

УДК 535.417; 535.317; 778.38

Аберрации голограмм, обусловленные нарушением закона Брэгга и вариациями глубины и формы профиля их поверхностной решетки

© 2021 г. **С. Н. Корешев, доктор техн. наук***; **С. О. Старовойтов, аспирант****

*Филиал Корпорации «Комета» — Научно-проектный центр оптоэлектронных комплексов наблюдения, Санкт-Петербург

**Университет ИТМО, Санкт-Петербург

E-mail: s.starovoitov95@gmail.com

Поступила в редакцию 15.05.2021

DOI:10.17586/1023-5086-2021-88-09-28-34

Исследованы аберрации голограмм, обусловленные нарушением закона Брэгга и вариациями глубины и формы профиля их поверхностной решетки. Работа выполнена для частных случаев отражательной рельефно-фазовой голограммы и пропускающей объемной голограммы без потерь. Установлено, что приведенное в литературе и широко используемое предположение о том, что изображающие свойства голограммы, в том числе и ее аберрации, полностью определяются картиной выхода страт на поверхность голограммы в общем случае верно для отражающих рельефно-фазовых голограмм и верно лишь отчасти для пропускающих объемных голограмм. У них отступления от закона Брэгга как по углу падения, так и по длине волны восстанавливающего пучка могут привести к значительным аберрациям в преобразуемых голограммными оптическими элементами пучках лучей. Проведенное исследование однозначно свидетельствует о необходимости дополнения программ расчета оптических систем с объемными голограммными оптическими элементами модулями расчета аберраций, обусловленных отступлением от закона Брэгга.

Ключевые слова: голограммные оптические элементы, изображающие свойства, аберрации голограмм, закон Брэгга, объемные голограммы, рельефно-фазовые голограммы.

Код OCIS: 090.0090

ВВЕДЕНИЕ

Современные методы расчета оптических систем, содержащих голограммные оптические элементы (ГОЭ), основываются на предположении о том, что изображающие свойства голограммы, в том числе и ее аберрации, полностью определяются соответствующей ей поверхностной решеткой, т.е. картиной выхода страт на поверхность голограммы [1]. При этом толщина для объемной голограммы или высота и форма профиля рельефа в случае рельефно-фазовой голограммы оказывают влия-

ние лишь на ее дифракционную эффективность. Поэтому исследователи, старающиеся оптимизировать разрабатываемые оптические системы с ГОЭ как по аберрационным характеристикам, так и по дифракционной эффективности, ограничиваются лишь введением модулей расчета дифракционной эффективности в традиционные программы расчета оптических систем, обеспечивающие трассировку лучей в системах, содержащих поверхностные дифракционные решетки [2]. При таком, широко используемом в настоящее время

подходе к расчету и разработке оптических систем с ГОЭ полностью игнорируется влияние на aberrации голограмм таких важных факторов, как вариации высоты и формы профиля рельефно-фазовых голограмм и нарушение закона Брэгга для объемных голограмм.

В настоящей работе приведены результаты исследования влияния указанных выше параметров голограмм на их aberrационные свойства, выполненного с целью определения условий, при которых можно считать справедливым приведенное в публикации [1] предположение о том, что изображающие свойства голограммы, в том числе и ее aberrации, полностью определяются картиной выхода страт на поверхность голограммы. Исследование проведено для случаев отражательных рельефно-фазовых голограмм и объемных диэлектрических пропускающих голограмм без потерь.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВАРИАЦИЙ ВЫСОТЫ И ФОРМЫ ПРОФИЛЯ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ РЕЛЬЕФНО-ФАЗОВЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА АБЕРРАЦИИ, ВНОСИМЫЕ ИМИ В ПРЕОБРАЗУЕМЫЕ ВОЛНОВЫЕ ФРОНТЫ

Как известно, основными причинами появления aberrаций в изображениях, восстанавливаемых с помощью голограмм, являются несоответствие геометрических и физических параметров схем восстановления и записи [3] и неравномерность толщины регистрирующей среды и ее деформация в процессе фотохимической обработки либо хранения голо-

граммы [4]. Кроме того, как будет показано в настоящей работе, к появлению aberrаций может приводить и неравномерность экспозиционной дозы по апертуре голограммы, приводящая к вариациям амплитуды и вида модулирующей фазу функции [5]. Покажем это на примере отражательных рельефно-фазовых голограмм, получаемых на тонких слоях галогенидосеребряной фотоэмульсии.

