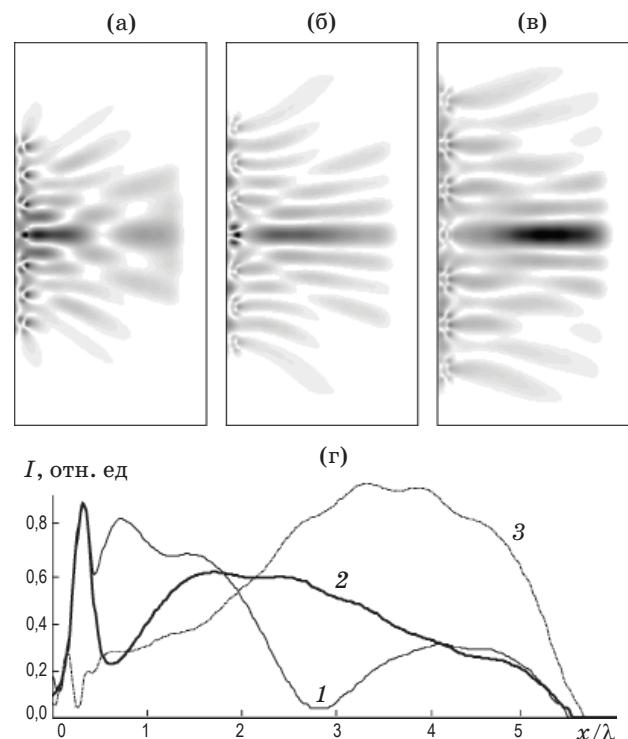
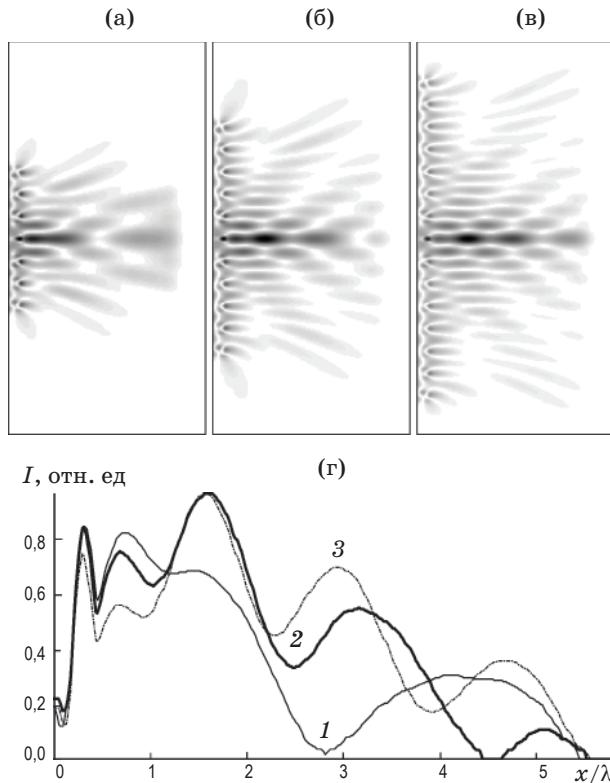


Рис. 3. Картинки дифракции (негатив) ограниченной плоской волны на аксононе (2) при различных  $NA$ , рассчитанные в плоскости  $y = 0, x \in [-5\lambda, 5\lambda], z \in [0, 6\lambda]$ . Интенсивности в отсутствие подложки при  $NA = 1$  (а), 0,83 (б) и 0,67 (в). Совмещенный график изменения интенсивностей вдоль оси распространения (г). Кривая 1 при  $NA = 1$  (а), 2 –  $NA = 0,83$  (б), 3 –  $NA = 0,67$  (в).



**Рис. 4.** Картинки дифракции (негатив) ограниченной плоской волны на аксионе (2) для  $NA = 1$ , рассчитанные в плоскости  $y = 0$ ,  $x \in [-9\lambda, 9\lambda]$ ,  $z \in [0, 6\lambda]$ . Интенсивности в отсутствие подложки при различных радиусах колец  $R = 3,25\lambda$  (а),  $5,25\lambda$  (б),  $7,25\lambda$  (в). Совмещенный график изменения интенсивностей вдоль оси распространения (г), кривая 1 –  $R = 3,25\lambda$  (а), 2 –  $R = 5,25\lambda$  (б), 3 –  $R = 7,25\lambda$  (в).

