

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-СПЕКТРАЛЬНОЕ ИНВАРИАНТНОЕ К СДВИГУ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К МЕТОДУ ФУРЬЕ–МЕЛЛИНА

© 2010 г. А. С. Потапов*, доктор техн. наук; А. Н. Аверкин**

* НПК “Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова”, Санкт-Петербург

** Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: pas.aicv@gmail.com

В работе предложено новое инвариантное к сдвигу представление изображений, в основу которого положена операция дифференцирования фазового компонента спектра вместо традиционно используемой операции по полному исключению фазовой информации. Новое представление применено для модификации метода Фурье–Меллина, предназначенного для сопоставления изображений в присутствии взаимного геометрического преобразования из группы подобия. На выборке пар аэрокосмических изображений установлена более высокая надежность сопоставления изображений новым методом, благодаря сохранению в нем значимой информации об изображении, содержащейся в фазовом компоненте спектра.

Ключевые слова: обработка изображений, инвариантные признаки, преобразование Фурье.

Коды OCIS: 100.5760.

Поступила в редакцию 07.09.2009.

Введение

Инвариантность методов анализа изображений по отношению к условиям съемки является одной из ключевых их характеристик. Наиболее изученными являются геометрические инварианты, необходимость введения которых связана с изменением ракурса съемки. В случае плоских сцен смена ракурса приводит к проективному преобразованию изображения, хотя чаще ограничиваются рассмотрением аффинного преобразования, возникающего при съемке сцен, удаленных на значительное расстояние, и являющегося линейным.

Для изображений трехмерных сцен построение инвариантного представления затруднительно в связи с тем, что в этом случае геометрическое преобразование изображения не описывается единым глобальным преобразованием. Для подобных сцен обычно рассматриваются инвариантные представления окрестностей ключевых точек, также подверженных аффинному преобразованию.

Инвариантные представления изображений можно разделить на полные и неполные. Полны-

ми представлениями могут быть названы представления, которые допускают восстановление исходного изображения с точностью до преобразования (например аффинного), по отношению к которому выполняется свойство инвариантности. В случае неполных представлений изображений происходит дополнительная потеря информации.

Как правило, полные представления изображений строятся с использованием различного рода нормализаций. Например, в случае преобразования сдвига изображения проводится оценка его центра масс, в который устанавливается начало координат, что обеспечивает неизменность нормализованного изображения в случае сдвига. Выполнение нормализации изображений с использованием моментов второго порядка позволяет добиться аффинной инвариантности их представления. Подобная нормализация может использоваться как для инвариантного представления целых изображений или контуров [1], так и при построении системы локальных инвариантных признаков [2].

Недостатками такого подхода могут быть низкая помехоустойчивость и высокая чувствитель-

ность к различным факторам. Например, смещенные изображения из-за своей ограниченности в пространстве перекрываются лишь частично, в связи с чем при вычислении центра масс усреднение будет проводиться по разным областям, что даст систематическую ошибку при выборе начала координат. Таким образом, нормализованные изображения попиксельно друг другу не соответствуют.

При построении неполных инвариантных представлений большее внимание уделяется устойчивости отдельных элементов представления (признаков) к шумам и прочим мешающим факторам. При этом неполнота представления связана с частичной потерей информации о содержании изображения. Классическим неполным представлением, инвариантным к сдвигу, является амплитудный спектр изображения. Естественно, амплитуды гармоник изображения также будут различаться для неполностью перекрывающихся смещенных изображений.

Амплитуды соответствующих гармоник могут сравниваться непосредственно, в отличие от яркостей пикселей нормализованных изображений. Амплитудный спектр является основой преобразования Фурье–Меллина, обеспечивающего инвариантность к группе подобия. Несмотря на ограниченность группы преобразования по сравнению с подходом на основе нормализации изображения, которая может обеспечить инвариантность к полной группе проективных преобразований [3], для преобразования Фурье–Меллина по сей день существуют важные приложения как в задачах совмещения целых изображений [4], так и в задачах построения системы локальных инвариантных признаков [5].

