

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

УДК 535.41

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ПОЛОСЫ РАВНОГО НАКЛОНА ПРИ БОЛЬШИХ УГЛАХ ПАДЕНИЯ

© 2009 г. Ю. Н. Захаров, канд. физ.-мат. наук; Н. В. Чалкова

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород

E-mail: zhrv@rf.unn.ru

Интерференция в тонких пленках, в том числе образование полос равного наклона, обычно рассматриваются для малых углов падения света. Однако в ряде случаев необходимо использовать большие углы падения лучей, когда замена синуса угла его аргументом неправомерна. В настоящей работе произведен точный расчет параметров интерференционной картины, образуемой при больших углах. При этом обнаруживается немонотонная зависимость расстояния между интерференционными полосами от угла падения. Кроме того, в работе получено выражение, связывающее расстояние между полосами с углом падения, длиной волны используемого источника света и толщиной образца, не ограниченное традиционным приближением и более точно описывающее полосы равного наклона. Экспериментальная проверка подтверждает полученные результаты.

Ключевые слова: интерференция, полосы равного наклона, угол падения.

Коды OCIS: 100.2650, 120.2650

Поступила в редакцию 24.07.2009

Введение

Интерференция в тонких пленках – явление хорошо известное как очевидная иллюстрация волновых свойств света. Его приложения имеют большое практическое значение, в частности для измерения и контроля толщины пленки, где используется ее связь с расстоянием между интерференционными полосами. Это соотношение приведено в любом курсе оптики. Совершенно ясно, что термин “тонкий” является историческим, и допустимые параметры пленки или пластиинки зависят от когерентности падающего света. Особым случаем, когда для образования интерференционной картины не требуется пространственной когерентности, а максимальная толщина образца определяется длиной когерентности используемого излучения, является интерференционная картина, локализованная в бесконечности – полосы равного наклона [1].

В этом случае оптическая разность хода между интерферирующими лучами в точке P (рис. 1) будет определяться как

$$\Delta l_0 = 2n'h \cos\Theta', \quad (1)$$

где n' – показатель преломления, а h – толщина пластиинки, n_1 , n_2 – показатели преломления среды со стороны источника света и с противоположной стороны пластиинки, Θ' – угол преломления.

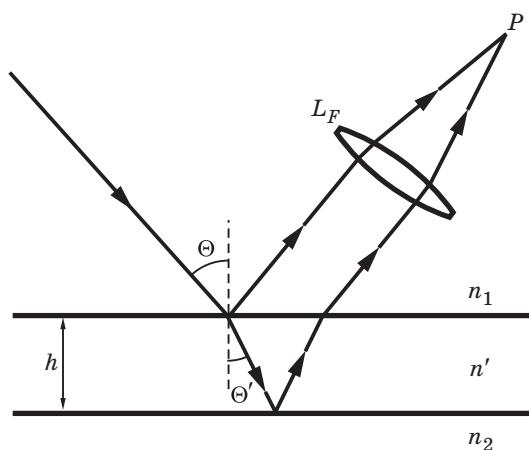


Рис. 1. Формирование интерференционных полос, локализованных в бесконечности.

Условие для образования светлой (или темной – в зависимости от соотношения показателей преломления n_1, n', n_2) полосы будет выглядеть следующим образом:

$$2n'h \cos \Theta' = m\lambda, \quad (2)$$

где m – целое число, λ – длина волны.

Для p -ой от центра полосы угол преломления Θ'_p определяется выражением

$$2n'h(1 - \cos \Theta'_p) = (p - 1 + e)\lambda, \quad (3)$$

здесь e – дробный порядок интерференции в центре.

Это уравнение не сложное, но неудобное, так как включает в себя угол преломления, а не угол падения, равный углу наблюдения. С помощью тригонометрических преобразований можно прийти к связи между номером полосы и углом падения в общем виде, но эта связь не получается в простом и наглядном выражении, видимо, поэтому окончательный результат приводится всегда в приближении малых углов падения. В этом случае

$$\Theta_p = \frac{1}{n_1} \sqrt{\frac{n'\lambda}{h}} \sqrt{p-1+e}. \quad (4)$$

Это хорошо известный результат пропорциональности углового масштаба интерференционной картины величине $(\lambda/h)^{1/2}$, а радиус интерференционной полосы пропорционален квадратному корню из ее номера. Обычно более удобно использовать расстояние между полосами $\Delta x_p = x_p - x_{p-1}$, где x_p и x_{p-1} – координаты соседних интерференционных полос в фокальной плоскости линзы L_F (рис. 1), формируемых лучами, падающими под углом Θ_p и углом Θ_{p-1} , F – фокусное расстояние этой линзы. Такое выражение

$$\Delta x_p = \frac{F}{n_1} \sqrt{\frac{\lambda n'}{h}} \frac{1}{\sqrt{p[1 + \sqrt{1 - 1/p}]}} \quad (5)$$