Рассмотрим аксион с числовой апертурой  $NA = 1$  (рис. 4). Будем варьировать радиус аксиона. Результаты, представленные на рис. 4, подтверждают увеличение размера фокально-го отрезка при увеличении радиуса аксиона даже в случае предельного значения числовой апертуры ( $NA = 1$ ).

Далее рассмотрим влияние толщины подложки на изменение картины дифракции. Расстояние от источника излучения до подложки составляло  $0,2\lambda$ . Толщина подложки выбиралась равной  $0,2\lambda$  и  $0,3\lambda$  для выяснения зна-чимости влияния этого параметра.

Размер расчетной области

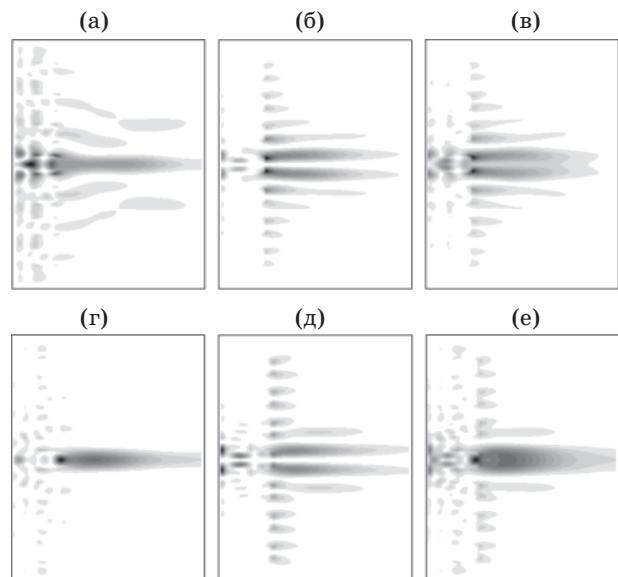
$$x, y \in [-4\lambda, 4\lambda], z \in [0, 6\lambda].$$

Толщина PML –  $\lambda$ , шаг дискретизации по про-странству –  $\lambda/40$ , шаг дискретизации по време-ни –  $\lambda/(80c)$ . Результаты моделирования при-веденены на рис. 5.

Из сравнения рис. 5а–в видно, что при ис-пользовании высокоапертурных оптических элемен-тов вклад продольной компоненты в ближней зоне дифракции становится сущес-твенным и сравнимым с вкладом поперечных компонент. Поэтому в суммарной интенсив-ности происходит уширение светового пучка даже при изначально поперечной поляризации освещдающей оптический элемент волны.

Как видно из рис. 5 толщина подложки сущес-твенно влияет на формирование интенсив-ности в ближней зоне дифракции. За счет увеличения пути прохождения в подложке или за счет смещения источника дальше от оптиче-ского элемента можно ослабить влияние про-дольной компоненты и добиться формирования светового пятна субволнового размера. Однако это возможно только в непосредственной близ-ости от выходной поверхности оптического элемен-та. Далее при рас пространении пучок резко уширяется.

Другой способ уменьшения поперечного раз-мера светового пятна предполагает внесение в освещдающий пучок линейной фазовой син-гулярности, например, скачка фазы на  $\pi$  ради-ан вдоль линии, перпендикулярной линии по-ляризации.



**Рис. 5.** Картинки дифракции (негатив) ограни-ченной плоской волны на аксионе (2), рас-считанные в плоскости  $y = 0$ ,  $x \in [-4\lambda, 4\lambda]$ ,  $z \in [0, 6\lambda]$ . Интенсивности  $x$ -компоненты (а),  $z$ -компоненты (б) и суммарная (в) для тонкой подложки ( $0,2\lambda$ ); соответственно, для более толстой подложки ( $0,3\lambda$ ) – г, д, е.