В данной работе мы предлагаем новое дифференциально-спектральное представление изображений как основу полного инвариантного представления, не использующего нормализацию изображений, т. е. обладающего робастностью, сопоставимой с робастностью неполных представлений. Разработанное представление использовано для модификации метода Фурье–Меллина. Экспериментальная проверка проведена на примере задачи сопоставления изображений, подверженных взаимному про-

странственному преобразованию подобия. Ее результаты показывают более высокую эффективность метода дифференциального спектра по сравнению с методом Фурье–Меллина.

Дифференциально-спектральное представление

Пусть дано изображение $f(x, y)$. Рассмотрим спектр изображения в непрерывном случае

$$F(\omega_x, \omega_y) = \iint f(x, y) e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy.$$

Спектр смещенного изображения $f'(x, y) = f(x - \Delta x, y - \Delta y)$ может быть выражен в виде

$$\begin{aligned} F'(\omega_x, \omega_y) &= \iint f'(x, y) e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy = \\ &= \iint f(x - \Delta x, y - \Delta y) e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy = \\ &= \iint f(x, y) e^{-i(\omega_x (x + \Delta x) + \omega_y (y + \Delta y))} dx dy = \\ &= F(\omega_x, \omega_y) e^{-i(\omega_x \Delta x + \omega_y \Delta y)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Отсюда очевидно равенство $|F'(\omega_x, \omega_y)| = |F(\omega_x, \omega_y)|$, что и делает модуль спектра удобным в качестве основы инвариантного представления изображений, в котором, однако, теряется половина информации, содержащейся в исходном изображении. Посмотрим, можно ли добиться инвариантности к сдвигу, сохранив фазовую информацию.

Из уравнения (1) видно, что смещение изображения приводит к сдвигу фазы гармоник, пропорциональному их частоте и неизвестной величине смещения. Запишем спектр изображения в терминах амплитудной и фазовой составляющих

$$F(\omega_x, \omega_y) = A(\omega_x, \omega_y) e^{i\varphi(\omega_x, \omega_y)}.$$

Для смещенного изображения имеем

$$A'(\omega_x, \omega_y) = A(\omega_x, \omega_y)$$

$$\text{и } \varphi'(\omega_x, \omega_y) = \varphi(\omega_x, \omega_y) - \omega_x \Delta x - \omega_y \Delta y.$$

Очевидно, все частные производные второго порядка фазы по ω_x и ω_y будут инвариантны к сдвигу изображения. Иными словами, матрицы Гесса для фаз исходного и сдвинутого изображения равны

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \varphi'(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_x^2} & \frac{\partial^2 \varphi'(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_x \partial \omega_y} \\ \frac{\partial^2 \varphi'(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_y \partial \omega_x} & \frac{\partial^2 \varphi'(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_y^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \varphi(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_x^2} & \frac{\partial^2 \varphi(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_x \partial \omega_y} \\ \frac{\partial^2 \varphi(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_y \partial \omega_x} & \frac{\partial^2 \varphi(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_y^2} \end{pmatrix}.$$

Любая из вторых производных фазы может быть соединена с неизменной амплитудной информацией для получения полного инвариантного к сдвигу представления изображения, например, в форме

$$F_{\text{Invar}_1}(\omega_x, \omega_y) = A(\omega_x, \omega_y) \exp \left[i \frac{\partial^2 \varphi(\omega_x, \omega_y)}{\partial \omega_x \partial \omega_y} \right]. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_x} \Psi'(\omega_x, \omega_y) &= i \left(\frac{\partial}{\partial \omega_x} \varphi(\omega_x, \omega_y) - \Delta x \right) \exp \left[i \left(\varphi(\omega_x, \omega_y) - \omega_x \Delta x - \omega_y \Delta y \right) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \Psi'^*(\omega_x, \omega_y) \frac{\partial}{\partial \omega_x} \Psi'(\omega_x, \omega_y) &= i \left(\frac{\partial}{\partial \omega_x} \varphi(\omega_x, \omega_y) - \Delta x \right) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \omega_x} \left[\Psi'^*(\omega_x, \omega_y) \frac{\partial}{\partial \omega_x} \Psi'(\omega_x, \omega_y) \right] = i \frac{\partial^2}{\partial \omega_x^2} \varphi(\omega_x, \omega_y), \end{aligned}$$

