

ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОПУСКАНИЯ СВЕТА КРИСТАЛЛАМИ ОТ ИХ ТОЛЩИНЫ

© 2005 г. И. А. Каплунов, канд. физ.-мат. наук

Тверской государственный университет, г. Тверь

E-mail: Ivan.Kaplunov@tversu.ru

Получены с помощью методов математического моделирования зависимости коэффициентов пропускания света кристаллами от их толщины с учетом соотношений между вероятностями рассеяния и поглощения фотонов. Показано, что, поскольку в кристаллах с заметным рассеянием закон Бугера для ослабления интенсивности света не выполняется, применение известных формул, связывающих коэффициенты ослабления с коэффициентами пропускания, может приводить к неправильным выводам относительно однородности свойств исследуемых образцов. Результаты расчетов проверены экспериментально на монокристаллах и поликристаллах германия.

Коды OCIS: 260.1180, 290.2200.

Поступила в редакцию 17.06.2005.

Введение

При проведении исследований, в ходе которых по измеренным коэффициентам пропускания света кристаллами вычисляются коэффициенты поглощения α_n , рассеяние зачастую или совсем не учитывается, или считается, что коэффициенты рассеяния α_p намного меньше α_n [1–4]. Тот факт, что закон Бугера, основанный на экспоненциальности затухания света в веществе, сам по себе не выполняется, как правило, даже не обсуждается применительно к оптике кристаллов. Однако все формулы, связывающие в зависимости от схемы измерений коэффициенты пропускания с поглощением и рассеянием света, основаны на справедливости соотношения

$$I = I_0 \exp(-\alpha h) = I_0 \exp[-(\alpha_n + \alpha_p)h], \quad (1)$$

где α – суммарный коэффициент (показатель) ослабления (экстинкции), h – толщина образца, I_0 – интенсивность плоскопараллельного пучка света, уже вошедшего в образец, I – интенсивность пучка, прошедшего расстояние h в образце.

Формулами, основанными на соотношении (1), учитывающими отражения, в том числе многократные, от границ раздела, являются соотношения, применяющиеся при измерениях оптического пропускания с помощью спектрофотометров или по схеме направленного пропускания [5].

Таким образом, существенные отклонения действительного характера ослабления световых потоков от закона Бугера могут в значительной степени обесценивать результаты многих экспериментальных, а тем более теоретических работ, посвященных связи оптических свойств кристаллов с их структурой, примесным составом и условиями выращивания.

Уравнение переноса

Невыполнение при больших вероятностях рассеяния фотонов закона Бугера хорошо известно и подробно изучено экспериментально в многочисленных работах, связанных с рассеянием света в морской воде, в мутных жидкостях и газах. Здесь следует отметить не утратившую до настоящего времени своей ценности обширную монографию Иванова [6], в которой сосредоточен огромный теоретический и экспериментальный материал по рассеянию света различными веществами. Однако данные, изложенные в [6] и в более поздних работах, во-первых, практически не касаются особенностей рассеяния света в кристаллах. Во-вторых, многие теоретические соотношения, выведенные для ослабления света с учетом рассеяния, вынужденно основывались на упрощенных моделях, отражающих низкое быстроедействие ЭВМ своего времени. Тем не менее, анализ литературы показывает, что повышение возможностей вычислительной техники почти не затронуло уровень современных работ по изучению закономерностей распространения света в твердых телах с плоскими границами с учетом рассеяния. Например, в [7–9] содержатся безусловно ценные экспериментальные данные об ослаблении света молочными и халькогенидными стеклами, ситаллами и полимерными пленками. Но отсутствие расчетной модели, позволяющей определять коэффициенты пропускания света образцами произвольной толщины в зависимости от характеристик элементарного объема вещества, фактически приводит авторов к необходимости условного деления оптических толщин на зоны и к установлению качественных, достаточно размытых пределов по толщинам для применимости закона Бугера.