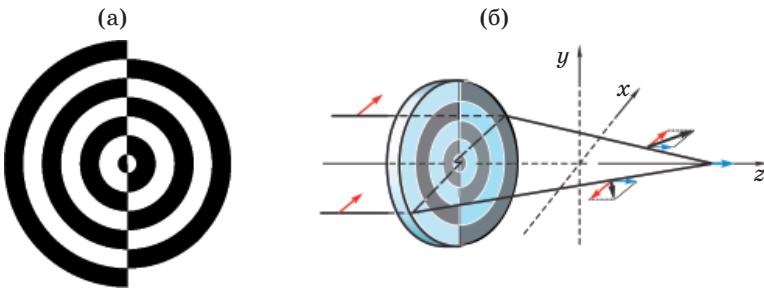


Рис. 6. Биаксикон. а – структура элемента, б – действие на компоненты электрического поля при линейной  $x$ -поляризации освещдающего пучка.

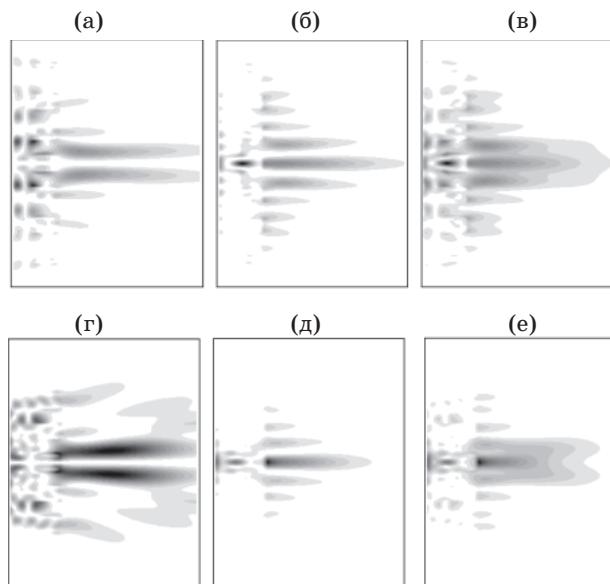


Рис. 7. Картинны дифракции (негатив) ограниченной плоской волны на биаксиконе (4), рассчитанные в плоскости  $y = 0$ ,  $x \in [-4\lambda, 4\lambda]$ ,  $z \in [0, 6\lambda]$ . Интенсивности  $x$ -компоненты (а),  $z$ -компоненты (б) и суммарная (в) для тонкой подложки ( $0,2\lambda$ ); соответственно, для более толстой подложки ( $0,3\lambda$ ) – г, д, е.

### Дифракция ограниченной плоской волны на бинарном дифракционном биаксиконе

В работах [20, 21] было показано, что аподизация функции пропускания высокоапертурной фокусирующей системы фазовыми линейными скачками позволяет уменьшить размер фокального пятна при линейной поляризации. Рассмотрим аналогичный подход для дифракционного аксиона. В этом случае можно рассматривать падение волны с плоской фазой на бинарный биаксикон [22], имеющий следующую функцию пропускания:

$$\tau_c(r, \varphi) = \begin{cases} \exp\{i \arg[\cos(kr)\cos\varphi]\}, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}. \quad (4)$$

Биаксикон (4) не обладает осевой симметрией (рис. 6а) и при линейной поляризации освещдающего пучка приводит к обнулению поперечной компоненты электрического поля на оптической оси и усилению продольной компоненты (рис. 6б).

На рис. 7 приведены результаты моделирования дифракции линейно-поляризованной ограниченной плоской волны на биаксиконе (4).

Из сравнения рис. 5 и 7 видно, что произошло перераспределение энергии между поперечной и продольной компонентами электрического поля: при использовании аксиона на оптической оси сосредоточена энергия поперечной компоненты, а при использовании биаксикона основной вклад в область на оптической оси вносит продольная компонента. Из-за мощной интенсивности продольной компоненты в ближней зоне оптического элемента с высокой числовая апертурой уширение суммарной интенсивности пучка происходит лишь на некотором расстоянии от оптического элемента.

