

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ И ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫПУКЛОСТИ ОБЪЕКТОВ НА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

© 2010 г. П. А. Меденников, канд. техн. наук

Научно-исследовательский институт комплексных испытаний оптико-электронных приборов и систем, г. Сосновый Бор, Ленинградская обл.

E-mail: contact@niiki.ru

Представлен алгоритм построения выпуклой оболочки объекта, основанный на анализе производной цепного кода его границы. Процесс построения заключается в переборе граничных точек с положительным значением производной, удовлетворяющих предлагаемому условию выпуклости. Такие точки определяют вершины замкнутого полигона, который и является выпуклой оболочкой объекта. Предлагается способ оценки числа дыр и коэффициента выпуклости, основанного на отношении периметров объекта и его выпуклой оболочки.

Ключевые слова: характеристики формы, выпуклая оболочка, цепной код.

Коды OCIS: 100.5010

Поступила в редакцию 08.10.2009

Одним из важнейших геометрических свойств формы плоской фигуры является свойство выпуклости. Фигура считается выпуклой, если любой отрезок, концы которого принадлежат границе фигуры, обладает свойством хорды, т. е. полностью принадлежит этой фигуре. Выпуклой оболочкой фигуры является наименьший объект, содержащий в себе данную фигуру и обладающий свойством выпуклости. Если фигура выпукла, то она полностью совпадает со своей выпуклой оболочкой. Характеристики выпуклости показывают, насколько фигура отличается от своей выпуклой оболочки.

Приведенное выше определение выпуклости идеально подходит для непрерывных объектов в классической евклидовой геометрии. В случае дискретных объектов чаще всего пользуются процедурным подходом к определению выпуклого объекта, исходя из метода построения его выпуклой оболочки [1]. Примеры методов построения выпуклой оболочки дискретного объекта и оценки характеристик выпуклости можно найти в работах [1–5]. Наиболее простой метод построения выпуклой оболочки описывается в работе [1]. Этот метод основан на морфологических операторах, требует очень небольших вычислительных затрат, но получаемая в результате его работы выпуклая фигура чаще всего достаточно далека от минимально возможной, вследствие чего выпуклой оболочкой может считаться весьма условно. Оригинальный метод

определения выпуклости предложен в работе [2]. В ней для каждой пары граничных точек проверяется условие выпуклости, суть которого состоит в следующем. Строится дополнение текущей фигуры путем ее поворота на 180° и совмещение первой точки фигуры с образом второй точки ее дополнения, а второй точки – с образом первой. Если в объединении фигуры и ее дополнения присутствуют дыры, то фигура не выпукла. Описанный метод весьма трудоемок, при этом собственно выпуклая оболочка не строится. Однако можно оценить дефицит выпуклости как суммарную площадь дыр в объединении фигуры и ее дополнения, максимальную для всех пар граничных точек. Наконец, в работах [3–5] делаются попытки приблизиться к классическому определению выпуклости, т. е. для любой пары граничных точек цифрового объекта проверяется принадлежность соединяющего их отрезка данному объекту. Такая процедура является наиболее трудоемкой частью проверки.

В данной работе предлагается алгоритм построения выпуклой оболочки, в котором такая проверка несложна и не требует объемных вычислительных затрат. Выпуклая оболочка строится как замкнутый полигон, вершины которого выбираются из списка граничных точек, имеющих положительную производную цепного кода и удовлетворяющих критерию выпуклости. Суть этого критерия в выполнении одного из условий: первое значение производной цепного кода

больше единицы, второе значение производной цепного кода равно единице и существует сосед с положительным значением производной цепного кода в одном из направлений обхода границы (прямом или обратном), при этом соседи с нулевым значением производной игнорируются. Вершины построенного таким образом полигона назовем узлами выпуклости.

Также в работе предлагается способ оценки характеристики выпуклости, рассчитываемой как отношение периметра выпуклой оболочки к периметру объекта. При этом границы объекта аппроксимируются полигоном, состоящим из узлов выпуклости и узлов вогнутости. Узлы вогнутости строятся по такому же принципу, что и узлы выпуклости, только в правилах определения узла положительная производная цепного кода заменяется на отрицательную.

Сокращение вычислений достигается за счет двух моментов. Во-первых, количество операций пропорционально числу граничных точек, а не

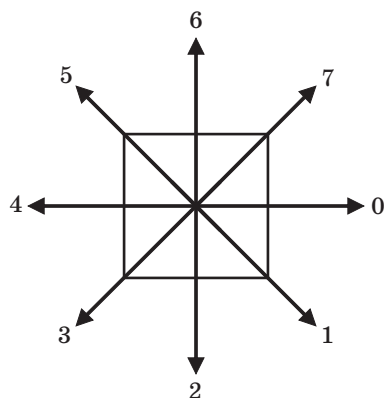


Рис. 1. Направления цепного кодирования.

количеству их пар. Во-вторых, тестирование принадлежности хорды, соединяющей пару граничных точек, объекту более трудоемкая процедура, чем поиск ближайшего соседа, имеющего не нулевую производную цепного кода.