Базовым соотношением, применяющимся при расчетах интенсивности пучка света, идущего сквозь рассеивающую среду, является интегрально-дифференциальное уравнение переноса

$$\frac{dB(\bar{l})}{d\bar{\tau}} = -B(\bar{l}) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_{4\pi} x(\gamma') B'(\bar{l}') d\omega', \quad (2)$$

где B – яркость луча в направлении $\bar{l}$, $\Lambda = \alpha_p / (\alpha_n + \alpha_p)$ – вероятность выживания фотона; $d\bar{\tau} = \alpha d\bar{l}$; $\alpha = \alpha_n + \alpha_p$ – коэффициент ослабления (экстинкции); γ' – угол между направлением пучка и направлением другого пучка лучей яркости $B'(\bar{l}')$, идущих в телесном угле $d\omega'$; $x(\gamma')$ – индикатриса рассеяния. Второй член в правой части уравнения называется Q -членом или функцией источника. Если функция источника равна нулю, то уравнение переноса обращается в обычный закон Бугера в дифференциальной форме. Отклонения от этого закона определяются именно величиной Q . При задании граничных условий задача по распространению света в любой среде в принципе может быть решена.

Среди аналитических способов решения уравнений переноса следует указать метод последовательных приближений, когда в (2) последовательно учитываются рассеяния фотонов первого и второго порядков. Учет более высоких порядков рассеяния в аналитической форме невыполним. В методе Чандрасекара Q -член заменяется квадратурной формулой. В вариационных методах строится функционал, принимающий экстремальное значение при подстановке в него решения уравнения (2). В инвариантном методе слой вещества мысленно разделяется на две части, после чего устанавливаются связи между интенсивностями излучения, выходящего из всей среды, и интенсивностями излучения на границе двух слоев. Следует упомянуть также такие численные методы решения уравнения (2), как методы Владимира, Карлсона и конечно-разностный метод [6].

Аналитические способы решения уравнений переноса во многих случаях качественно дают правильные картины распространения света, особенности которых подтверждаются экспериментами. Однако ограничения на число актов рассеяния фотонов в явной или неявной форме присутствуют в любом аналитическом решении. Поэтому такие решения не могут быть более точными, чем решения, основанные на непосредственном нахождении траекторий фотонов. При этом последовательные акты рассеяния рассматриваются как последовательность случайных процессов, вероятность которых определяется известными формулами. Искомая интенсивность излучения измеряется числом траекторий, проходящих через данную точку пространства и представляющих фотоны данной энергии и направ-

ления. Именно такой способ расчета интенсивности света в кристалле был использован в настоящей работе. Быстродействие современных компьютеров обеспечивало возможность проследить индивидуальную судьбу каждого из попавших на кристалл фотонов, число которых в модельных экспериментах доходило до одного миллиона.

Компьютерное моделирование

Описание модели

Равномерный по плотности поток фотонов в количестве I_0 падал перпендикулярно к поверхности на левый торец кристалла, который представлял собой прямой круговой цилиндр с длиной h и диаметром D . Торцы и боковая поверхность цилиндра предполагались идеально гладкими, так что рассеяние на поверхностях считалось равным нулю. Излучение предполагалось неполяризованным. Интерференционные эффекты не учитывались.

Для материала цилиндра задавался показатель преломления n . Коэффициенты отражения R считались равными вероятностям отражения W_R и вычислялись по формулам Френеля. Для фотонов, попавших в кристалл, учитывалось явление полного внутреннего отражения.

Кристалл мысленно разбивался на m единичных слоев перпендикулярно к оси кристалла. На пути длиной h/m вдоль любого направления задавались вероятность поглощения фотона (α_n) и вероятность рассеяния фотона (α_p), так чтобы выполнялось условие $(\alpha_n + \alpha_p) \leq 1$ (на практике $(\alpha_n + \alpha_p) \ll 1$).