где знак * означает комплексное сопряжение. Теперь несложно убедиться, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_x} \left[\Psi'^*(\omega_x, \omega_y) \frac{\partial}{\partial \omega_x} \Psi'(\omega_x, \omega_y) \right] &= \\ = \frac{\partial}{\partial \omega_x} \left[\Psi^*(\omega_x, \omega_y) \frac{\partial}{\partial \omega_x} \Psi(\omega_x, \omega_y) \right], \end{aligned}$$

причем дифференцирование по ω_x может быть заменено на дифференцирование по ω_y . Инвариантное представление может принять вид

$$\begin{aligned} F_{\text{Invar}_2}(\omega_x, \omega_y) &= \\ = A(\omega_x, \omega_y) \frac{\partial}{\partial \omega_x} \left[\Psi^*(\omega_x, \omega_y) \frac{\partial}{\partial \omega_x} \Psi(\omega_x, \omega_y) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Инвариантность может быть достигнута и без явного извлечения значений фаз. Рассмотрим фазовый компонент спектра, представленный в виде $\Psi(\omega_x, \omega_y) = \exp(i\varphi(\omega_x, \omega_y))$. Для смещенного изображения имеем $\Psi'(\omega_x, \omega_y) = \exp[i(\varphi(\omega_x, \omega_y) - \omega_x \Delta x - \omega_y \Delta y)]$. После дифференцирования по ω_x получим

Использование дифференциально-спектрального представления вида (3) может быть удобнее тем, что не требует вычисления фазы в явном виде с помощью функции арктангенса, что для ряда приложений может оказаться слишком ресурсоемким.

В отличие от амплитудно-спектрального представления в предложенных дифференциально-спектральных представлениях фазовая информация сохраняется с точностью до двух постоянных слагаемых, эквивалентных сдвигу центра масс. Иными словами, данные представления являются полными.

Несложно убедиться, что и в дискретном случае данный подход применим. Пусть спектры исходного и сдвинутого изображений получают путем дискретного преобразования Фурье

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp \left[-i \frac{2\pi}{N} (ux + vy) \right], \\ F'(u, v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x - \Delta x, y - \Delta y) \exp \left[-i \frac{2\pi}{N} (ux + vy) \right]. \end{aligned}$$

Пренебрегая неполным перекрытием изображений, можно получить

$$\begin{aligned} F'(u, v) &= F(u, v) \exp \left[-i \frac{2\pi}{N} (u\Delta x + v\Delta y) \right] \\ \text{или } \varphi'(u, v) &= \varphi(u, v) - \frac{2\pi}{N} (u\Delta x + v\Delta y). \end{aligned}$$

При этом дифференцирование заменяется конечной разностью. Например

$$\begin{aligned} \varphi'(u+1, v) - \varphi'(u, v) &= \varphi(u+1, v) - \varphi(u, v) - \frac{2\pi}{N} \Delta x, \\ [\varphi'(u+1, v+1) - \varphi'(u, v+1)] - \\ - [\varphi'(u+1, v) - \varphi'(u, v)] &= \\ = [\varphi(u+1, v+1) - \varphi(u, v+1)] - \\ - [\varphi(u+1, v) - \varphi(u, v)]. \end{aligned}$$

Аналогичный результат можно получить и для всех других способов дифференцирования фазо-

вой составляющей. Эксперименты показывают, что лучший результат достигается при вычислении разности фаз именно соседних гармоник.

Модификация преобразования Фурье–Меллина

Хорошо известное преобразование Фурье–Меллина состоит из перечисленных далее основных шагов.

1. Вычисление амплитуды спектра изображения $A(u, v)$. Как указывалось выше, амплитуды пространственных гармоник инвариантны к сдвигу изображения. При этом масштабирование и поворот изображения приводят к масштабированию и повороту спектра. Необходимо отметить, что при построении спектра следует применять дополнительные приемы, позволяющие, в частности, устранить “эффект края” или наложения частот (см., например, [6]). В противном случае качество работы корреляционных методов может значительно понижаться.