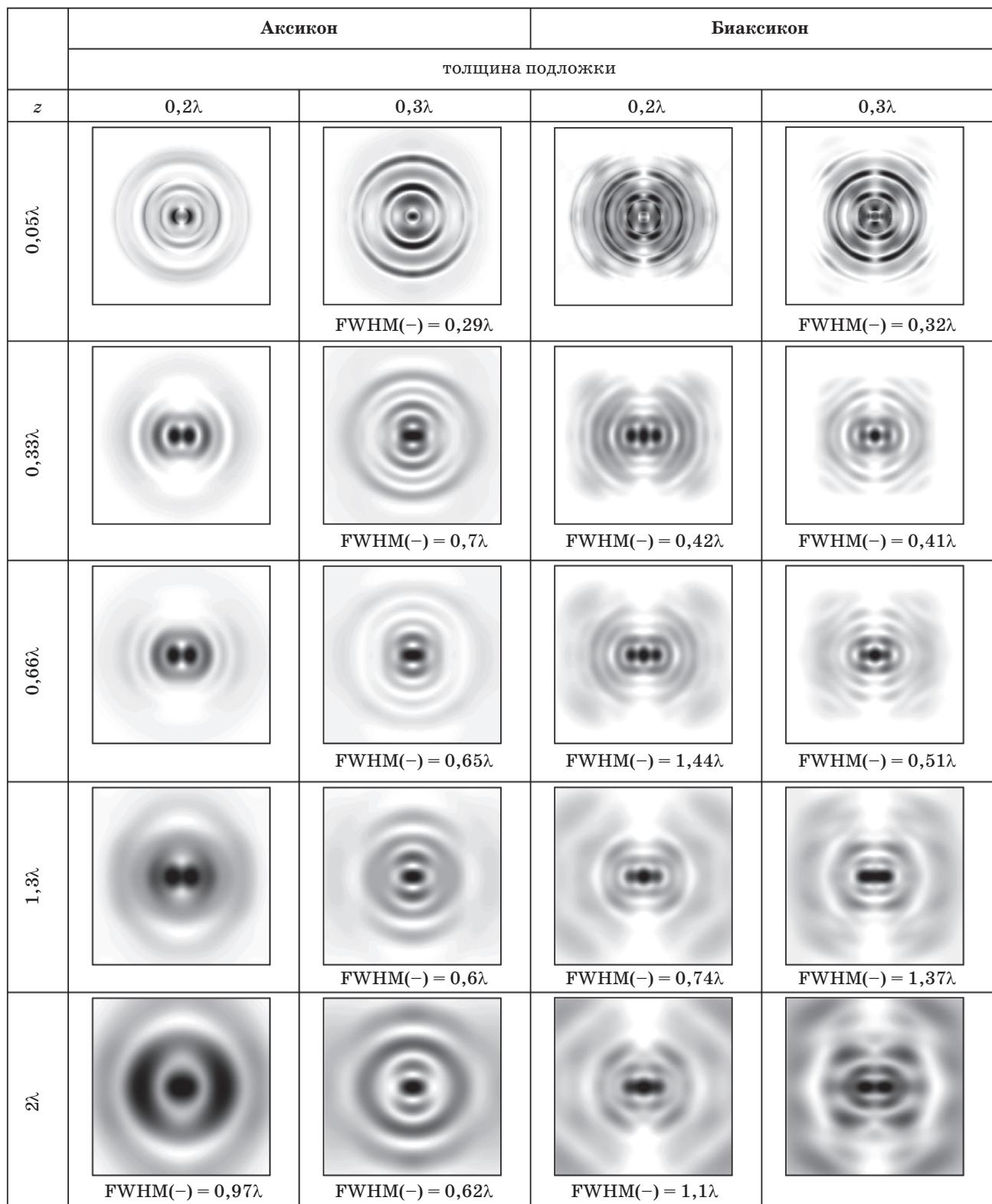
Вариации с толщиной подложки также позволяют улучшить фокусировку излучения в субволновое световое пятно. Более детальное сравнение действия двух типов аксионов обсуждается в следующем разделе.