Теперь приступим к собственно описанию представляемых алгоритмов построения цепного кода и оценки коэффициента выпуклости.

Исходным данным для них является цепной код границы объекта, для которого строится выпуклая оболочка и оцениваются характеристики выпуклости. Цепное кодирование является известным способом представления границы дискретного объекта [1, 6–8]. Цепной код строится в результате прослеживания границы объекта и представляет собой последовательность дискретных направлений при переходе от одной точки к другой. В данной работе направления нумеруются числами от 0 до 7, начиная с горизонтального в направлении по часовой стрелке, как это показано на рис. 1. Производная цепного кода отражает изменение текущего направления прослеживания границы относительно предыдущего. Значения производной цепного кода лежат в диапазоне от 2 до 4. При этом положительные значения производной цепного кода говорят об изменении направления прослеживания границы в сторону движения часовой стрелки. В качестве стартовой точки прослеживания выберем из граничных точек объекта самую левую точку самой верхней строки цифрового изображения. Пример построения цепного кода и его производной для границы некоторого цифрового объекта иллюстрируется рис. 2а и 2б соответственно. Там же светло-серым заполнением выделены узлы выпуклости и вогнутости.

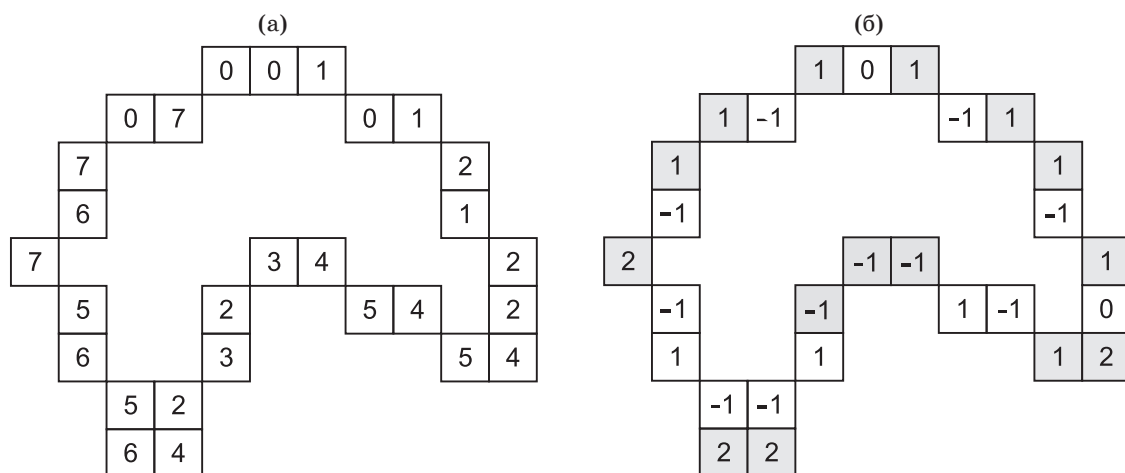


Рис. 2. Цепной код (а) и его производная (б) для некоторого цифрового объекта. Светло-серым заполнением выделены узлы выпуклости и вогнутости.

Алгоритм выделения узлов выпуклости и вогнутости весьма прост:

- узлом выпуклости является граничная точка, значение производной цепного кода которой больше единицы (для узлов вогнутости – меньше минус единицы),

- узлом выпуклости является граничная точка, значение производной цепного кода которой равно единице (для узлов вогнутости – минус единице), и при этом при прослеживании границы в одном из направлений ближайшая точка с не нулевым значением производной имеет такой же знак.

Выпуклая оболочка будет представлять собой замкнутый полигон, в список вершин которого на первом этапе заносятся все узлы выпуклости $V_{cnu} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$. Если у объекта нет узлов вогнутости, то на этом построение выпуклой оболочки завершается.

Если среди граничных точек объекта есть узлы вогнутости, то для построения выпуклой оболочки потребуется еще один этап. На этом этапе тестируется каждый узел выпуклости, ближайший в любом из направлений обхода границы к узлу вогнутости. Этот тест на выпуклость заключается в проверке значения угла между векторами, соединяющими предыдущую точку с данной и данную точку с последующей в списке V_{cnu} . Если значение этого угла превышает 180° , то точка исключается из списка V_{cnu} . Формально тест выпуклости задается следующим соотношением:

$$h(v_i) = \begin{cases} true, & \text{если } \alpha_i - \alpha_{i+1} \geq 0 \\ false, & \text{иначе} \end{cases},$$

$$\alpha_i = \arctg \left(\frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right), \quad (1)$$

где x_i, y_i – координаты узла v_i .

На рис. 3б показана выпуклая оболочка некоторого цифрового объекта. Жирной рамкой выделен узел выпуклости, который должен быть удален из выпуклой оболочки объекта, поскольку он не удовлетворяет условию выпуклости (1).

Часто в алгоритмах анализа формы цифровых объектов требуется оценить характеристику выпуклости цифрового объекта, т. е. степень близости объекта и его выпуклой оболочки. Одной из основных характеристик выпуклости можно считать коэффициент выпуклости K_{cnu} , рассчитываемый как отношение площадей объекта и его выпуклой оболочки. При этом для выпуклых объектов $K_{cnu} = 1$, а при увеличении дефицита выпуклости (относительной разницы площадей объекта и его выпуклой оболочки) значение K_{cnu} уменьшается.