При описании рассеяния света элементарным объемом рассматривались и испытывались следующие типы индикатрис $x(\gamma)$, определяющие вероятность рассеяния фотона в данном направлении $W(\gamma)$:

а) сферическая индикатриса $\forall \gamma, x(\gamma) = 1$;

б) релеевская индикатриса (размеры неоднородностей много меньше длины волны)

$$x(\gamma) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \gamma);$$

в) сильно вытянутая вперед индикатриса, соответствующая рассеянию Ми, при которой размеры рассеивающих неоднородностей соизмеримы с дли-

ной волны $\left(x(\gamma) = \sum_{i=0}^n x_i P_i(\cos \gamma) \right)$, где x_i – коэффициенты разложения в ряд по полиномам Лежандра P_i , γ – угол рассеяния).

На правом торце кристалла подсчитывалась сумма косинусов углов с осью цилиндра, которые составляли траектории всех вылетевших из этого торца фотонов. Таким образом определялся их вклад в освеще-

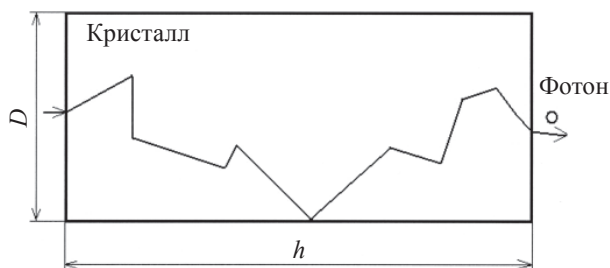


Рис. 1. Траектория одного из фотонов, полученная в ходе модельного эксперимента.

ценность входного окна фотоприемника, мысленно придвинутого вплотную к правому торцу кристалла и имеющего диаметр, равный диаметру кристалла D . Итогом расчетов являлось некоторое число I , по которому определялся коэффициент пропускания $T = I/I_0$.

Вычисления прекращались только тогда, когда последний фотон из падающего на левый торец потока фотонов либо отражался, либо поглощался внутри кристалла, либо вылетал за его пределы. Для иллюстрации расчетной модели на рис. 1 изображена возможная траектория одного из фотонов.

Результаты моделирования

Распределение интенсивности света внутри образца в зависимости от показателя преломления кристалла n , геометрии образца, определяемой отношением h/D , и соотношения между вероятностями рассеяния и поглощения α_p/α_n может иметь достаточно разнообразный вид, почти никогда не соответствующий экспоненциальному закону.

На рис. 2 показана зависимость числа фотонов N , распространяющихся в объеме кристалла германия ($n = 4$), при значениях параметров: $h/D = 1$, $\alpha_n = 0,001$, $\alpha_p = 0,05$, исходное число фотонов составляло 10^5 . Для сравнения представлена и экспоненциальная зависимость (2).

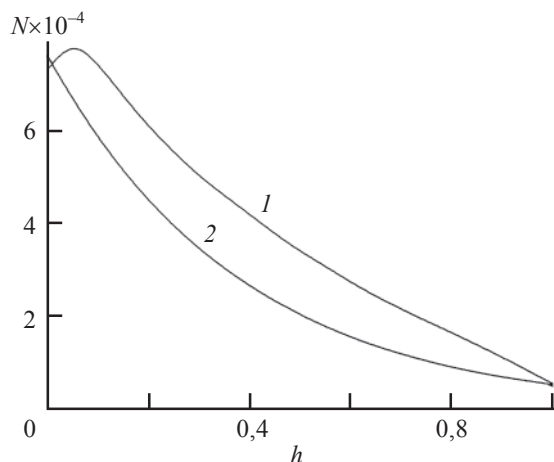


Рис. 2. Зависимость числа фотонов от расстояния при учете фотонов, пересекающих сечение кристалла только слева (1); экспоненциальная зависимость (2).

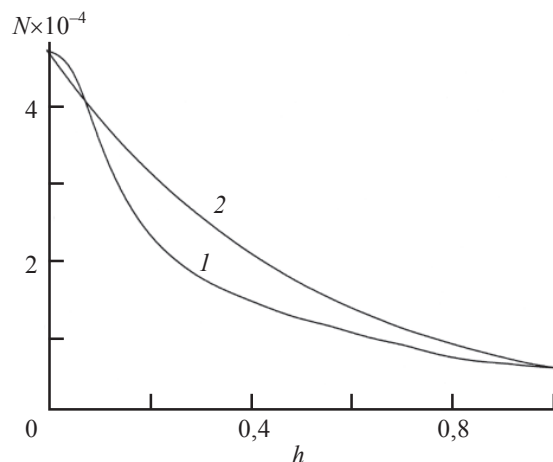


Рис. 3. Зависимость числа фотонов от расстояния при учете всех фотонов, пересекающих сечение кристалла (1); экспоненциальная зависимость (2).

