УДК 621.384.32

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ЭКСПЕРТНОЙ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ И РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЪЕКТОВ ПО ТЕПЛОВИЗИОННЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ

В. А. Овсянников, доктор техн. наук; **Я. В. Овсянников**;
В. Л. Филиппов, доктор физ.-мат. наук

НПО "Государственный институт прикладной оптики", г. Казань

E-mail: npogipo@tnpko.ru

Для повышения доверительной вероятности того, что вероятность вскрытия (обнаружения или распознавания) объектов по тепловизионным изображениям в нормированных условиях не меньше или не больше определенного уровня, предложено экспертную оценку этой вероятности проводить для изображений, полученных с дистанций до объектов соответственно больше или меньше заданной. Представлена методика расчета соответствующей доверительной вероятности, отвечающая заданной нижней границе доверительного интервала для вероятности вскрытия объектов.

Ключевые слова: *достоверность контроля, вероятность обнаружения и распознавания, тепловизионное изображение.*

Коды OCIS: 110.3000.

Поступила в редакцию 18.05.2011.

Введение и постановка задачи

Для решения многих задач, возникающих при прогнозе эффективности, аттестации и применении тепловизионных приборов (ТВП), необходимым этапом является экспертная, статистическая оценка вероятности вскрытия (обнаружения или распознавания) объектов местности по их тепловизионным изображениям (реальным или синтезированным) с привлечением группы операторов-дешифровщиков. Для повышения достоверности полученных оценок этой вероятности обычно идут по пути увеличения как числа изображений объекта, так и числа экспертов.

Повышение количества изображений объекта наблюдения целесообразно использовать для уменьшения случайной ошибки оценки вероятности его вскрытия, вносимой разбросом характеристик объекта, в частности его местоположения и теплового контраста, метеоусловий при ведении наблюдения и т. д. Так, экспериментально установлено [1], что перемещение одного и того же объекта на другие участки неоднородного фона делает соответствующие попытки его обнаружения (выделения из фона) одним и тем же оператором практически независимыми. При распознавании объекта такая независимость, по-видимому, отсутствует, хотя и в этом случае имеет место некоторое влияние сильно структурированного фона на соответствующую вероятность вскрытия объекта.

Увеличение числа операторов является основным способом повышения достоверности экспертных оценок эффективности ТВП, ибо дешифровочные возможности операторов даже одинаково высокой квалификации индивидуальны и случайны: они зависят от психофизического состояния оператора, его опыта, внимания, степени мотивации, усталости и эмоционального настроя на момент дешифрирования [2].

Как известно, процесс дешифрирования при испытаниях ТВП имеет следующие особенности:

– перед операторами-дешифровщиками ставится узконаправленная задача – оценить возможности ТВП по вскрытию объектов;

– операторы имеют априорные сведения о вскрываемых объектах.

Количество операторов (а при независимости суждений одного и того же оператора по разным изображениям – произведение этого количества на число изображений), которым следует предъявлять для дешифрирования изображения объектов, зависит от вероятности вскрытия (априори неизвестной) объектов, доверительного интервала для этой вероятности и самой доверительной вероятности.

В задачах экспертной оценки дешифрируемости изображений, в данном случае тепловизионных, имеет значение либо доверительная вероятность $R(P \geq P_1)$ того, что вероятность вскрытия P того или иного тест-объекта не меньше требуемого значения P_1 (такая задача возникает, например, при аттестации ТВП по дальности действия), либо доверительная вероятность $R(P \leq P_1)$ (эта вероятность важна, например, при контроле качества тепловой маскировки объектов). Именно данные доверительные вероятности и являются мерой достоверности получаемых экспертных оценок.

Поскольку для доверительной вероятности $R(P \leq P_1)$ существует очевидное соотношение

$$R(P \leq P_1) = R(\bar{P} \geq 1 - P_1),$$

где $\bar{P}$ – вероятность невскрытия объекта, то далее без потери общности будем рассматривать лишь структуру доверительной вероятности вида $R(P \geq P_1)$ и, соответственно, задачу оценки и повышения достоверности экспертного контроля вероятности вскрытия посредством испытуемого ТВП объектов местности по их тепловизионным изображениям. При этом требуемое значение вероятности P_1 вскрытия объектов, находящихся на заданной дистанции D_1, в нормированных условиях обычно составляет $P_1 = 0{,}8$ [2].