### Анализ формирования субволнового светового пятна

В таблице приведены распределения интенсивности, рассчитанные в плоскостях, поперечных оптической оси, на различных расстояниях от поверхности оптического элемента. Также приведены размеры центрального светового пятна по уровню полуспада от максимального значения интенсивности FWHM вдоль направления поляризации освещдающего пучка, т. е. вдоль оси  $x$ .

Как показывают результаты моделирования, в случае использования подложки тол-

Распределения поперечной интенсивности (негатив) на различных расстояниях от выходной поверхности оптического элемента, размер изображений  $5\lambda \times 5\lambda$



щиной  $0,2\lambda$  при дифракции ограниченной линейно-поляризованной плоской волны на осесимметричном аксионе в ближней зоне формируется характерное распределение ин-

тенсивности в виде “бабочки”, связанное с мощным вкладом продольной компоненты. В случае линейной поляризации эта компонента имеет нулевое значение на оптической оси.

Ее вклад уменьшается лишь на расстоянии, равном примерно двум длиnam волн, когда центральное световое пятно приобретает круглую форму. Размер его при этом существенно увеличивается.

Преобразовать структуру продольной компоненты можно внесением в пучок фазовой сингулярности [20, 21], что хорошо видно на распределениях интенсивности для биаксикона: везде наблюдается яркое центральное пятно, сопровождаемое двумя боковыми лепестками.

При использовании подложки толщиной  $0,3\lambda$  в непосредственной близости от поверхности оптического элемента (у обоих типов аксионов) в плоскости на расстоянии  $z = 0,05\lambda$  формируется очень компактное круглое световое пятно. У биаксикона  $\text{FWHM} = 0,32\lambda$ , и площадь светового пятна по уровню полуспада от максимального значения интенсивности (*at half maximum area – НМА*) составляет  $0,08\lambda^2$ . Причем это компактное центральное световое пятно сохраняется на расстоянии около  $0,5\lambda$  без существенного роста боковых лепестков.

Для осесимметричного аксиона эти характеристики еще лучше: непосредственно вблизи поверхности оптического элемента ( $z = 0,05\lambda$ )  $\text{FWHM} = 0,29\lambda$ , НМА =  $0,066\lambda^2$ , однако центральное пятно в этом случае очень быстро уширяется и уже на расстоянии, равном трети длины волны, превышает дифракционный предел.

## Заключение

В рамках строгой теории дифракции рассмотрена возможность преодоления дифракционного предела с помощью высокоапертурных

бинарных аксионов при линейной поляризации падающего на элемент излучения.

С использованием разностного метода решения уравнений Максвелла во временной области подтверждено увеличение размера фокального отрезка пропорционально радиусу аксиона даже в случае предельного значения числовой апертуры ( $NA = 1$ ).

Показано, что уширение центрального светового пятна, которое неизбежно возникает при линейной поляризации освещдающего высокоапертурный аксион пучка, можно компенсировать с помощью фазового линейного скачка. Аналогичного результата можно достичь внесением соответствующей асимметрии в структуру оптического элемента, т. е. при использовании биаксикона.

Численный анализ дифракции ограниченной линейно-поляризованной плоской волны на биаксиконе показал возможность преодоления дифракционного предела как в непосредственной близости от поверхности оптического элемента, так и на некотором расстоянии (менее длины волны).

Изменение толщины подложки существенно влияет на картину дифракции освещдающего пучка на аксионах с высокой числовой апертурой, что позволяет формировать световое пятно с различными характеристиками. Фокусировка в более компактное пятно приводит к быстрому его уширению при удалении от оптического элемента.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 10-07-00438-а, 11-07-00153, 11-07-12051-офи-м-2011 и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-4128.2012.9, а также государственных контрактов 07.514.11.4060, 07.514.11.4055, 14.740.11.0016.