ненциальная зависимость. При малых оптических глубинах расчетная кривая лежит выше, а при больших – ниже экспоненты. Такой ход кривой близок к результатам экспериментов по ослаблению световых потоков в морской воде и в воде с добавлением молока [6]. При расчете зависимостей на рис. 2 суммировались только фотоны, пролетевшие через сечение кристалла с координатой h слева направо, в том числе возвратившиеся справа в результате рассеяния и отражений и вновь прошедшие через сечение слева. В этом случае величину N можно было бы отождествить с освещенностью сечения слева. Для оптических исследований кристаллов эта величина может иметь лишь теоретическое значение.

При другом алгоритме расчета, в котором учитываются все фотоны, пролетевшие сквозь сечение со всех сторон, зависимость числа фотонов по длине кристалла имеет несколько иной характер (рис. 3). Параметры для расчета взяты такие же, как и в первом случае. Кривые на рис. 3 отражают распределение плотности энергии по длине кристалла и могут иметь практическую ценность, например, при расчете термических нагрузок в оптических материалах при распространении лазерных пучков света большой интенсивности.

Главной целью расчетов являлось нахождение зависимости коэффициента пропускания от длины кристалла (h), т. е. в рамках модели отношения числа I вылетевших из правого торца фотонов (со своими косинусами углов наклона к оси кристалла) к числу I_0 падавших перпендикулярно к левому торцу фотонов. Результаты вычислений представлены на рис. 4. Для сравнения приведен график, построенный согласно формуле, которой пользуются при определении коэффициентов ослабления на основании измеренных с помощью спектрофотометров коэффициентов пропускания. Многочисленные модельные эксперименты позволяют утверждать, что

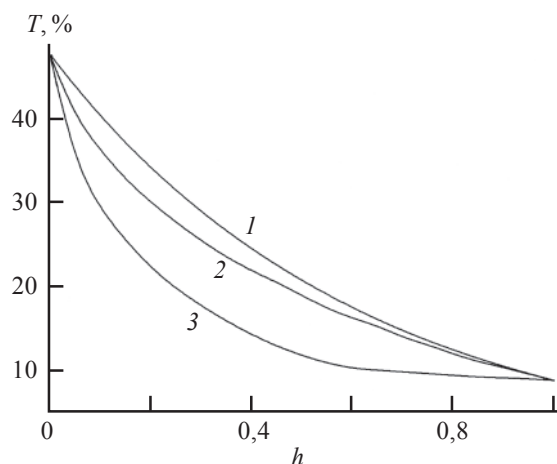


Рис. 4. Зависимости коэффициентов пропускания кристалла от его длины при различных соотношениях между α_p и α_n (показатель преломления $n = 4$, $h/D = 1$): 1 — экспоненциальная зависимость; 2 — $\alpha_p = 0,05$, $\alpha_n = 0,001$, $\alpha_p/\alpha_n = 50$; 3 — $\alpha_p = 0,1$, $\alpha_n = 0,001$, $\alpha_p/\alpha_n = 100$.

при любом значении соотношения α_p/α_n , кроме нуля, расчетные кривые целиком лежат ниже кривых, соответствующих формуле, выведенной в предположении экспоненциального закона ослабления интенсивности света.

Практические выводы, вытекающие из полученных зависимостей $T(h)$, состоят в следующем. Пусть имеется абсолютно однородный по поглощению и рассеянию кристаллический образец. Измерим его коэффициент пропускания T_1 и вычислим по формуле, основанной на законе Бугера, коэффициент ослабления α_1 . Затем разрежем образец на две части и вновь проведем на подготовленных поверхностях двух образцов измерения коэффициентов пропускания T_2 и T_3 с последующим вычислением α_2 и α_3 . При этом должно оказаться, что и $\alpha_2 > \alpha_1$, и $\alpha_3 > \alpha_1$, т. е. что в каждой из двух частей однородного кристалла ослабление выше, чем в целом кристалле. Реальность получения столь нежелательных для оптической метрологии результатов была проверена в экспериментальной части работы.