Обоснование методики

Рассмотрим вначале особенности экспертной оценки вероятности распознавания объектов, которая, в отличие от оценки вероятности обнаружения объектов на неоднородном фоне, практически не зависит от степени этой неоднородности и, следовательно, является гораздо более определенной (менее вариабельной). Под распознаванием объекта, как правило, понимается определение его принадлежности к конкретной категории – классу или типу (при решении задачи классификации или идентификации соответственно) на основе анализа демаскирующих признаков этого объекта, выявляемых на изображении. Поэтому классическая процедура оценки вероятности многоальтернативного распознавания предполагает, что каждому из $n_д$ задействованных при контроле операторов-дешифровщиков последовательно в случайном порядке предъявляются изображения $n_о$ тест-объектов различных категорий, имеющих близкие друг другу размеры и тепловой контраст. Тогда если общее число правильных результатов дешифрирования изображений объектов составляет n, то экспертная оценка вероятности (частота) распознавания, усредненная по всем категориям объектов, определяется соотношением

$$P_\Sigma^* = n / n_\Sigma,$$

где $n_\Sigma = n_д n_о$.

Однако полученная оценка P_Σ^* не отражает некоторых важных обстоятельств. Во-первых, суждения операторов, как правило, основываются не только на дешифровочных признаках изображений объектов, но, вольно или невольно, и на простом угадывании. Если принять, что испытательный тест не смещен, т. е. изображения всех $n_о$ объектов предъявляются операторам в среднем одинаково часто, то вероятность такого угадывания $P_у = 1/n_о$. Во-вторых, не все задействованные на испытаниях операторы являются достаточно квалифицированными, особенно когда привлекается большая группа. Кроме того, даже хорошо тренированные, добросовестные операторы могут допустить при дешифрировании грубые ошибки (промахи), никак не связанные ни с качеством изображений, ни с опытом или степенью мотивации этих операторов. Все это означает, что вероятность распознавания объектов при испытаниях ТВП, согласно формуле для вероятности суммы совместных событий [3], составляет

$$P_\Sigma = P_у + (1 - P_у) P_к P, \tag{1}$$

где $P_к$ – вероятность того, что любой данный оператор достаточно квалифицирован и не совершает промахов; P – вероятность того, что квалифицированный и не совершающий промахов оператор распознает объект по его изображению; именно эта вероятность и является предметом контроля при испытаниях ТВП.

Для определения вероятности $P_к$, вообще говоря, необходимо выполнить серию дополнительных экспериментов, а именно: предъявить данной группе операторов изображения тех же самых тест-объектов, но находящихся на достаточно близком расстоянии, таком, что заведомо выполняется условие $P = 1$, и получить экспертную оценку $P^*_{\Sigma о}$ соответствующей вероятности распознавания $P_{\Sigma о}$, равной согласно (1)

$$P_{\Sigma о} = P_у + (1 - P_у)P_к. \tag{2}$$

Выделяя из (2) значение $P_к$ и подставляя его в (1), находим

$$P_\Sigma = P_у + (P_{\Sigma о} - P_у)P, \tag{3}$$

откуда получаем выражения для искомой вероятности P и ее оценки P^* в виде

$$P = \frac{P_\Sigma - P_у}{P_{\Sigma о} - P_у}, \quad P^* = \frac{P^*_\Sigma - P_у}{P^*_{\Sigma о} - P_у}.$$

Именно последняя формула и рекомендуется, например в [4], для "очищения" полученной при испытаниях ТВП экспертной оценки P^*_Σ вероятности распознавания объектов от рассмотренных побочных эффектов.

В случае, когда эти дополнительные испытания не проводятся, вероятностям $P_{\Sigma о}$ или $P^*_{\Sigma о}$ для достаточно большой группы операторов ($n_д$ = 15–20) можно придать типичное значение, равное 0,9. Если же эта группа невелика и тщательно подобрана, то можно считать $P_{\Sigma о}$ и $P^*_{\Sigma о}$ близкими к 1 [4].