При проведении анализа будем исходить из того, что форма профиля голограммных структур, получаемых на слоях галогенидосеребряной эмульсии, близка к трапецидальной. Для получения количественных оценок профиля будем ее аппроксимировать равнобочной трапецией с основаниями, лежащими на прямых, соединяющих максимумы и минимумы рельефа. Кроме того, будем считать, что бока трапеции лежат на касательных к кривой, описывающей профиль в точках, соответствующих половине высоты рельефа (рис. 1).

В качестве численных параметров формы аппроксимирующей трапеции примем «скважность» S , определяемую как $S = (a + b)/2d$, и длину боковой стороны трапеции Q , определяемую как $Q = (b - a)/2d$, где a и b — основания трапеции, h — ее высота, а d — локальный пространственный период в данной точке зонной голограммной структуры. Аппроксимация формы профиля рельефа трапецией позволяет записать следующее выражение, описывающее амплитуду поля $U(x)$, отраженного от одномерной рельефной структуры, освещаемой нормально падающей плоской волной единичной амплитуды в плоскости $y = 0$, т.е. в плоскости, соприкасающейся с минимумами рельефа,

$$U(x) = R \left\{ \sum_{n=0}^N \left[\exp(-jk2h) \operatorname{rect} \left(\frac{x - nd}{a} \right) + \operatorname{rect} \left(\frac{x - \left(n + \frac{1}{2} \right) d}{d - b} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp \left[-jk \left(-\frac{4h}{b - a} \left(x - \frac{b}{2} - nd \right) \right) \right] \operatorname{rect} \left(\frac{2x - \frac{a + b}{2} - 2nd}{b - a} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp \left[-jk \left(\frac{4h}{b - a} \left(x + \frac{b}{2} - (n + 1)d \right) \right) \right] \operatorname{rect} \left(\frac{2x + \frac{a + b}{2} - 2(n + 1)d}{b - a} \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

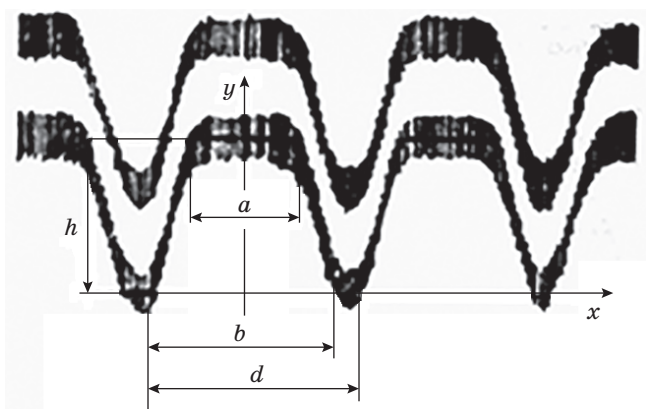


Рис. 1. Параметры, описывающие форму профиля рельефа рельефно-фазовой голограммы. a и b — основания трапеции, h — ее высота, d — локальный пространственный период в данной точке зонной голограммной структуры.

где k — волновое число, $N + 1$ — число периодов структуры, освещаемых плоской волной, n — индекс суммирования, R — коэффициент отражения по амплитуде поверхности голограммы, h — высота рельефа, a и b — размеры оснований трапеции, d — пространственный период структуры. Из формулы (1) с помощью преобразования Фурье найдем выражение, описывающее амплитуду поля, продифрагировавшего на рельефной структуре, в дальней зоне $V(\xi)$

$$V(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) \exp(-2\pi\xi x) dx, \quad (2)$$

где ξ — пространственная частота.

