

ФЕМТОСЕКУНДНАЯ ОПТИКА И ФЕМТОСЕКУНДНЫЕ ТЕРАГЕРЦОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 617.7 535.34

ФЕМТОСЕКУНДНАЯ ФИЛАМЕНТАЦИЯ БЕССЕЛЬ-ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ В УСЛОВИЯХ АНОМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ

© 2014 г. А. Э. Докукина*, студент; Е. О. Сметанина*, аспирант;
В. О. Компанец**, канд. физ.-мат. наук

*МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

**Институт спектроскопии РАН, г. Троицк

E-mail: dokukina.aleksandra@mail.ru

Представлены результаты экспериментального и численного исследования филаментации в плавленом кварце фемтосекундного лазерного излучения, сфокусированного аксиконом. Показано, что кривизна волнового фронта лазерного пучка, падающего на аксикон, влияет на количество плазменных каналов в филаменте и на расстояния между ними. Параметры солитоноподобных волновых пакетов (световых пуль), такие как пиковая интенсивность, длительность и поперечный размер, не зависят от кривизны волнового фронта излучения.

Ключевые слова: филаментация, фемтосекундные импульсы, аномальная дисперсия, аксикон, световые пули.

Коды OCIS: 190.3270, 260.3230, 160.6030.

Поступила в редакцию 09.04.2014.

1. Введение

В 1987 году в работе [1] было показано, что конические волны, представляющие собой бесселевы пучки бесконечной апертуры, являются решением уравнения дифракции в свободном пространстве и не дифрагируют при распространении. Распределение интенсивности в идеальном бесселевом пучке представляет собой квадрат функции Бесселя какого-либо порядка. Физически реализуемым почти не дифрагирующим пучком является бессель-гауссов (БГ) пучок, у которого распределение интенсивности в поперечном сечении представляет собой произведение квадрата функции Бесселя на функцию Гаусса. Существуют различные способы получения БГ пучков различных порядков [2]. Наиболее распространенным способом получения БГ пучка нулевого порядка является фокусировка гауссова пучка с помощью конической линзы (аксикона). При этом

в области перекрытия излучения, сфокусированного конической линзой, сформированный пучок можно считать БГ пучком [2]. Преимущество аксиконной фокусировки пучка по сравнению с линзовой фокусировкой состоит в том, что область аксиконной фокусировки протяженнее, чем область перетяжки линзы, что обеспечивает плавный приток энергии в приосевую часть пучка и более мягкую фокусировку.

Возможность мягкой фокусировки и создания широкого резервуара энергии в виде колец привлекла внимание исследователей в области филаментации. В ряде работ (например [4–6]) показано, что при аксиконной фокусировке гауссова импульса в воздух в условиях нормальной дисперсии групповой скорости (ДГС) протяженность филамента увеличивается более чем в 3 раза по сравнению с линзовой фокусировкой. В работе [7] методом численного моделирования показано, что при нормальной ДГС протяженность однородной части плазменного

канала при аксиконной фокусировке больше, чем при линзовой. Согласно экспериментальным результатам [8], полученным для импульсов УФ излучения длительностью 0.5 пс в воздухе, использование дефокусирующей линзы ($f = -200$ мм), установленной перед аксиконом, позволяет получить плазменный канал в пять раз длиннее, чем в отсутствие предварительной дефокусировки. В работах [4, 9, 10] также подчеркивается роль аксиконной фокусировки в регуляризации множественной филаментации. В работе [9] показано, что в условиях множественной филаментации БГ пучка плазменные каналы возникают в максимумах БГ распределения, что позволяет контролировать стохастичность множественной филаментации. Помимо этого, диапазон энергий импульса, в котором возможен однофиламентный режим, существенно шире для аксиконной фокусировки по сравнению с линзовой.

Все приведенные выше исследования касались филаментации в условиях нормальной ДГС, при которой рост пиковой интенсивности происходит только за счет эффекта Керра, тогда как материальная дисперсия в этом случае приводит лишь к расплыванию импульса и уменьшению его пиковой мощности. Иначе дело обстоит в условиях аномальной ДГС. В работе [11] впервые теоретически исследована возможность образования световых пуль¹ – солитоноподобных волновых пакетов – в результате пространственно-временного схлопывания пучка импульсного излучения и увеличения его интенсивности в условиях согласованного наложения эффектов дифракции, аномальной ДГС и керровской самомодуляции. В условиях аномальной ДГС в нелинейной среде импульс не расплывается во времени, а, наоборот, подтягивается из крайних временных слоев к центральным слоям, формируя последовательность световых пуль [12]. В этой же работе зарегистрировано образование световых пуль при филаментации в условиях аномальной ДГС, а также экспериментально и с помощью численного моделирования получены характеристики световых пуль: длительность 13,5 фс, поперечный размер около 10 мкм, пиковая интенсивность $4,8 \times 10^{13}$ Вт/см².