Из вышеизложенного вытекает, что искомая доверительная вероятность $R(P \ge P_1)$ совпадает с доверительной вероятностью $R(P_\Sigma \ge P_{\Sigma 1})$, где согласно (3)

$$P_{\Sigma 1} = P_у + (P_{\Sigma о} - P_у)P_1. \tag{4}$$

Аналогично оценивается доверительная вероятность $R(P \ge P_1)$ при контроле вероятности обнаружения объектов с априори неизвестным местоположением с тем лишь очевидным отличием, что, поскольку слишком большое число ложных обнаружений недопустимо, в данном случае вероятность угадывания $P_у = 0$.

Согласно работе [5] доверительная вероятность $R(P_\Sigma \ge P_{\Sigma 1})$ того, что $P_\Sigma \ge P_{\Sigma 1}$, если в n_Σ независимых испытаниях получено n положительных результатов, равна вероятности того, что в $n_\Sigma + 1$ испытаниях при вероятности положительного исхода единичного испытания $P = P_{\Sigma 1}$ будет получено не более n положительных результатов. Это позволяет для расчета R воспользоваться формулой для биномиального распределения

$$R = \sum_{i=0}^{n} C^i_{n_\Sigma + 1} P^i_{\Sigma 1} (1 - P_{\Sigma 1})^{n_\Sigma + 1 - i}. \tag{5}$$

В частности, когда все попытки дешифрирования изображений оказались успешными ($n = n_\Sigma$), формула (5) принимает вид [5]

$$R = 1 - P^{n_\Sigma + 1}_{\Sigma 1}. \tag{6}$$

При $P_1 \ge 0{,}8$ вместо (5) применима пуассоновская аппроксимация [3]

$$R = \Psi\big(n_\Sigma - n + 1, (n_\Sigma + 1)(1 - P_{\Sigma 1})\big), \tag{7}$$

где $\Psi(x, \mu) = \sum_{i=x}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^i}{i!}$ – функция, табулированная, например, в [3].

Из (7) следует, что если, например, при распознавании объектов трех возможных категорий группой из четырех квалифицированных операторов эти объекты были правильно распознаны в 11 случаях (что отвечает оценке вероятности распознавания $P^*_\Sigma = 11/(4{\times}3) = 0{,}92$), то с доверительной вероятностью, равной лишь $R(P_\Sigma \ge P_{\Sigma 1}) = 0{,}51$, можно утверждать, что фактическая вероятность распознавания P_Σ данных объектов в данных условиях не меньше определяемой по (4) нижней границы доверительного интервала $P_{\Sigma 1} = 0{,}33 + (1 - 0{,}33)\times 0{,}8 = 0{,}87$ или что искомая вероятность их распознавания P не ниже требуемого значения $P_1 = 0{,}8$. Для обеспечения минимально приемлемого уровня доверительной вероятности $R(P \ge P_1) \ge 0{,}8$ необходимо, чтобы данные объекты были распознаны во всех 12 попытках, т. е. при оценке $P^*_\Sigma = 1$, что согласно (6) дает доверительную вероятность $R(P_\Sigma \ge 0{,}87) = R(P \ge 0{,}8) = 0{,}84$.

Из сравнения (6) и (7) вытекает, что минимальное число испытаний $n_{\Sigma\min}$, необходимое для обеспечения соответствующей доверительной вероятности $R(P_\Sigma \ge P_{\Sigma 1})$, достигается при реализации критерия вскрытия $P^*_\Sigma = n_\Sigma/n_\Sigma$ и оно согласно (6) составляет

$$n_{\Sigma\min} = \mathrm{int}(\ln(1 - R)/\ln P_{\Sigma 1}), \tag{8}$$

где $\mathrm{int}(x)$ – целая часть x.

Поскольку доля успешных попыток вскрытия объектов $P^*_\Sigma = n/n_\Sigma$ до начала испытаний (процедуры дешифрирования изображений) неизвестна, то определить априори требуемое число n_Σ этих попыток невозможно; по формуле (8) можно рассчитать лишь минимально необходимое их количество (оценку снизу). Поэтому можно рекомендовать рассчитывать значения R по (5) или (6) после каждого испытания или малой серии испытаний (актов дешифрирования) до тех пор, пока значение доверительной вероятности R не достигнет минимально приемлемого уровня.