Анализируя выражение (2), после подстановки в него выражения (1) можно сделать вывод о том, что не только интенсивность, но и фаза восстановленной волны зависят от параметров рельефа голограммной структуры. Причем фаза формируемой ГОЭ волны для каждого значения ξ может быть вычислена с точностью до постоянной с помощью выражения

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{Im}(V(\xi))}{\operatorname{Re}(V(\xi))}. \quad (3)$$

Отметим, что $V(\xi)$ является функцией параметров формы рельефа голограммной структуры. Следовательно, вариации высоты либо параметров формы профиля рельефа в пределах апертуры ГОЭ обуславливают появление

дополнительной разности фаз между различными участками восстановленного волнового фронта, иначе говоря, приводят к aberrациям ГОЭ. Аналитическое выражение, описывающее зависимость фазы волны в первом порядке дифракции от параметров рельефа, может быть представлено исходя из (1–3) в виде

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{LA_1A_2(B_2C_2 + B_1C_1) - A_2^2B_2C_1 - A_1^2B_1C_2}{A_1A_2(B_2C_1 - B_1C_2) + LA_1^2B_1C_1 - LA_1^2B_2C_2}, \quad (4)$$

где $A_1 = \sin(2\pi H)$, $L = Q/(2H)$, $A_2 = \cos(2\pi H)$, $S = (a + b)/(2d)$, $B_1 = \sin(\pi S)$, $Q = (b - a)/(2d)$, $B_2 = \cos(\pi S)$, $H = h/\lambda$, $C_1 = \sin(\pi Q)$, $C_2 = \cos(\pi Q)$.

Результаты расчета фазы восстановленной волны, выполненные с помощью выражения (4) при различных значениях параметров h , S и Q , свидетельствуют о том, что в наиболее интересном с точки зрения отражательного ГОЭ случае глубины рельефной структуры, не превышающей $2h_0$ (где h_0 — глубина рельефа, обеспечивающая максимальную дифракционную эффективность для данной формы профиля), фаза восстановленной волны практически пропорциональна глубине рельефа. При этом коэффициент пропорциональности всецело определяется значениями параметров S и Q , описывающих форму профиля ГОЭ. Свообразным исключением является случай прямоугольного профиля, т.е. $Q = 0$, при котором коэффициент пропорциональности зависимости фазы восстановленной волны φ от высоты рельефа h равен $K = K_0 = -2\pi/\lambda$ (λ — длина волны излучения) независимо от значения параметра S , и случай профиля со скважностью $S = 0,5$, который характеризуется таким же значением коэффициента пропорциональности независимо от значения параметра Q . В остальных случаях коэффициент пропорциональности зависит как от параметра Q , так и от параметра S . Например, при $Q = 0,3$ изменение S от 0,3 до 0,7 приводит к изменению коэффициента пропорциональности K от $0,8K_0$ до $1,2K_0$. Причем чем ближе параметр S к 0,5, тем более приближается K к K_0 . Таким образом, вариации глубины рельефно-фазовой голограммной структуры ГОЭ в пределах его апертуры однозначно приводят к aberrациям в восстановленном в первом порядке дифракции волновом фронте.

Аберрации при фиксированном разбросе глубин рельефа практически полностью определяются формой профиля структуры ГОЭ.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что в наиболее часто встречающихся на практике случаях прямоугольной формы профиля рельефа с любой скважностью допустимыми с точки зрения критерия Рэля можно считать вариации высоты рельефа отражательных голограмм, не превышающие $1/4$ рабочей длины волны. Аналогичный вывод будет справедлив и для рельефа со скважностью $0,5$ при любой форме его профиля. При других параметрах формы профиля рельефа, например, при его скважности $0,3$ и Q , лежащем в пределах от $0,3$ до $0,7$, допуск на вариации высоты рельефа должен быть уменьшен примерно на 20% . Указанный выше допуск на высоту рельефа свидетельствует о том, что для первого порядка дифракции отражательной рельефно-фазовой голограммы вкладом вариаций высоты рельефа в аберрации голограммы на практике можно пренебречь.