\* \* \* \* \*

## ЛИТЕРАТУРА

1. McLeod J.H. The axicon: a new type of optical element // J. Opt. Soc. Am. 1954. V. 44. P. 592–597.
2. Turunen J., Vasara A., Friberg A.T. Holographic generation of diffraction-free beams // Appl. Opt. 1988. V. 27. P. 3959–3962.
3. Vasara A., Turunen J., Friberg A.T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms // J. Opt. Soc. Am. A. 1989. V. 6. P. 1748–1754.
4. Cox A.J., Dibble D.C. Holographic reproduction of a diffraction-free beam // Appl. Opt. 1991. V. 30. P. 1330–1332.

5. Herman R.M., Wiggins T.A. Production and uses of diffractionless beams // J. Opt. Soc. Am. A. 1991. V. 8. № 6. P. 932–942.
  6. MacDonald R.P., Chrostowski J., Boothroyd S.A., Syrett B.A. Holographic formation of a diode laser nondiffracting beam // Appl. Opt. 1993. V. 32. P. 6470–6474.
  7. Rosen J., Salik B., Yariv A. Pseudo-nondiffracting beams generated by radial harmonic functions // J. Opt. Soc. Am. A. 1995. V. 12. P. 2446–2457.
  8. Nigg L., Lanzl T., Maier M. Properties of Bessel beams generated by periodic gratings of circular symmetry // J. Opt. Soc. Am. A. 1997. V. 14. № 1. P. 27–33.
  9. Paakkonen P., Lautanen J., Honkanen M., Kuittinen M., Turunen J., Khonina S.N., Kotlyar V.V., Soifer V.A., Friberg A.T. Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics // Journal of Modern Optics. 1998. V. 45. № 11. P. 2355–2369.
  10. Tervo J., Turunen J. Generation of vectorial propagation-invariant fields by polarization-grating axicons // Opt. Commun. 2001. V. 192. P. 13–18.
  11. Vahimaa P., Kettunen V., Kuittinen M., Turunen J., Friberg A. T. Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons // J. Opt. Soc. Am. A. 1997. V. 14. № 8. P. 1817–1824.
  12. Mishra S.R. A vector wave analysis of a Bessel beam // Opt. Commun. 1991. V. 85. P. 159–161.
  13. Turunen J., Friberg A.T. Electromagnetic theory of refraction beams // Pure Appl. Opt. 1993. V. 2. P. 539–547.
  14. Yu Y.Z., Dou W.B. Vector analyses of nondiffracting bessel beams // Progress In Electromagnetics Research Letters. 2008. V. 5. P. 57–71.
  15. Kalosha V.P., Golub I. Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution // Opt. Lett. 2007. V. 32. P. 3540–3542.
  16. Котляр В.В., Стafeев С.С. Моделирование острой фокусировки радиально-поляризованной лазерной моды с помощью конического и бинарного микроаксионов // Компьютерная оптика. 2009. Т. 33. № 1. С. 52–60.
  17. Хонина С.Н., Устинов А.В., Волотовский С.Г., Ананын М.А. Алгоритмы быстрого расчета дифракции радиально-вихревых лазерных полей на микроапerture // Известия Самарского научного центра РАН. 2010. № 12(3). С. 15–25.
  18. Grosjean T., Courjon D. Photopolymers as vectorial sensors of the electric field // Opt. Exp. 2006. V. 14. № 6. P. 2203–2210.
  19. Хонина С.Н., Ковалев А.А., Устинов А.В., Волотовский С.Г. Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне: II. Результаты моделирования // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34. № 3. С. 332–343.
  20. Khonina S.N., Volotovsky S.G. Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures // J. Opt. Soc. Am. A. 2010. V. 27. № 10. P. 2188–2197.
  21. Khonina S. N., Golub I. Optimization of focusing of linearly polarized light // Opt. Lett. 2011. V. 36. № 3. P. 352–354.
  22. Хонина С.Н. Формирование осевого отрезка с уменьшенным поперечным размером для линейной поляризации освещдающего пучка с помощью высокоапертурных бинарных аксионов, не обладающих осевой симметрией // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34. № 4. С. 461–468.
  23. Mansuripur M. Certain computational aspects of vector diffraction problems // J. Opt. Soc. Am. A. 1989. V. 6. № 5. P. 786–805.
-