Для снижения числа испытаний n_Σ при фиксированной доверительной вероятности R или увеличения доверительной вероятности R при фиксированном числе испытаний n_Σ целесообразно изменить (при оценке $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 1})$ – увеличить, при оценке $R(P_\Sigma \leq P_{\Sigma 1})$ – уменьшить) заданную дистанцию D_1 до объекта до такого значения D_2, чтобы ему отвечала вероятность вскрытия объекта, близкая к $P_{\Sigma 2} = 0{,}5$. Тогда, получив для этой новой дистанции D_2 достаточно высокое значение $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2})$, где аналогично (4)

$$P_{\Sigma 2} = P_{\text{у}} + (P_{\Sigma\text{о}} - P_{\text{у}})P_2, \qquad (9)$$

можно утверждать, что доверительная вероятность $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 1}) = R(P \geq P_1)$ для исходной, заданной дистанции D_1 до объекта столь же высока.

При этом фактические условия контроля (тепловой контраст объектов, метеоусловия), соответствующие дистанции D_2, в общем случае могут отличаться от нормированных, для которых, как правило, и требуется выполнение контроля вероятности вскрытия объектов, находящихся на дистанции D_1.

При $P_{\Sigma 2}$, близких к 0,5 (практически при $0{,}2 < P_{\Sigma 2} < 0{,}8$), и $n_\Sigma \geq 4$ для оценки доверительной вероятности $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2})$ можно пользоваться гауссовским приближением [3]

$$R = \frac{1}{2}[1 + \Phi(x)], \qquad (10)$$

$$x = \frac{n + 0{,}5 - P_{\Sigma 2}(1 + n_\Sigma)}{\sqrt{P_{\Sigma 2}(1 + n_\Sigma)(1 - P_{\Sigma 2})}},$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x \exp(-t^2/2)dt \approx \sqrt{1 - \exp(-0{,}63x^2)} \text{ –}$$

интеграл вероятности и его аппроксимация (для $x \geq 0$).

Очевидно, при неограниченном увеличении числа испытаний ($n_\Sigma \to \infty$) доверительная вероятность $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2})$ принимает значения

$$R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2}) = \begin{cases} 1 \text{ при } P^*_{\Sigma 2} > P_{\Sigma 2}, \\ 0 \text{ при } P^*_{\Sigma 2} < P_{\Sigma 2}. \end{cases}$$

Следовательно, если при этом оценка вероятности вскрытия превышает требуемый уровень, то теоретически с абсолютной уверенностью можно утверждать, что сама вероятность вскрытия также выше этого уровня.

Согласно [2] для вероятности вскрытия объектов P_i по их изображениям, соответствующей дистанции до объектов D_i, имеет место следующая эмпирическая формула:

$$P_i = 1 - \exp\left[-0{,}7\left(N_i/2C\right)^2\right], \qquad (11)$$

где $N_i = h/A_i,\ A_i = D_i\delta/2z_i,\ z_i = \nu_i\delta,\ i = \overline{1,2}.$

Здесь C – критерий Джонсона, отвечающий решаемой задаче вскрытия;

h – средний критический размер объектов,

A_i – разрешение на местности, или полупериод разрешаемой эквивалентной тепловой миры;

ν_i – угловая частота этой миры,

δ – эффективное значение элементарного поля зрения ТВП.

При этом значение относительной частоты миры z_i находится из температурно-частотной характеристики ТВП $E(z_i)$ в относительных единицах, общей для всех ТВП, которую (для $z_i \leq 0{,}75$) допустимо аппроксимировать простой формулой [2]

$$E(z_i) = 0{,}3\exp(3{,}7z_i^2 + 4{,}35z_i),$$

что дает

$$\begin{gathered} z_i = \min\left(0{,}75; 0{,}59\left(\sqrt{1 + 0{,}78\ln(m_i/0{,}3)} - 1\right)\right), \\ m_i = \left|\Delta T_{Ri}\right|\tau_{\text{a}i} r\alpha/\Delta T_i, \\ r = \sqrt{\frac{1 + \exp\left(-1/FT_{\text{гл}}\right)}{1 - \exp\left(-1/FT_{\text{гл}}\right)}},\ \alpha = \sqrt{\alpha_{\text{с}}\alpha_{\text{к}}}, \end{gathered} \qquad (12)$$