В настоящей работе представлены результаты численного и экспериментального исследова-

¹ В англоязычной научно-технической литературе используется термин *light bullets*.

ования влияния параметров гауссова пучка, фокусируемого аксиконом, на протяженность плазменных каналов и параметры формируемых световых пуль при филаментации в плавленом кварце в условиях аномальной ДГС. Изучено влияние кривизны волнового фронта излучения, фокусируемого аксиконом, на геометрию расположения плазменных каналов в филаменте.

2. Схема эксперимента

Экспериментальное исследование филаментации в условиях аномальной ДГС проводилось на спектроскопическом стенде Центра коллективного пользования Института спектроскопии РАН. Установка содержит источник фемтосекундного излучения на основе перестраиваемого параметрического усилителя TOPAS, излучение после которого усиливается регенеративным усилителем Spitfire Pro. На регенеративный усилитель с накачкой твердотельным лазером EmPOWER 30 подаются импульсы фемтосекундного генератора Tsunami (Ti:Sa) с непрерывным твердотельным лазером накачки Millennia Vs. Полученное фемтосекундное излучение с гауссовым профилем подавалось на телескопическую систему, состоящую из двух линз. Изменение расстояния между линзами позволяло изменять кривизну волнового фронта. Для эксперимента использовали излучение с плоским волновым фронтом, а также сходящимся и расходящимся волновыми фронтами с радиусами кривизны $R = \pm 2,5$ м. После линз излучение подавалось на аксикон с углом $0,5^\circ$ при основании. Радиус пятна на плоской грани аксикона составлял 1 мм. После аксикона излучение направлялось в образец плавленого кварца длиной 13,5 см. Носик аксикона касался передней грани образца, т.е. все нелинейные процессы в плавленом кварце накладывались на процесс аксиконной фокусировки. Свечение филамента регистрировалось цифровой фотокамерой через боковую грань образца. Области рекомбинации плазмы характеризуются красным свечением, что позволяет определять положение плазменных каналов в филаменте. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.

Центральная длина волны излучения 1800 нм, полная длительность по половине высоты 50 фс, энергия варьировалась до 105 мкДж, частота повторения импульсов 1 кГц.

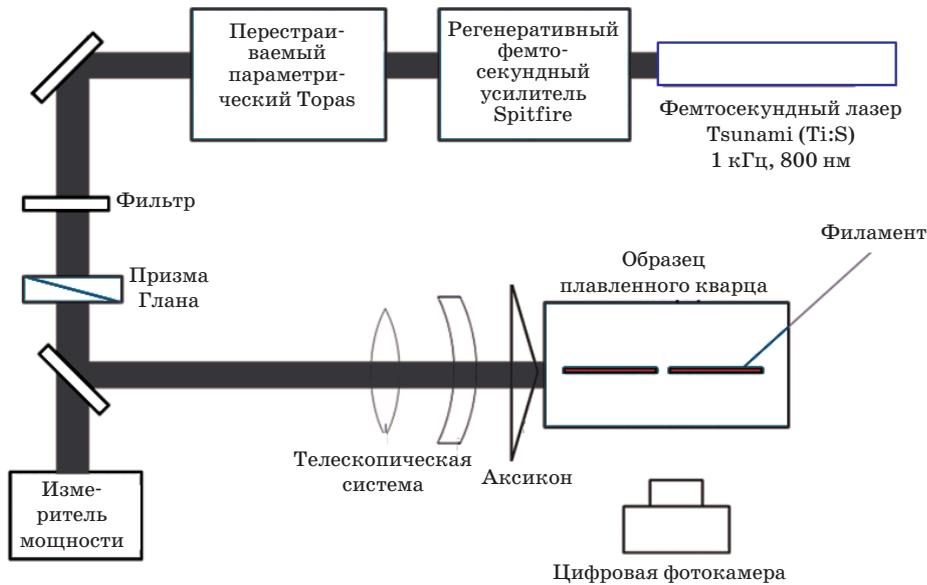


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

3. Математическая модель

Для численного моделирования филаментации в плавном кварце фокусируемого аксиконом фемтосекундного излучения с заданной кривизной волнового фронта, использовалось приближение медленно меняющейся волны. Система уравнений относительно концентрации свободных электронов и комплексной амплитуды светового поля учитывает эффекты дифракции, дисперсии, самоукручения волнового фронта, керровскую нелинейность, многофотонную фотоионизацию и лавинную ионизацию, дефокусировку и поглощение излучения в наведенной лазерной плазме [13]. Дисперсия описывалась формулой Салмейера, а скорость фотоионизации – формулой Келдыша.