Измерения коэффициентов пропускания

В методе направленного пропускания [6] на образец падает хорошо коллимированный пучок лучей, что соответствует расчетной модели. Именно эта особенность позволила сразу же экспериментально подтвердить предсказанную зависимость коэффициентов ослабления от толщины исследуемого кристалла. В табл. 1 представлены результаты измерений коэффициентов направленного пропускания, доли рассеянного излучения и расчет коэффициентов ослабления для образцов различной толщины, вырезанных из двух кристаллических

Таблица 1. Результаты измерения направленного пропускания (τ_n) и доли рассеянного излучения (S) (длина волны 2,5 мкм)

Толщина, см	Монокристалл			Поликристалл		
	τ_n , %	α , см ⁻¹	S , %	τ_n , %	α , см ⁻¹	S , %
0,32	40	0,070	0,8	37	0,26	6,5
1,20	37	0,060	1,5	31	0,20	16,0
3,69	36	0,030	3,5	19	0,19	39,0
7,26	33	0,027	5,0	14	0,14	67,0

слитков — моно- и поликристаллов германия, выращенных из расплава по методу Чохральского. Кристаллы выращивались при одинаковых температурных и кинематических условиях, имели концентрацию легирующей примеси (сурьмы) в диапазоне $(6-8) \times 10^{15}$ см⁻³ (что соответствует удельному сопротивлению 2,5–3,5 Ом см). Размеры зерен поликристалла составляли 1–3 мм. Слитки имели форму цилиндров с диаметром 38–40 мм, из которых для исследований были вырезаны четыре пары (одинаковой толщины) образцов. Образцы были достаточно однородными по концентрациям примеси и по удельному сопротивлению и соответствовали требованиям, предъявляемым к оптическому германию [10]. Согласно этому можно было предположить постоянство коэффициента ослабления α по образцам. Однако эта величина для одного и того же материала падает с ростом толщины исследуемых образцов в 2–2,5 раза. Таким образом, эффект уменьшения коэффициента ослабления, вычисленного по известной формуле, связан только с тем, что эта формула выведена без учета рассеяния. Доля рассеянного излучения (которая измерялась по методу с использованием фотометрического шара) для поликристаллических образцов очень велика. Но и сравнительно небольшое рассеяние в монокристалле приводит к существенному изменению коэффициента ослабления и к неправильному выводу о наличии неоднородности оптических свойств.

Измерение коэффициентов пропускания тех же самых образцов на спектрофотометре дало иные результаты. На рис. 5 представлены спектрограммы монокристаллических и поликристаллических образцов для диапазона длин волн 2,5–14,5 мкм. В табл. 2 указаны значения коэффициентов ослабления, вычисленные по формуле без учета рассеяния для длины волны 6 мкм. При сравнении данных табл. 1 и 2 видно, что значения величин, полученные с помощью спектрофотометра, значительно меньше, чем значения величин, полученные при использовании метода направленного пропускания. Разброс значений α по образцам для монокристалла меньше, чем для поликристалла при использовании спектрофотометра. Для этих фактов имеют

Таблица 2. Коэффициенты ослабления германия (длина волны 6 мкм), полученные с помощью спектрофотометрического метода

Толщина, см	Монокристалл	Поликристалл
	α , см ⁻¹	α , см ⁻¹
0,32	0,013	0,023
1,20	0,007	0,017
3,69	0,008	0,018
7,26	0,010	0,038

ся достаточно внятные объяснения. Во-первых, как показано в работе [5], при нахождении коэффициентов ослабления погрешности, характерные для измерений с помощью спектрофотометров, выше, чем для измерений по методу направленного пропускания. Во-вторых, коэффициенты ослабления, получаемые с использованием спектрофотометров, всегда должны быть несколько выше их истинных значений из-за особенностей оптической схемы этих приборов. Экспериментаторам известны случаи, когда спектрофотометр дает значения коэффициен-