Вариации глубины и формы профиля рельефной структуры оказывают определенное влияние не только на первый, но и на остальные порядки дифракции. В качестве примера приведем выражение, описывающее зависимость фазы волны, восстановленной с помощью ГОЭ в нулевом порядке дифракции в плоскости максимумов рельефной структуры, от параметров рельефа

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{(S-Q)A_1A_2 + QA_1^2}{(S-Q)A_2^2 + QA_1A_2 + (0,5-S)}. \quad (5)$$

Анализ этого выражения, выполненный в диапазоне глубин рельефа, указанном выше, свидетельствует о том, что зависимость фазы волны в нулевом порядке дифракции рельефно-фазового ГОЭ от глубины рельефа также носит линейный характер с коэффициентом пропорциональности, определяемым значением параметров S и Q . Причем, при $S = 0,5$ коэффициент пропорциональности K' равен $K_0 = 2\pi/\lambda$. Изменение S от $0,3$ до $0,7$ при фиксированном $Q = 0,3$ приводит к изменению коэффициента K' от $0,56 K_0$ до $1,44 K_0$. При этом параметр Q при фиксированных S и глубине рельефа практически не оказывает влияния на фазу волны в нулевом порядке дифракции.

Так, при $S = 0,7$ изменение формы профиля от прямоугольной $Q = 0$ до трапецеидальной $Q = 0,3$ обуславливает изменение коэффициента K' всего лишь от $0,56K_0$ до $0,44K_0$. Таким образом, наибольшее влияние на аберрации рассматриваемых голограмм в нулевом порядке дифракции оказывают вариации скважности рельефа, а не его формы и высоты.

Проведенный анализ продемонстрировал влияние вариаций глубины и формы профиля рельефно-фазовых ГОЭ на качество формируемых с их помощью волновых фронтов в первом, нулевом и других порядках дифракции. Причем, одинаковые по модулю и знаку аберрации в нулевом и первом порядках дифракции будут иметь место лишь в случае рельефа, характеризующегося параметром $S = 0,5$ и глубинами, не превышающими h_0 . Отметим, что при использовании выражений (3) и (4) для расчета аберраций рельефно-фазовых ГОЭ следует иметь в виду, что поверхность, соприкасающаяся с максимумами рельефа и считавшаяся при выводе выражения (1) плоскостью $y = 0$, в общем случае может не повторять поверхность подложки ГОЭ. При отсутствии ошибок нанесения регистрирующей среды поверхность, соприкасающаяся с максимумами рельефа, параллельна поверхности подложки независимо от вариаций глубины и формы профиля рельефа, в случае использования техпроцессов фотохимической обработки, основанных на частичном вымывании экспонированных либо неэкспонированных участков регистрирующей среды. При рассмотрении рельефных структур, получаемых на тонких слоях галогенидосеребряной фотоэмульсии без использования эффекта вымывания, а только за счет деформации избирательно задубленной желатиновой матрицы, целесообразно рассматривать фазу восстановленной волны не относительно указанной поверхности, а относительно поверхности подложки ГОЭ.