На длине волны 1800 нм в плавном кварце – параметр $k_2 = (\partial^2 k / \partial \omega^2)_{\omega_0}$, характеризующий дисперсионное расплывание и отрицательный в области аномальной дисперсии, принимался равным $k_2 = -625 \text{ фс}^2/\text{см}$;

– параметр нелинейности n_2 , определяющий нелинейную добавку к показателю преломления – $n_2 \approx 3,0 \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$;

– при этом критическая мощность самофокусировки составляла $P_{\text{кр}} = 11,2 \text{ МВт}$, а концентрация нейтральных атомов в плавном кварце $N_0 = 2,1 \times 10^{28} \text{ 1/м}^3$.

Комплексная амплитуда светового поля на входной поверхности образца плавного кварца $A(r, z = 0)$ задавалась выражением

$$A(r, \tau, z = 0) = A_0 \exp \left\{ -\frac{r^2}{2w_0^2} - \frac{\tau^2}{2\tau_0^2} + i \frac{kr^2}{2R} + i\varphi_{\text{акс}}(r) \right\}, \quad (1)$$

где r, τ, z – пространственно-временные координаты, w_0 и τ_0 – соответственно радиус пучка и половина длительности импульса по уровню e^{-1} , R – радиус кривизны волнового фронта пучка, падающего на аксикон, k_0 – волновое число. Набег фазы $\varphi_{\text{акс}}(r)$ излучения в аксиконе определяется выражением $\varphi_{\text{акс}}(r) = kr\beta$, где $\beta = (n_{\text{акс}} - 1)\alpha/n_{\text{кв}}$ – угол сходимости излучения в плавном кварце после фокусировки аксиконом. Угол аксикона $\alpha = 0,5^\circ$, показатели преломления материала аксикона и плавного кварца $n_{\text{акс}}$ и $n_{\text{кв}}$ принимались равными 1,44. Суммарная толщина аксикона и линз, используемых в эксперименте, не превышала 0,5 см, тогда как согласно экспериментальным данным филамент образуется на расстоянии 4–5 см от входной грани образца. Поэтому выражение (1) не учитывает нелинейный набег фазы вне образца плавного кварца.

Результатом решения описанной выше системы уравнений относительно амплитуды поля $A(r, \tau, z)$ и концентрации электронов $N_e(r, \tau, z)$ в наведенной лазерной плазме являются пространственно-временное распределение интенсивности $I(r, \tau, z)$ волнового пакета и изменение вдоль филамента концентрации электронов на оси плазменного канала $\tilde{N}_e(z)$ после прохождения импульса.

Для численного анализа распространения фемтосекундного излучения в условиях отсутствия нелинейных эффектов соответствующие члены исключались из системы уравнений. При моделировании фокусировки непрерывного излучения в системе уравнений [13] оставался лишь дифракционный член, и из

показателя экспоненты в выражении (1) исключался 2-й член, содержащий локальное время.

4. Формирование бессель-гауссова распределения интенсивности в излучении фемтосекундной длительности в отсутствие нелинейных эффектов

Формирование БГ структуры излучения происходит вследствие интерференции сходящихся волн. При этом радиус центрального лепестка распределения интенсивности не меняется при распространении излучения и определяется только длиной волны излучения и углом его сходимости после прохождения аксикона. Зависимость интенсивности на оси пучка при фокусировке аксиконом непрерывного гауссова излучения имеет максимум, который соответствует фокусу аксикона. Численным решением задачи дифракции непрерывного излучения получено, что при фокусировке пучка радиусом 1 мм аксиконом с углом при основании $0,5^\circ$

в плавный кварц радиус центрального лепестка составляет 260 мкм, фокусное расстояние аксикона порядка 30 см, а максимальная достигаемая интенсивность в 25 раз превышает пиковую интенсивность гауссова пучка до фокусировки аксиконом. При этом в фокусе аксикона приосевой максимум распределения интенсивности содержит 46% мощности пучка.