2. Перевод амплитудного спектра в полярно-логарифмическую систему координат $A(\rho, \theta)$:

$$\rho = \ln(u^2 + v^2), \theta = \arctg \frac{v}{u}.$$

Поворот и масштабирование в декартовой системе координат соответствуют сдвигам в полярно-логарифмической системе координат.

3. Далее при решении задачи совмещения изображений корреляционно находится смещение преобразованных спектров двух изображений $A(\rho, \theta)$ и $A'(\rho, \theta)$, что дает информацию об их взаимном вращении и масштабе, после компенсации которых корреляционно может быть оценено смещение. При создании инвариантного представления изображений к функции $A(\rho, \theta)$ повторно применяется дискретное преобразование Фурье с вычислением амплитуды гармоник. Несложно видеть, что результат будет инвариантен к преобразованиям подобия.

В настоящей работе предлагается модификация преобразования Фурье–Меллина, в которой операция вычисления амплитудного спектра заменяется одной из операций дифференцирования спектров (2), (3). В результате можно получить

– дифференциально-спектральное представление изображений, инвариантное к группе подобия, которое может быть использовано в задачах распознавания и отождествления ключевых точек;

– метод дифференциального спектра для совмещения изображений.

Сравнение метода дифференциального спектра и метода Фурье–Меллина

Рассмотрим результаты сравнения метода Фурье–Меллина и метода дифференциального спектра на примере задачи сопоставления изображений. На рис. 1 приведены пара изображений и кросскорреляционные поля (для полярно-логарифмических координат), полученные с помощью двух указанных методов. При этом положение глобального кросскорреляционного максимума для метода Фурье–Меллина соответствует взаимному масштабу $a = 0,92$ и углу вращения $\alpha = -154,2^\circ$, а для метода дифференциального спектра – $a = 0,92$ и $\alpha = 24,8^\circ$ в случае первого представления и $a = 0,91$ и $\alpha = 24,7^\circ$ в случае второго представления при истинных значениях $a = 0,92$ и $\alpha = 25,6^\circ$. Как видно, хотя кросскорреляционные поля 1в и 1г имеют сходный вид, в новом методе максимумы выделяются более контрастно и между ними происходит перераспределение энергии.

На рис. 2 приведено несколько изображений из выборки, с использованием которой производилось тестирование. В таблице приведены положения корреляционных максимумов для двух методов, а также истинные значения взаимного угла поворота α и масштаба a .

Результаты работы методов на парах изображений (рис. 2)

Пара изображения	Истинное преобразование	Преобразование, найденное методом Фурье–Меллина	Преобразование, найденное методом дифференциального спектра (1-е представление)
а	$\alpha = -30,1^\circ, a = 1,03$	$\alpha = -30,9^\circ, a = 1,00$	$\alpha = -32,6^\circ, a = 1,04$
б	$\alpha = -139,5^\circ, a = 1,11$	$\alpha = -140,1^\circ, a = 1,14$	$\alpha = -139,8^\circ, a = 1,15$
в	$\alpha = -1,7^\circ, a = 0,70$	$\alpha = 179,9^\circ, a = 0,71$	$\alpha = -0,6^\circ, a = 0,71$
г	$\alpha = 3,1^\circ, a = 0,98$	$\alpha = -174,8^\circ, a = 0,97$	$\alpha = 4,6^\circ, a = 0,97$