для $p \geq 3$ (но малых Θ_p) с 10% точностью может быть представлено в виде

$$\Delta x_p = \frac{F}{n_1} \sqrt{\frac{\lambda n'}{h}} \frac{1}{1.9\sqrt{p}}. \quad (6)$$

Обратим внимание на тот факт, что высказанное справедливо для больших отношений h/λ для того, чтобы выполнялась малость углов преломления, соответствующих условию образования хотя бы нескольких интерференционных

полос. Следовательно, и случай малой толщины пленки (сравнимой с длиной волны), и случай больших углов падения света требуют отдельного рассмотрения.

Интерференционная картина при произвольных углах падения

Интерференция в тонких пленках. При использовании монохроматического света для получения интерференционных полос равного наклона, образованных действительно тонкими (порядка длины волны) пленками, необходимы широкоугольное освещение и линзы с большой числовой апертурой, поскольку в соответствии с выражением (3) угловое расстояние между соседними интерференционными полосами велико, если соотношение $\lambda/n'h$ не является достаточно малым.

В этом случае не удается преобразовать общее выражение (3) в простую и удобную форму для определения толщины образца по положению интерференционных полос. Но в виде

$$4n'h(\sin^2 \Theta'_p/2) = (p - 1 + e)\lambda \quad (7)$$

оно может быть более удобно для вычисления угловых радиусов полос и их общего числа p_{\max} для данной толщины пластиинки. А именно, $p_{\max} = 2n'h/\lambda$. Поскольку для вычисления толщины по расстоянию между полосами с помощью формул (4) и (6) необходимы, по крайней мере, вторая и третья полосы малых угловых направлений, использование выражений (4–6) возможно при $h > 6\lambda$.

Возможное приближение для больших углов падения и наблюдения. Для некоторых способов измерений толщины или показателя преломления пленок необходимы большие углы падения световых лучей. Например, углы падения, близкие к углу Брюстера, находят применение при использовании поляризованного света. К тому же, часто удобство или технические возможности построения измерительных схем в тех или иных условиях приводят к использованию самых различных углов наблюдения интерференционной картины и, соответственно, углов падения света на объект, параметры или характеристики которого подлежат исследованию.

Анализ точного соотношения для угловых координат интерференционных полос (3) показывает, что тенденция уменьшения расстояния между полосами с увеличением их угловых координат сохраняется вплоть до углов падения, близких к одному радиану. В этом случае угловое

расстояние между интерференционными полосами становится малым по сравнению с углом падения. Запишем разность углового положения двух соседних полос как

$$4n'h \left(\sin^2 \frac{\Theta'_p}{2} - \sin^2 \frac{\Theta'_{p-1}}{2} \right) = \lambda \quad (8)$$

или

$$4n'h \left(\sin \frac{\Theta'_p}{2} + \sin \frac{\Theta'_{p-1}}{2} \right) \times \left(\sin \frac{\Theta'_p}{2} - \sin \frac{\Theta'_{p-1}}{2} \right) = \lambda. \quad (8')$$

Принимая во внимание, что

$$\Theta'_p - \Theta'_{p+1} = \Delta\Theta'_p \ll \Theta'_p,$$

$$\sin \frac{\Theta'_p + \Theta'_{p-1}}{2} \approx \sin \Theta'_p = \sin \Theta_p \frac{n_1}{n'},$$

и

$$\sin \frac{\Theta'_p - \Theta'_{p-1}}{2} \approx \Delta \frac{\Theta'_p}{2} \approx \Delta \frac{\Theta_p}{2} \frac{n_1}{n'},$$

уравнение (8') можно записать в следующем виде:

$$\sin \Theta_p \frac{\Delta\Theta_p}{2} \frac{n_1^2}{n'^2} = \frac{\lambda}{4n'h}. \quad (9)$$

Угловое расстояние между интерференционными полосами равно

$$\Delta\Theta_p = \frac{\lambda n'}{2n_1^2 h} \frac{1}{\sin \Theta_p}, \quad (10)$$

откуда линейное расстояние между полосами в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием F выразится как

$$\Delta x_p = \frac{n' \lambda F}{2n_1^2 h \sin \Theta_p}, \quad (11)$$

что представляет собой удобное выражение расстояния между интерференционными полосами в зависимости от угла падения θ , длины волны λ , толщины h и показателя преломления n' образца и показателя преломления среды перед пластиной n_1 . Поэтому оно может быть использовано для измерения любого из перечисленных параметров.