При рассмотрении формирования фемтосекундного БГ пучка необходимо учитывать наложение конкурирующих эффектов дисперсионного расплывания и пространственной фокусировки. Для оценки соотношения между этими эффектами можно сравнивать дисперсионную длину фокусируемого импульса и фокусное расстояние аксикона. Для импульсов с полной длительностью по половине высоты равной 50 фс с несущей длиной волны 1800 нм в плавном кварце дисперсионная длина составляет 1,4 см, тогда как фокусное расстояние аксикона с углом $0,5^\circ$ для пучка излучения радиусом 1 мм составляет порядка 30 см. То есть при фокусировке в таких условиях эффекты

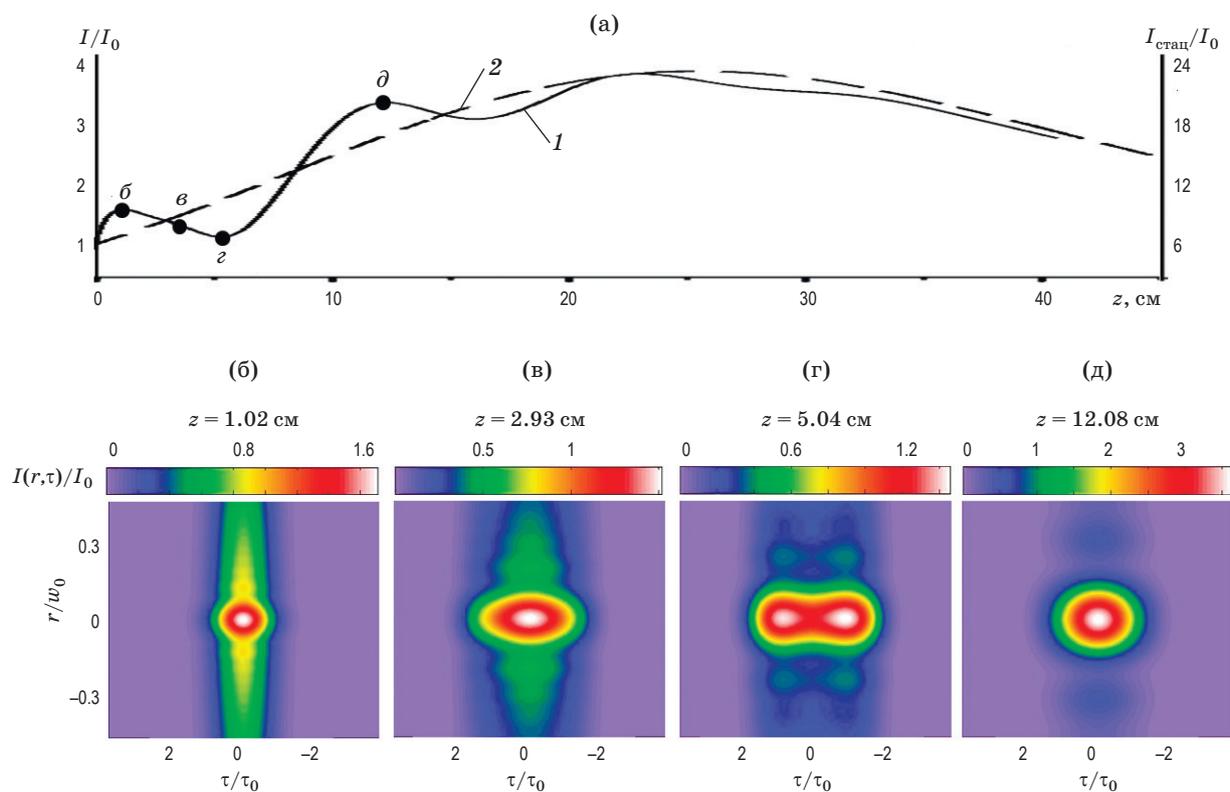


Рис. 2. Результаты численного моделирования фокусировки импульсного излучения ($\tau_0 = 50$ фс, $w_0 = 1$ мм) аксиконом в плавный кварц. а – зависимость интенсивности $I(r = 0, \tau = 0, z)$ в центральном временном слое на оси импульса от расстояния z до аксикона – 1 и зависимости интенсивности $I_{\text{стат}}(r = 0, z)$ на оси непрерывного излучения от расстояния z до аксикона – 2. б–д – пространственно-временные профили на различных расстояниях z . I_0 – пиковая интенсивность Гауссова пучка, фокусируемого аксиконом. Точки б–д на кривой 1 соответствуют профилям (б)–(д).