где ΔT_{Ri} – средняя разность радиационных температур объектов и фона, соответствующая условиям контроля с дистанции D_i;

ΔT_i – разность температур, эквивалентная шуму, для температуры фона T_i, соответствующая тем же условиям контроля;

$\tau_{\text{a}i}$ – коэффициент пропускания атмосферы на трассе длиной D_i,

r – коэффициент, учитывающий временное накопление визуальных сигналов в смежных кадрах ТВП;

F – частота кадров,

$T_{\text{гл}}$ – постоянная времени глаза,

m – отношение сигнал/шум,

$\alpha_{\text{с}}$ и $\alpha_{\text{к}}$ – число выборок на пиксел (элемент разложения) по строке и кадру соответственно.

При $z_i > 0{,}75$ имеем $E(z_i) \to \infty$.

Из (11), (12) вытекает, что соотношение между нижними границами P_1 и P_2 доверительных интервалов для вероятностей вскрытия объектов в нормированных и фактических условиях контроля имеет вид

$$P_2 = 1 - \left(1 - P_1\right)^{Q^2},$$

$$Q = \frac{D_1 E^{-1}(m_2)}{D_2 E^{-1}(m_1)} = \tag{13}$$

$$= \frac{D_1 \min(0{,}75;\, 0{,}59(\sqrt{1 + 0{,}78\ln(m_2/0{,}3)} - 1))}{D_2 \min(0{,}75;\, 0{,}59(\sqrt{1 + 0{,}78\ln(m_1/0{,}3)} - 1))}.$$

Рациональный выбор фактической дистанции контроля D_2 определяется двумя конкурирующими требованиями: с одной стороны, она должна быть достаточно малой для обеспечения соответствующей оценки вероятности вскрытия $P^*_{\Sigma 2}$, близкой к 1, а с другой – достаточно большой, чтобы нижняя граница доверительного интервала $P_{\Sigma 2}$ была близка к 0,5. Следовательно, строго говоря, эта дистанция априори не может быть установлена. Однако если есть основания предполагать, что соответствующая доверительная вероятность будет находиться в интервале $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2}) = 0{,}8$–$0{,}95$ (и такая вероятность действительно реализуется при контроле), то, как показывает анализ, при ограниченном числе испытаний она достигает слабовыраженного максимума при таком значении D_2, при котором отношение $Q = 0{,}6$–$0{,}8$. В частности, для высококонтрастных объектов, когда $m_i > 62$, эта дистанция, согласно (13), составляет $D_2 = D_1/Q \approx D_1/(0{,}6$–$0{,}8)$. На практике дистанцию контроля D_2 рекомендуется выбирать максимально большой, но такой, чтобы ей отвечала достаточно высокая (но не равная 1) оценка $P^*_{\Sigma 2}$.

Таким образом, оценку доверительной вероятности $R(P \geq P_1)$, являющуюся мерой достоверности результатов экспертного контроля вероятности вскрытия объектов в нормированных условиях, необходимо проводить в следующем порядке:

– для выбранной согласно изложенным рекомендациям фактической дистанции контроля D_2 установить число n успешных попыток дешифрирования (из общего количества n_Σ этих попыток) полученных изображений тест-объектов;

– определить для исходной (нормированные условия контроля) D_1 и скорректированной (фактические условия контроля) D_2 дистанции до объектов соответствующие значения коэффициентов пропускания атмосферы $\tau_{а1}$ и $\tau_{а2}$, разности температур, эквивалентных шуму, ΔT_1 и ΔT_2, а также среднего теплового контраста объектов ΔT_{R1} и ΔT_{R2};

– рассчитать по формуле (12) значения m_1 и m_2, по формуле (13) – значения Q и P_2 (для выбранного значения P_1) и далее, по формуле (9), – соответствующую нижнюю границу $P_{\Sigma 2}$ для вероятности P_Σ;

– вычислить по формуле (10) критериальную доверительную вероятность $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2})$.