ВЛИЯНИЕ ОТСТУПЛЕНИЙ ОТ ЗАКОНА БРЭГГА НА АБЕРРАЦИИ, ВНОСИМЫЕ ОБЪЕМНЫМИ ГОЛОГРАММАМИ В ВОССТАНОВЛЕННЫЕ ВОЛНОВЫЕ ФРОНТЫ

Анализ влияния нарушений закона Брэгга на аберрационные свойства объемных голо-

грамм проведем в рамках теории Когельника [6]. При этом ограничимся лишь случаем диэлектрических пропускающих голограмм без потерь. В соответствии с работой [6] комплексная амплитуда A волны, восстановленной с помощью рассматриваемой объемной голограммы, с точностью до постоянной фазы может быть описана с помощью выражения

$$A = U \exp(-j\xi), \quad (6)$$

где U — действительная амплитуда, определяемая параметрами голографической решетки и не зависящая от $\Delta\theta$ и $\Delta\lambda$, описывающих отступления от закона Брэгга по углу падения и длине волны восстанавливающей волны, ξ — фаза восстановленной волны, описываемая выражением

$$\xi = \frac{\vartheta l}{2C_s}. \quad (7)$$

Здесь l — толщина голограммы, ϑ — параметр, описывающий отступления от закона Брэгга, C_s — параметр, учитывающий длину волны записи решетки, ее период, угол наклона страт и угол падения опорной волны.

$$\vartheta = \frac{2\pi}{\Lambda} \left\{ \Delta\theta \sin(\varphi - \theta) - \frac{\Delta\lambda}{2\Lambda n} \right\}, \quad (8)$$

$$C_s = \cos\theta - \frac{\lambda}{\Lambda n} \cos\varphi. \quad (9)$$

Здесь Λ — локальный период голографической решетки, измеряемый вдоль перпендикуляра к ее стратам, φ — угол между перпендикуляром, опущенным на страты, и осью z , θ — угол падения опорной волны при регистрации голограммы, n — показатель преломления среды голограммы (рис. 2).

Рассмотрим случай восстановления объемной пропускающей голограммы на длине волны ее регистрации. При этом условие выражение (7) с учетом (8) и (9) может быть преобразовано к виду

$$\xi = 2\pi V \Delta\theta, \quad (10)$$

$$V = \frac{\sin\varphi \cos\theta - \cos\varphi \sin\theta}{2\Lambda \left\{ \cos\theta - \frac{\lambda}{\Lambda n} \cos\varphi \right\}}.$$

Из формулы (10) получим выражение, описывающее дополнительный набег оптического пути восстановленной волны L , обусловленный $\Delta\theta$, т.е. нарушением закона Брэгга

$$L = V \lambda \Delta\theta. \quad (11)$$

Рассмотрим частный случай объемной голограммы, страты которой располагаются перпендикулярно поверхности регистрирующей среды, т.е. рассмотрим случай $\varphi = \pi/2$. Возможные схемы регистрации и восстановления такой объемной голограммы, или, точнее сказать — голограммной линзы, представлены на рис. 3

В рассматриваемом случае выражения (10) и (11) можно привести к виду

$$V = \frac{1}{2\Lambda} = \frac{\sin\theta}{\lambda}, \quad (12)$$

$$L = \Delta\theta l \sin\theta. \quad (13)$$

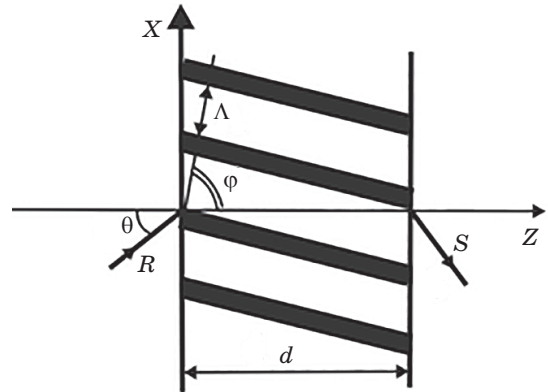


Рис. 2. Объемная голографическая решетка.