дисперсии более выражены и оказывают более заметное влияние на фокусировку. На рис. 2 приведены результаты численного моделирования фокусировки импульсного излучения аксиконом в плавный кварц. Видно, что рост интенсивности имеет немонотонный характер, что связано с дисперсионным расплыванием импульса. Пунктирной кривой обозначена зависимость пиковой интенсивности пучка при фокусировке непрерывного излучения радиусом 1 мм, уменьшенная в 6 раз, т.е. наличие дисперсии излучения приводит к ослаблению эффекта фокусировки в 6 раз по сравнению со стационарной фокусировкой пучка. Соответственно доля пиковой мощности, содержащаяся в центральном лепестке распределения интенсивности фемтосекундного излучения, составляет величину в 6 раз меньшую, чем при фокусировке стационарного излучения, т.е. 8%. Видно, что максимумы кривых совпадают, т.е. дисперсионное расплывание не приводит к смещению фокуса. На рис. 2б–2д приведены пространственно-временные профили сфокусированного аксиконом импульса на различных расстояниях при его распространении без учета нелинейностей в плавном кварце. Последовательность профилей наглядно демонстрирует изменение формы импульса под воздействием материальной дисперсии и поясняет провалы в кривой на рис. 2а.

5. Плазменные каналы

Результаты численного и экспериментального исследования влияния кривизны волнового фронта фокусируемого аксиконом излучения на протяженность плазменных каналов и их взаимное расположение приведены на рис. 3 и 4. На рис. 3 показано изменение яркости свечения филамента, зарегистрированное через боковую грань образца при различной кривизне волнового фронта пучка, фокусируемого аксиконом. В эксперименте энергия импульсов во всех случаях составляет 22 мкДж, пиковая мощность $37 P_{кр}$, радиус излучения на входной грани аксикона 1 мм, полная длительность импульсов по половине высоты – 50 фс. При таких параметрах центральный лепесток БГ распределения интенсивности фемтосекундного излучения в отсутствие нелинейных эффектов в фокусе аксикона содержит пиковую мощность $3 P_{кр}$. Свечение филамента включает в себя красное свечение рекомбинации плазмы и широкополосное излучение конической эмис-

сии в диапазоне регистрации фотокамеры, рассеиваемые в образце плавного кварца. Таким образом, появление конической эмиссии после каждого плазменного канала приводит к росту общего уровня яркости рассеянного свечения. При этом с увеличением интенсивности рассеянного излучения конической эмиссии изображение плазменных каналов, находящихся ближе к “хвосту” филамента, замывается. Видно, что в коллимированном излучении после фокусировки аксиконом филамент распадается на последовательность плазменных каналов протяженностью до 5 мм с расстоянием между каналами равным примерно 0,5 см. В сходящемся фокусируемом пучке количество плазменных каналов в филаменте увеличивается, они становятся более локализованы. В расходящемся пучке свечение филамента имеет один пик протяженностью около 1 см с пологим фронтом. Старт филамента удаляется при переходе от сходящегося излучения к расходящемуся, что связано соответственно с увеличением или уменьшением пиковой интенсивности в центральном лепестке формирующегося БГ пучка. Важно отметить, что радиус кривизны, прида-

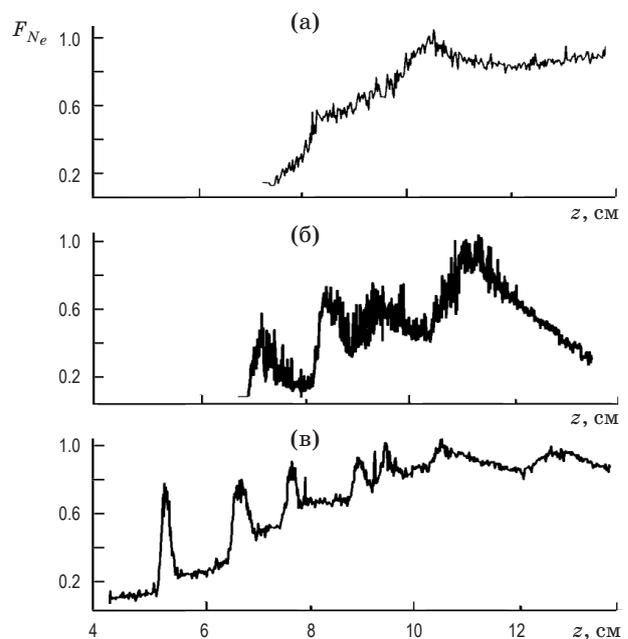


Рис. 3. Зависимость нормированной интенсивности свечения филамента F от его продольной координаты при аксиконовой фокусировке в плавный кварц излучения с различной кривизной волнового фронта. а – излучение с расходящимся волновым фронтом ($R \approx -2.5$ м), б – коллимированное излучение, в – излучение со сходящимся волновым фронтом ($R \approx 2.5$ м).