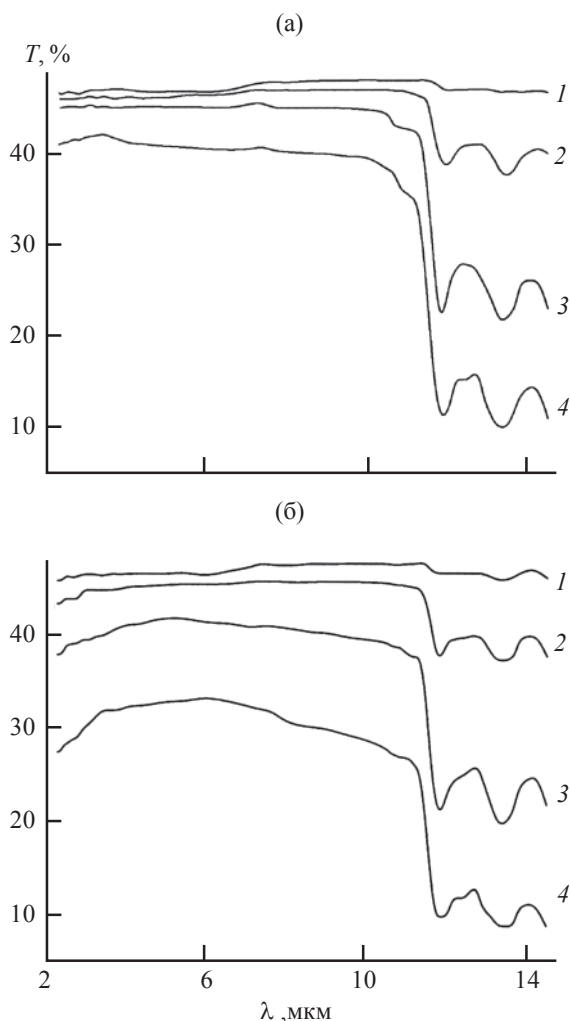


Рис. 5. Спектральные зависимости пропускания монокристаллов (а) и поликристаллов (б) германия. $h = 0,32$ (1), 1,2 (2), 3,69 (3), 7,26 см (4).

тов пропускания выше теоретически возможных. У германия для нормального падения света максимальное пропускание должно составлять примерно $T_{\max} \approx 47\%$ (при полном отсутствии поглощения и рассеяния). Однако возможно получение на отградуированных приборах значений пропускания на уровне 48–51% – такое наблюдается обычно для тонких (толщиной 1–2 см) образцов. Данный эффект не обсуждался в литературе, поэтому следует привести его физическое обоснование.

В отличие от метода направленного пропускания [5] в спектрофотометрах на образец падает не пучок параллельных лучей, а широкий пучок сходящихся лучей, дающих изображение источника теплового излучения (глобара). Выходная для излучения щелевая диафрагма представляет собой, по сути, протяженный почти ламбертов источник света. В этом легко убедиться, закрыв, например, наполовину верхнюю часть выходной диафрагмы и нижнюю часть входной диафрагмы прибора. Настроенный при открытых диафрагмах на 100%, он покажет не менее 5–10% прошедшего света. Именно данной конструктивной особенностью объясняется завышение коэффициентов пропускания, измеряемых спектрофотометрами. Пояснения даны на рис. 6, где изображены источник света в виде щелевой диафрагмы, некоторая излучающая точечная область источника и ход лучей из этой области во входную диафрагму спектрофотометра без кристалла (штриховая линия) и с кристаллом (сплошная линия).