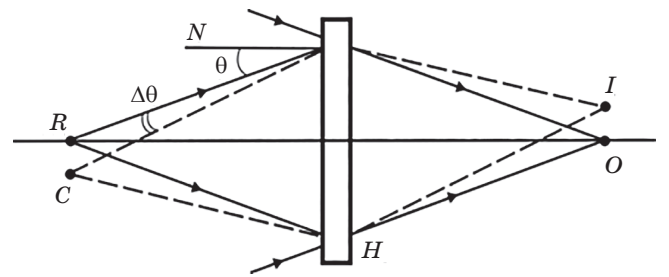


Рис. 3. Схема записи и восстановления голограммной линзы. H — голограммная линза, N — нормаль к поверхности голограммы, R , C , O , I — опорный, восстанавливающий, объектный точечные источники и восстановленное изображение соответственно, θ — угловая апертура рассматриваемых пучков, $\Delta\theta$ — отступление от закона Брэгга по углу падения восстанавливающей волны.

Из выражения (13) следует, что в том случае, когда отступление угла падения восстанавливающей волны от угла падения объектной либо опорной волны при регистрации голограммы составляет $\Delta\theta$, появится дополнительный набег оптического пути восстановленной волны. Этот дополнительный набег пропорционален $\Delta\theta$, l и локальной пространственной частоте в рассматриваемой точке голограммы, определяемой параметром $\sin\theta$. Сам по себе этот набег не скажется на качестве восстановленного с помощью голограммы изображения. Опасны лишь его вариации в пределах апертуры пучка лучей, соответствующего восстановленному изображению точечного источника. Эти вариации в рассматриваемом случае будут обусловлены изменением угла падения лучей восстанавливающего пучка на поверхность голограммы в пределах его угловой апертуры. Из формулы (13) можно сделать несколько выводов. Во-первых, о том, что нарушение закона Брэгга не приводит к появлению дополнительных aberrаций объемных голограмм в случае их регистрации и восстановления с помощью параллельных опорного и восстанавливающего пучков лучей. Во-вторых, о том, что aberrации восстановленного изображения определяются апертурой восстанавливающего пучка лучей или, иными словами, распределением локальных пространственных частот по апертуре голограммы. Так, в типичном для голографии случае $\Delta\theta = 2^\circ = 0,04$ рад, $\lambda = 0,63$ мкм, $l = 10$ мкм и локальной пространственной частоты, изменяющейся от 0 до 1600 мм^{-1} ($\sin\theta = 0,5$), дополнительный набег пути равен $0,2$ мкм, или $0,3\lambda$.

Полученные данные позволяют сделать вывод о том, что нарушение закона Брэгга из-за несоответствия угла падения восстанавливающей волны углу падения опорной либо объектной волны при регистрации голограммы приводит к появлению aberrаций в восстановленном с помощью голограммы изображении. Эти aberrации сравнимы с традиционно учитываемыми aberrациями, обусловленными ее поверхностной решеткой.

Перейдем от рассмотренного случая восстановления голограммы на длине волны ее регистрации к случаю восстановления голограммы на иной длине волны, т.е. к случаю использования ГОЭ в качестве диспергиру-

ющих элементов спектральных приборов. При этом положим $\Delta\theta = 0$, тогда выражение (8) можно представить в виде

$$\vartheta = \frac{\pi\Delta\lambda}{\Lambda^2 n}. \quad (14)$$

Отсюда с учетом формулы (7) получим

$$\xi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda\Delta\lambda}{4\Lambda^2 n \left\{ \cos\theta - \frac{\lambda}{\Lambda n} \cos\varphi \right\}}. \quad (15)$$

Для рассматриваемого ранее случая $\varphi = \pi/2$ выражение (15) с учетом формул (12) и (13) будет иметь вид

$$\xi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{l\Delta\lambda \sin\theta}{\lambda n} \text{tg}\theta, \quad (16)$$