ваемый излучению, много больше продольных размеров филамента, однако влияние даже такой слабой сходимости или расходимости излучения, падающего на аксикон, приводит к существенному изменению геометрии плазменных каналов, что открывает возможность контроля расположения каналов в веществе.

На рис. 4 приведено полученное численно распределение концентрации электронов на оси филамента фокусируемого аксиконом излучения с различной кривизной волнового фронта. При численном моделировании радиус излучения на входной стенке аксикона принимался равным 0.9 мм, длительность импульсов по половине высоты составляла 50 фс, энергия импульсов 36 мкДж, пиковая мощность $60 P_{кр}$, центральный лепесток в фокусе содержит $5 P_{кр}$. Полученное распределение концентрации электронов на оси филамента представляет собой последовательность очагов плазмы протяженностью 1–2 мм, расположенных на расстояниях порядка сантиметра друг от друга. Плазменные очаги, полученные численно, имеют резкие границы вдоль филамента, так как на их изображение, в отличие от регистрации в эксперименте, не накладывается рассеянное излучение конической эмиссии. При переходе от расходящегося пучка к сходящемуся число плазменных каналов, сформированных на отрезке от 5 см до 9 см, растет и расстояние между ними уменьшается. Старт филамента при этом смещается к передней стенке образца. Как можно заметить, кривизна волнового фронта фокусируемого аксиконом излучения не влияет на протяженность плазменных каналов. Это объясняется тем, что их протяженность определяется временной динамикой импульса, а именно – формированием световой пули и ее деградацией при смещении к хвосту импульса.

В работе [14] показано, что при филаментации коллимированного излучения в условиях аномальной ДГС расстояние между формирующимися плазменными каналами увеличивается вдоль филамента, поскольку энергия его центральной части обедняется потерями, вызванными фотоионизацией и рефракцией в наведенной лазерной плазме, и для формирования световой пули задействуются временные слои, все более удаленные от центрального. Численно рассчитанные продольные профили концентрации электронов на рис. 4б и 4в содержат участки, на которых расстояние между сформированными пулями сокращают-

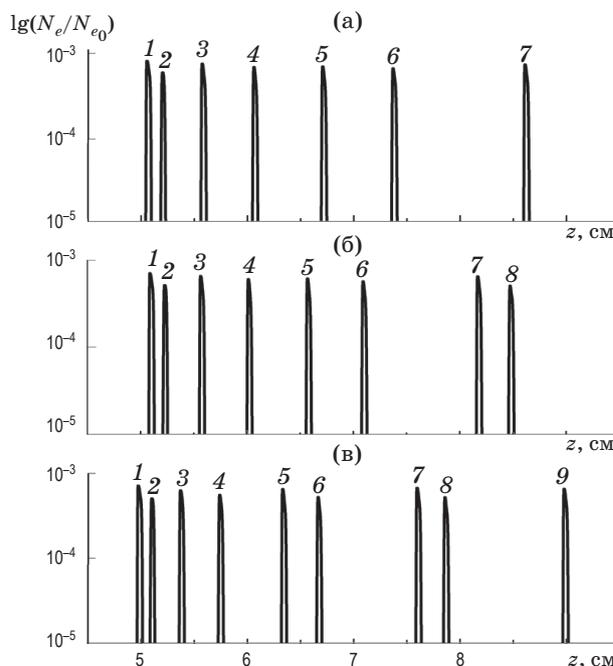


Рис. 4. Численно рассчитанная зависимость распределения концентрации электронов от продольной координаты филамента при аксиконной фокусировке излучения с различной кривизной волнового фронта в плавленый кварц. а, б, в – те же, что в подписи к рис. 3. Остальные пояснения см. в тексте. Цифрами 1–9 отмечены номера плазменных каналов.

ся при распространении импульса, например, на рис. 4б расстояние между шестым и седьмым каналами больше, чем между седьмым и восьмым. На рис. 4в та же ситуация с четвертым, пятым и шестым каналами, а также с шестым, седьмым и восьмым каналами. Наличие таких участков, где расстояния между соседними каналами сокращается при распространении импульса, указывает на роль аксиконной фокусировки излучения, которая обеспечивает приток энергии с периферии пучка к центру.