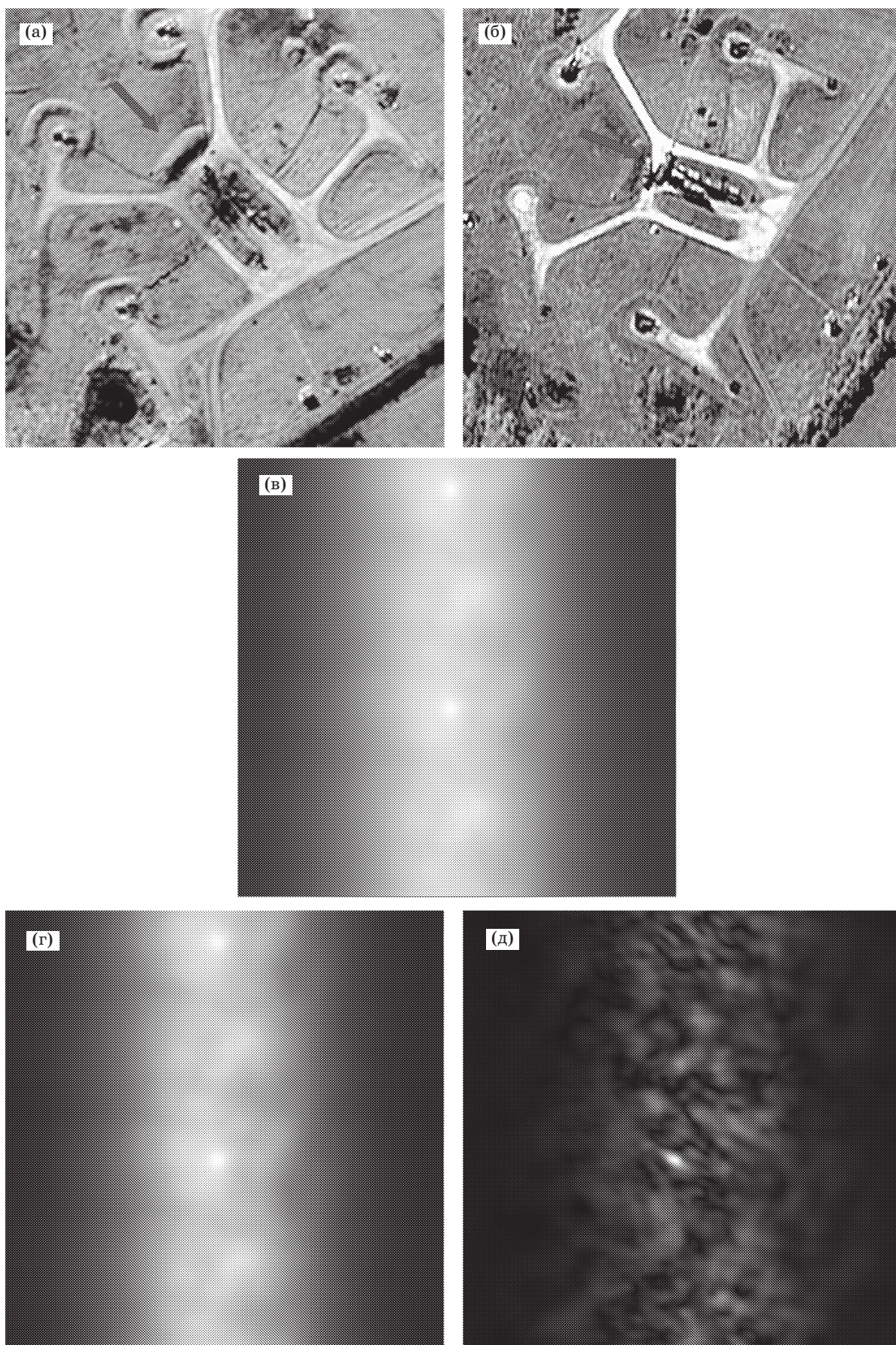
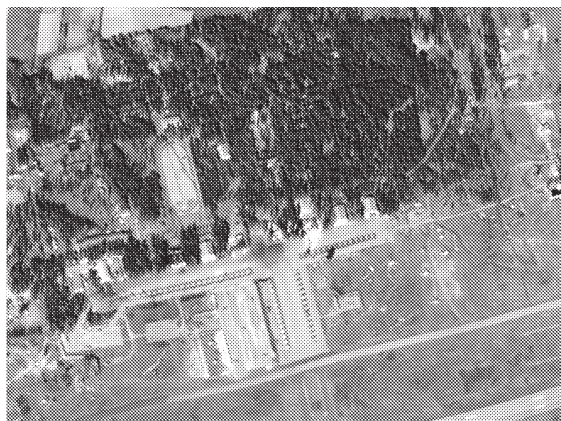


Рис. 1. Пара изображений (а, б) и кросскорреляционные поля для метода Фурье-Меллина (в) и метода дифференциального спектра в случае первого (г) и второго (д) представлений.