При превышении этой вероятностью некоторого достаточно высокого уровня, обычно 0,8–0,95 (выбор этого уровня строго обоснован быть не может, он определяется исключительно из эвристических соображений – человеческого опыта, здравого смысла и интуиции [3]), можно с достаточной достоверностью утверждать, что вероятность вскрытия посредством ТВП данных объектов, расположенных на заданной дистанции D_1, в нормированных условиях имеет значение, не меньшее P_1, или, иначе говоря, что дальность действия ТВП в нормированных условиях, отвечающая заданной вероятности вскрытия объектов P_1, не меньше значения D_1.

Пример оценки достоверности контроля

Пусть для некоторого образца ТВП (спектральный рабочий диапазон 8–12 мкм, разность температур, эквивалентная шуму, определенная для нормированной температуры фона T_1 = 295 К, равна ΔT_1 = 0,1 К, частота кадров F = 25 Гц) требуется проконтролировать выполнение в нормированных условиях (температура воздуха $t_{в1}$ = 17 °С, метеорологическая дальность видимости $S_{м1}$ = 10 км, относительная влажность f_1 = 75%, средняя разность радиационных температур объектов и фона ΔT_{R1} = 1,5 К, требуемая вероятность вскрытия объектов по их изображениям P_1 = 0,8) дальности распознавания объектов D_1 = 3 км. Фактически же контроль проводится, например, в следующих условиях: T_2 = 280 К, $t_{в2}$ = 10 °С, $S_{м2}$ = 20 км, f_2 = 90%, ΔT_{R2} = 1 К; при этом число распознаваемых категорий объектов $n_о$ = 3, а число задействованных квалифицированных операторов в группе $n_д$ = 4.

Выбрав дистанцию контроля, например D_2 = 4 км, устанавливаем число успешных попыток распознавания объектов, например n = 11. Далее по методикам, изложенным, в частности в [2], рассчитываем значения $\tau_{a1} = 0,45$, $\tau_{a2} = 0,51$ и $\Delta T_2 = 0,12$ К, а по формуле (12) – (для типовой величины $T_{гл} = 0,1$ с) значения $m_1 = 15$ и $m_2 = 9,6$. Вычисляем по формуле (13) значения $Q = 0,68$ и $P_2 = 0,53$, по формуле (9) – значение $P_{\Sigma 2} = 0,69$ и, наконец, по формуле (10) – искомую доверительную вероятность $R(P_\Sigma \geq P_{\Sigma 2}) = 0,94$. Следовательно, с этой доверительной вероятностью можно утверждать, что вероятность распознавания по тепловизионным изображениям данных объектов, находящихся на дистанции 3 км, в нормированных условиях будет иметь значение, не меньшее $P_1 = 0,8$.

Как видно, по сравнению с прямым контролем вероятности распознавания объектов (без корректировки первоначальной дистанции до них, равной здесь 3 км) в нормированных условиях достоверность результатов контроля действительно повысилась – даже в том случае, если бы при прямом контроле все 12 попыток распознавания объектов были успешными: $0,94 > 0,84$ (см. предыдущий пример расчета доверительной вероятности).

Можно полагать, что полученные результаты будут полезны для рациональной организации контроля эффективности ТВП в натурных условиях.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rotman S., Gordon E., Kowalczyk M.* Modeling human search and target acquisition performance // Opt. Eng. 1989. V. 28. № 11. P. 1216–1222.
2. *Иванов В.П., Курт В.И., Овсянников В.А., Филиппов В.Л.* Моделирование и оценка современных тепловизионных приборов. Казань: Отечество, 2006. 595 с.
3. Справочник по вероятностным расчетам / Г.Г. Абезгауз, А.П.Тронь, Ю.Н. Копенкин, И.А. Коровина. М.: Воениздат, 1970. 536 с.
4. *Driggers R., Jacobs E., Vollmerhausen R., O'Cane B., Self M., Mouer S., Hixson J., Page G.* Current IR target acquisition approach for military sensor design and wargaming // Proc. SPIE. 2006. V. 6207. P. 620709-1–620709-17.
5. *Щукин А.Н.* Теория вероятностей и ее применение в инженерно-технических расчетах. М.: Сов. радио, 1974. 136 с.