6. Световые пули

Формирование плазменных каналов связано с формированием световых пуль – солитоноподобных волновых пакетов с высокой пространственной и временной локализацией энергии. На рис. 5 приведены значения концентрации электронов на оси филамента (а) и пространственно-временные профили пучков излучения на некоторых характерных расстояниях при филаментации коллимированного излучения, сфокусированного аксиконом (б, в, г). До формирования плазмы ($z = 4,15$ см) эволюция про-

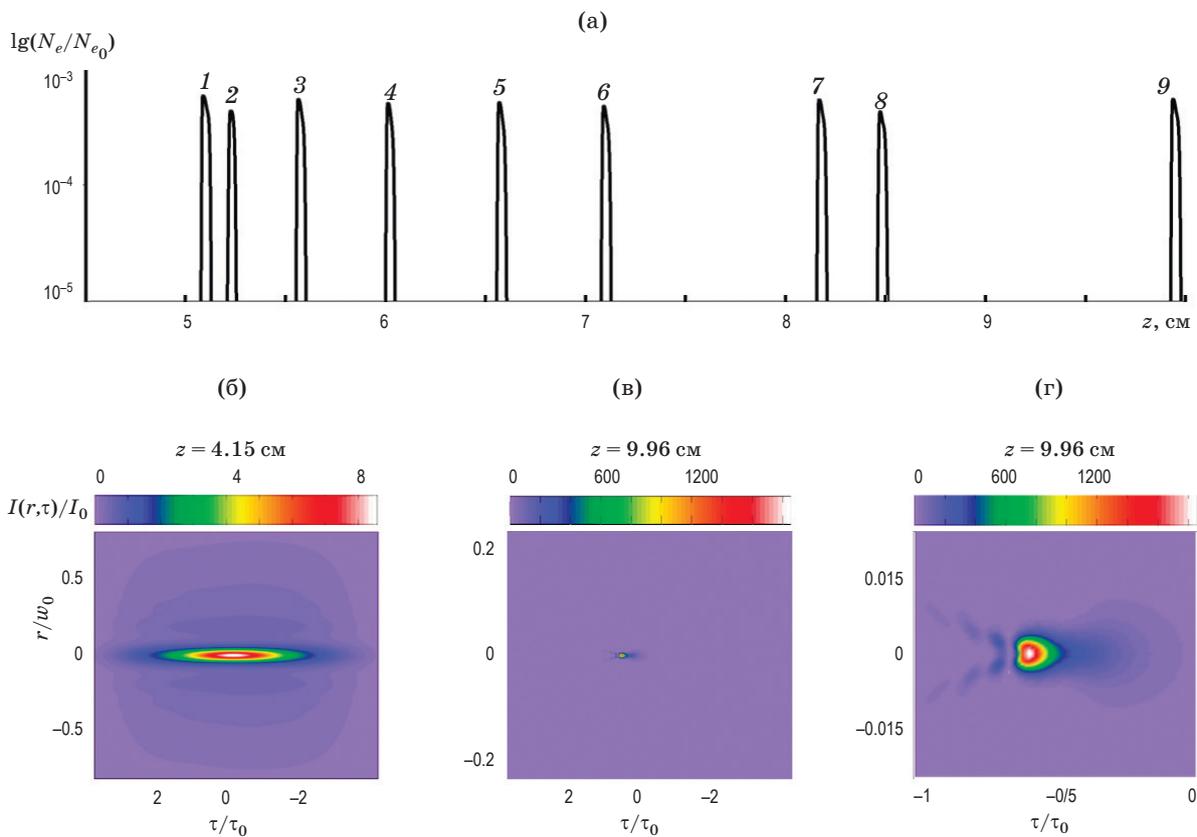


Рис. 5. Концентрация электронов на оси филамента (а) и пространственно-временные профили (б, в, г), пучков излучения на различных расстояниях при аксиальной фокусировке коллимированного излучения в плавненный кварц. Параметры фокусируемого излучения: $w_0 = 0.9$ мм, $\tau_0 = 30$ фс, $I_0 = 2.6 \cdot 10^{10}$ Вт/см².

пространственно-временного распределения происходит под воздействием керровской самофокусировки и аксиальной фокусировки (рис. 5б). На профиле пучка в центральных временных слоях $|\tau| \leq |\tau_0|$ видно первое сформированное кольцо БГ распределения. Пиковая интенсивность в первом кольце примерно в 10 раз меньше, чем в центральной лепестке, поэтому кольца БГ распределения практически не участвуют в нелинейных процессах и филаментация развивается в центральной лепестке. На начальных этапах филаментации, когда интенсивности еще не очень велики, anomalous ДГС приводит к расплыванию импульса и уменьшению интенсивности, которое конкурирует с ее ростом при пространственном сжатии пучка при самофокусировке. Однако, когда интенсивность и, соответственно, нелинейные набеги фаз существенно возрастают, наложение эффектов anomalous дисперсии и керровской самомодуляции приводят к самосжатию излучения как во времени, так и в пространстве, что вызывает формирование световой пули (профили на рис. 5б и 5в на расстоянии 9.96 см). Диаметр пули со-

ставляет около 20 мкм, ее длительность – 6 фс, пиковая интенсивность -4.8×10^{13} Вт/см². Из сравнения параметров световой пули в филаменте импульса, сфокусированного аксиально, с параметрами, полученными в работе [14], следует, что тип фокусировки излучения не влияет на характеристики световых пуль.