Следует отметить, что полученное соотношение и для малых углов падения является более точным, чем привычное соотношение (4), что подтверждается сравнением точного расчета

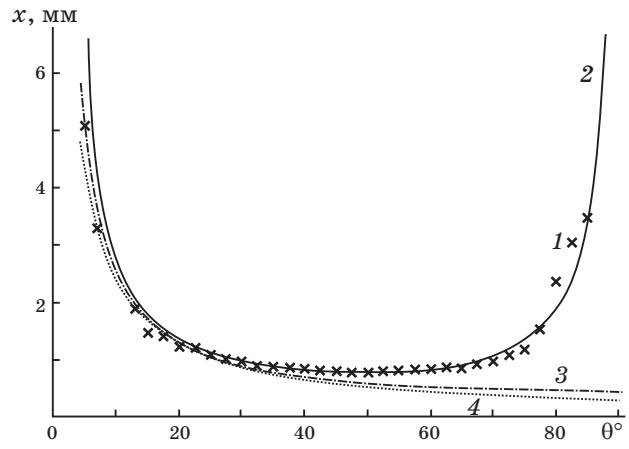


Рис. 2. Графики зависимостей расстояния между интерференционными полосами от угла падения. 1 – зависимость, полученная экспериментально, 2 – зависимость, рассчитанная по формуле (3), 3 – рассчитанная в приближении для больших углов (11), 4 – в приближении для малых углов (5).

при использовании формулы (3) с экспериментальными измерениями. На рис. 2 приведены зависимости расстояния между интерференционными полосами равного наклона от угла падения. Кривая 1 получена экспериментально при освещении стеклянной пластины толщиной 160 мкм гелий-неоновым лазером в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 150 мм. Кривые 2–4 отражают зависимости, полученные по результатам расчетов для данных параметров, исходя из выражения (3), описывающего условие образования интерференционных полос точным образом, в приближении больших углов по формуле (11) и в приближении малых углов (5).

Как видим, немонотонная зависимость расстояния между полосами от угла падения, следующая из выражения (3), подтверждается экспериментально. Для углов падения света, превышающих один радиан, как и для малых углов, наблюдается увеличение расстояния между интерференционными максимумами. Поэтому в случае скользящего падения нельзя использовать приближенные выражения. Представленная в данной работе формула (11) для линейного расстояния между интерференционными полосами является более точным выражением по сравнению с классическим, описывающим связь угла падения, длины волны, толщины пластины и показателя преломления с видом

интерференционной картины. Это справедливо и для малых угловых радиусов интерференционных полос и тем более для углов, не удовлетворяющих условию малости. К сожалению, данное приближение, как и его классический аналог, неверно описывает вид интерференционной картины при скользящем падении света, хотя следует отметить, что углы падения света, приближающиеся к 90° , неудобны для проведения измерений и используются редко.

Заключение

В данной работе рассмотрены особенности формирования интерференционных полос равного наклона (локализованных “в бесконечности”) при двулучевой интерференции. Авторы обратили внимание на условия и пределы применимости классического описания, а также расширили его для условий, не рассматриваемых в классических источниках. Использование условия малости разности угловых расстояний между полосами по сравнению с углами падения позволило получить приближенное выражение для вида интерференционной картины, лучше соответствующее действительности. Приведен-

ный в статье вывод этой формулы, несомненно, не является единственным возможным. Например, при тех же условиях выражение (2) можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться его первыми членами, получив угловое положение интерференционных полос в зависимости от угла преломления. Для представления результата в зависимости от угла падения и в этом случае, после разложения в ряд необходимо провести тригонометрические преобразования для возможности перехода от углов преломления к углам падения с помощью формулы Снеллиуса.

Кроме чисто академического интереса исследования интерференции в более общем случае, результаты работы имеют и прикладное значение, так как дают удобную формулу для расчета толщины пленок по интерференционным измерениям при больших углах падения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 08-04-97-109 и гранта Минобрнауки России № 2.1.1/6223.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.