(a)



(б)



(в)



(г)

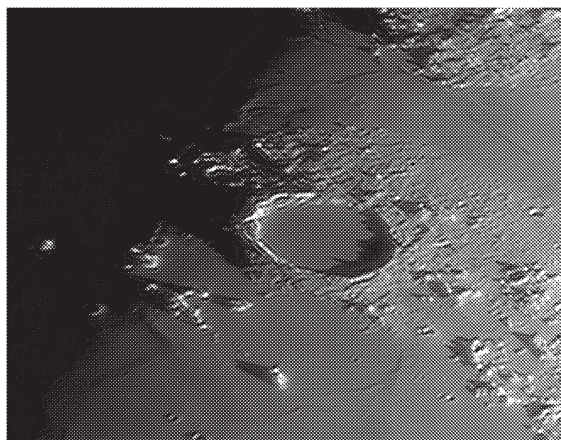


Рис. 2. Примеры пар изображений, взаимное пространственное преобразование между которыми относится к группе подобия.

Второе дифференциально-спектральное представление вида (3) также работоспособно. Однако результаты сопоставления, полученные с его помощью, оказались несколько хуже, чем полученные с помощью представления вида (2). При этом результаты работы данного метода зависят от выбора переменных дифференцирования.

Как видно из таблицы, метод Фурье–Меллина значительно чаще “ошибается” на 180° . Этот негативный эффект при практическом применении данного метода может быть компенсирован дополнительными приемами, но и при их использовании новый метод дифференциального спектра показывает более высокую надежность.

Заключение

В данной работе предложена замена стандартного приема, позволяющего получить инвариантное к сдвигу представление изображений за счет исключения фазовой информации в спектре изображения. Вместо этого приема предложены два способа дифференцирования фазового компонента спектра, что позволяет избежать потери большого количества информации об изображении. По сути, новое представление обладает полнотой, свойственной представлениям, основанным на процедуре нормализации изображения. При этом оно не является столь чувствительным к ошибкам, возникающим при оценивании малого числа параметров нормализации (например положения центра масс изображения) в случае геометрических преобразований изображений при конечной апертуре. Последнее положение требует, однако, более детальной проверки.

Предложенное дифференциально-спектральное представление применено в целях модификации метода Фурье–Меллина, в традиционной реализации которого одним из шагов является вычисление амплитуды спектра изображения.

Экспериментальная проверка показала сохранение свойства инвариантности дифференциально-спектрального представления. При этом новый метод дифференциального спектра оказывается более эффективным, чем метод Фурье–Меллина, благодаря отсутствию потери важной фазовой информации.

Основным ограничением предложенного метода является то, что в нем инвариантность достигается только по отношению к геометрическим преобразованиям, причем относящимся к достаточно узкой группе – группе подобия. Тем не менее, данный метод может заменить метод Фурье–Меллина, по-прежнему использующийся в ряде приложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корнилов В.Ю. Аффинно-инвариантное представление изображения и контура // Автометрия. 1999. № 5. С. 60–61.
2. Baumberg A. Reliable feature matching across widely separated views // Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. Hilton Head Island, SC, USA, 2000. V. 1. P. 774–781.
3. Луцив В.Р. Метод итеративной компенсации проактивных искажений изображений // Оптический журнал. 2009. Т. 79. № 7. С. 53–60.
4. Goecke R., Asthana A., Pettersson N., Petersson L. Visual vehicle egomotion estimation using the Fourier–Mellin transform // IEEE Trans. Intelligent Vehicles Symposium. Istanbul, Turkey, 2007. P. 450–455.
5. Аверкин А.Н., Потапов А.С., Луцив В.Р. Построение систем локальных инвариантных признаков изображения на основе преобразования Фурье–Меллина // Оптический журнал. 2010. № 1. С. 36–41.
6. Потапов А.С. Влияние взаимных геометрических искажений на возможность пространственного совмещения изображений методом локальной корреляции // Оптический журнал. 2004. Т. 71. № 8. С. 74–80.