В данной работе для простоты расчетов коэффициент выпуклости предлагается рассчитывать как отношение периметра $P(V_{cnu})$ выпуклой оболочки и периметра $P(V_{all})$ аппроксимации объекта, составленной из всех узлов выпуклости и вогнутости

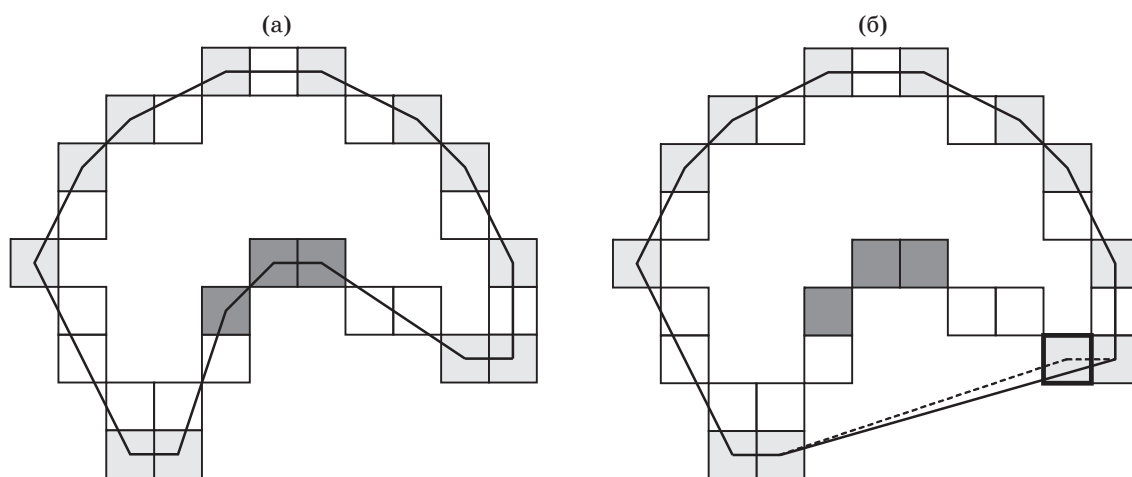


Рис. 3. Аппроксимация некоторого цифрового объекта полигоном, составленным из узлов выпуклости (светло-серое заполнение) и вогнутости (темно-серое заполнение) – а и выпуклая оболочка этого объекта – б. Жирной линией выделен узел выпуклости, который исключен из выпуклой оболочки как не удовлетворяющий условию выпуклости, задаваемому выражением (1).

$$K_{env} = \frac{P(V_{env})}{P(V_{all})}, \quad (2)$$

где периметр некоторого полигона V , состоящего из N вершин, оценивается как сумма евклидовых расстояний d между соседними вершинами

$$P(V) = \sum_{i=1}^N d(v_i, v_{i+1}). \quad (3)$$

В формуле (3) $v_{N+1} = v_1$.

На рис. 3 приведены аппроксимация цифрового объекта и построенная в соответствии с описанным алгоритмом выпуклая оболочка. Значение коэффициента выпуклости для этого объекта, рассчитанное по соотношению (2), равно 0,908.

Другой известной характеристикой выпуклости является число дыр N_{env} — связанных областей в пересечении объекта и его выпуклой оболочки. Подсчитать это число можно, сравнивая два списка V_{env} и V_{all} . Фактически список V_{all} представляет собой список V_{env} , в разрывы которого вставлены узлы вогнутости и узлы выпуклости, не удовлетворяющие условию (1). Количество таких разрывов и определит значение N_{env} . Для объекта, изображенного на рис. 3, количество дыр равно 1.

Таким образом, в данной работе представлены вычислительно эффективный алгоритм построе-

ния выпуклой оболочки цифрового объекта и алгоритм оценки характеристик выпуклости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
2. Kovalevsky V. Discrete topology and contour definition // Pattern Recognition Letters. 1984. V. 2. № 2. P. 281–288.
3. Kim C.E. Digital convexity, straightness lines and convex polygons // IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence. 1982. V. 4. № 3. P. 618–626.
4. Sclansky J. Measuring concavity on rectangular mosaic // IEEE Trans. Computers. 1972. V. 21. № 12. P. 1355–1364.
5. Rosenfeld A. Digital straight line segment // IEEE Trans. Computers. 1974. V. 23. № 12. P. 1264–1269.
6. Премм У.К. Цифровая обработка изображений. Пер. с англ. М.: Мир, 1982. Т. 2. 478 с.
7. Дуда Р., Харп П. Распознавание образов и анализ сцен. Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 511 с.
8. Freeman H. On the encoding of arbitrary geometric configurations // IEEE Trans. EC-10. 1961. № 5. P. 260–268.
9. Freeman H. Computer processing of line drawing images // ACM Computer surveys. 1974. V. 6. № 1. P. 57–97.