$$L = \frac{l\Delta\lambda \sin\theta}{\lambda n} \text{tg}\theta. \quad (17)$$

Из выражения (17) следует, что дополнительные aberrации, обусловленные нарушением закона Брэгга при восстановлении объемной голограммы, используемой в качестве диспергирующего элемента в спектральных приборах, вносятся в преобразуемые с ее помощью пучки лучей лишь в случае вариаций угла θ в пределах апертуры восстанавливающего пучка лучей. Такие вариации могут быть обусловлены использованием непараллельных опорного либо восстанавливающего пучков лучей. В случае регистрации объемной голографической решетки с помощью параллельного опорного пучка и ее восстановлении параллельным восстанавливающим пучком лучей объем голограммы не приводит к дополнительным aberrациям голограммы. Так, в близком к рассмотренному ранее случаю $\lambda = 0,63$ мкм, $l = 10$ мкм, $n = 1,5$ и локальной пространственной частоты, изменяющейся от 0 до 1600 мм^{-1} ($\sin\theta = 0,5$) дополнительный набег пути, соответствующий критерию Рэлея и равный или превышающий $0,25\lambda$, будет иметь место для всех длин волн, удовлетворяющих условию $\Delta\lambda/\lambda \geq 0,08$.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

Проведено исследование aberrаций голограмм, обусловленных нарушением закона Брэгга и вариациями глубины и формы про-

филя их поверхностной решетки. Полученные новые формулировки требований к точности отображения высоты рельефа на носителе при изготовлении рельефно-фазовых голограмм и условий, когда при абберационном расчете оптических систем с пропускающими объемными голограммами необходимо учитывать фазовые сдвиги в восстановленном изображении, обусловленные нарушением закона Брэгга. Работа выполнена для частных случаев отражательной рельефно-фазовой голограммы и пропускающей объемной голограммы без потерь.

Показано, что приведенное в публикации [1] предположение о том, что изображающие свойства голограммы, в том числе и ее абберации, полностью определяются картиной выхода страт на поверхность голограммы, верно лишь отчасти. Да, действительно, вариации глубины и формы профиля отражательных рельефно-фазовых голограмм при средних глубинах их профиля в четверть рабочей длины волны практически не сказываются на абберациях преобразуемых с их помощью пучков лучей. Иная ситуация складывается в случае

объемных пропускающих голограмм, восстанавливаемых непараллельным пучком лучей или зарегистрированных с помощью непараллельного опорного пучка. Здесь отступления от закона Брэгга как по углу падения, так и по длине волны восстанавливающего пучка могут привести к значительным абберациям в преобразуемых ГОЭ пучках лучей.

Проведенное исследование однозначно свидетельствует о необходимости дополнения программ расчета оптических систем с объемными ГОЭ модулями расчета аббераций, обусловленных отступлениями от закона Брэгга.

В рамках данной работы не рассматривались пропускающие объемные голограммы со стратами, составляющими с поверхностью голограмм углы, отличные от 90° , и объемные отражательные голограммы, однако нет никаких оснований считать, что в них отступления от закона Брэгга не будут приводить к появлению дополнительных аббераций. Свободным от дополнительных аббераций вероятнее всего будет случай регистрации и восстановления ГОЭ с помощью параллельных пучков лучей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колфилд Г. Оптическая голография. М.: Мир, 1982. 735 с.
2. Муслимов Э.Р., Павлычева Н.К. Комплексное использование методов анализа связанных волн и трассировки лучей при проектировании спектрографов с объемно-фазовыми дифракционными решетками // Тез. докл. XVI междунар. конф. по голографии и прикладным оптическим технологиям. 2019. С. 365–373.
3. Champagne E.B. Nonparaxial imaging, magnification and aberration properties in holography // JOSA. 1967. V. 57. № 1. P. 51–55.
4. Matsumura M. Analysis of wave-front aberrations caused by deformation of hologram media // JOSA. 1974. V. 64. № 5. P. 677–681.
5. Корешев С.Н., Гиль С.В. О форме профиля низкочастотных рельефных голограммных структур, получаемых на тонких слоях фотоэмульсии ПЭ-2 // Опт. спектр. 1990. Т. 68. № 2. С. 422–426.
6. Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram gratings // The Bell System Technical J. 1969. V. 48. № 9. P. 2909–2947.