7. Заключение

При филаментации в условиях anomalous ДГС изменение кривизны волнового фронта пучка фемтосекундного излучения, фокусируемого аксиально, позволяет управлять геометрическим положением и интервалами в последовательности плазменных каналов. При дефокусировке пучка, фокусируемого аксиально, общая длина последовательности плазменных каналов увеличивается.

В фемтосекундном филаменте бессель-гауссова пучка, как и гауссового, в условиях anomalous ДГС образуется последовательность световых пуль с высокой плотностью мощности, причем их характеристики не зависят от типа фокусировки излучения.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. *Durnin J.* Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory // *JOSA A*. 1987. V. 4. № 4. P. 651–654.
2. *Пятницкий Л.Н.* Волновые Бесселевы пучки. М.: Физматлит, 2012. С. 13.
3. *Пятницкий Л.Н.* Волновые Бесселевы пучки. М.: Физматлит, 2012. С. 22.
4. *Polesana P., Franco M., Couairon A., Faccio D., Di Trapani P.* Filamentation in Kerr media from pulsed Bessel beams // *PHYSICAL REVIEW A*. 2008. V. 77. № 4. P. 043814. 1–11.
5. *Polynkin P., Kolesik M., Roberts A., Faccio D., Di Trapani P., Moloney J.* Generation of extended plasma channels in air using femtosecond Bessel beams // *OPTICS EXPRESS*. 2008. V. 16. № 20. P. 15733–15740.
6. *Akturk S., Zhou B., Franco M., Couairon A., Mysyrowicz A.* Generation of long plasma channels in air by focusing ultrashort laser pulses with an axicon // *Opt. Commun.* 2009. V. 282. P. 129–134.
7. *Косарева О.Г., Григорьевский А.В., Кандидов В.П.* Формирование протяженных плазменных каналов в конденсированной среде в результате аксиконной фокусировки фемтосекундного лазерного импульса // *Квант. электр.* 2005. V. 35. № 11. P. 1013–1012.
8. *Abdollahpour D., Panagiotopoulos P., Turconi M., Jedrkiewicz O., Faccio D., Di Trapani P., Couairon A., Papazoglou D., Tzortzakis S.* Long spatio-temporally stationary filaments in air using short pulse UV laser Bessel beams // *Opt. Exp.* 2009. V. 11. № 7. P. 5052–5057.
9. *Xiaodong Sun, Hui Gao, Bin Zeng, Shengqi Xu, Weiwei Liu, Ya Cheng, Zhizhan Xu, and Guoguang Mu.* Multiple filamentation generated by focusing femtosecond laser with axicon // *OPTICS LETTERS*. 2012. V. 37. № 5. P. 857–859.
10. *Компанец В.О., Чекалин С.В., Косарева О.Г., Григорьевский А.В., Кандидов В.П.* Коническая эмиссия фемтосекундного лазерного импульса при фокусировке аксиконом в стекле К108 // *Квант. электр.* 2006. Т. 36. № 9. С. 821–824.
11. *Silberberg Y.* Collapse of optical pulses // *Optics Letters*. 1990. V. 15. № 22. P. 1282–1284.
12. *Smetanina E.O., Kompanets V.O., Dormidonov A.E., Chekalin S.V., Kandidov V.P.* Light bullets from near-IR filament in fused silica // *Laser Phys. Lett.* 2013. V. 10. P. 105401–105407.
13. *Smetanina E. O., Dormidonov A. E., Kandidov V. P.* Spatio-temporal evolution scenarios of femtosecond laser pulse filamentation in fused silica // *Laser Physics*. 2012. V. 22. № 7. P. 1189–1198.
14. *Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П.* Особенности филаментации фемтосекундного лазерного излучения в условиях аномальной дисперсии групповой скорости в плавленом кварце. Ч. 1. Численное исследование // *Квант. электр.* 2012. Т. 42. № 10. С. 913–919.