Вследствие преломления часть лучей в диапазоне углов $\Delta\alpha$ не попадает в прибор, что уменьшает световой поток, участвующий в измерениях. Зато

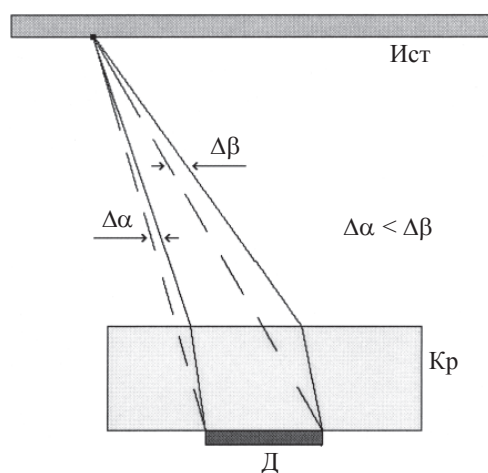


Рис. 6. К иллюстрации эффекта фокусировки излучения кристаллом при измерениях пропускания с помощью спектрофотометров. Кр – кристалл, Ист – источник света, Д – диафрагма; $\Delta\alpha$ – угол, лучи из которого не попадают в диафрагму при наличии кристалла; $\Delta\beta$ – угол, лучи из которого попадают в диафрагму только при наличии кристалла.

из диапазона углов $\Delta\beta$ в прибор попадает свет, который не проходил бы в диафрагму при отсутствии кристалла, что увеличивает световой поток, участвующий в измерениях. Поскольку при любом положении излучающей области на источнике $\Delta\alpha < \Delta\beta$, общим итогом является увеличение светового потока, участвующего в измерениях.

Эффект фокусировки излучения кристаллом несколько снижается ростом коэффициентов отражения с увеличением углов падения света. Расчеты показывают, что максимальные углы падения реально не превышают 15° и даже для них увеличение френелевского отражения не превышает и одного процента. Это существенно меньше эффекта, связанного с фокусировкой. Численные расчеты, проведенные с помощью интегрирования по поверхностям выходной диафрагмы и кристалла, дают следующие величины рассматриваемого эффекта, примерно пропорционального показателю преломления и толщине кристалла. Для кристаллов германия с толщиной менее 2 см он дает до 5% “лишнего” света, а для кристаллов с толщиной 5–7 см эффект может достигать и 20%. Однако в случае толстых образцов рост поглощения и рассеяния света в материале в конечном итоге всегда снижает коэффициенты пропускания до значений, меньших $T_{\max}$.

Поскольку завышение коэффициентов пропускания спектрофотометрами может давать занижение коэффициентов ослабления, то очевидно, что приборы этого типа не могут применяться для обнаружения и изучения более тонких зависимостей коэффициентов пропускания от толщины кристаллов с учетом рассеяния. Для этого необходимы только хорошо коллимированные, параллельные пучки света, использование которых характерно для метода направленного пропускания.

Сказанное отнюдь не означает непригодность спектрофотометров для оценки световых потерь в кристаллах. Как следует из табл. 2, с помощью спектрофотометров легко устанавливать различия материалов по коэффициентам экстинкции в 2–3 раза. Следует лишь очень осторожно относиться к численным значениям коэффициентов экстинкции, а тем более коэффициентов поглощения, полученным по известным формулам, в которые входят измеренные коэффициенты пропускания.

Заключение

Даже в сравнительно прозрачных кристаллах, применяемых в оптике, доля рассеянного неоднородностями излучения обычно соизмерима с долей поглощаемого излучения, а может и превышать последнюю. Поскольку при заметном рассеянии закон Бугера для ослабления света не выполняется, извест-

ные формулы, связывающие коэффициенты пропускания с длиной кристалла, могут быть некорректными.

С помощью методов математического моделирования показано, что кривые соответствующих зависимостей $T(h)$, полученные с учетом рассеяния, всегда лежат ниже кривых, соответствующих экспоненциальному ослаблению света. При этом появляется возможность грубых ошибок при оценках оптической однородности кристаллов в случае использования известных формул. Так, при разрезании совершенно однородного кристалла каждая из образовавшихся частей должна иметь более высокий коэффициент ослабления, чем исходный кристалл.

Предсказанные закономерности подтверждены экспериментально на кристаллах германия посредством метода направленного пропускания. Показано также, что из-за особенностей конструкции спектрофотометры всегда дают заниженные значения коэффициентов ослабления, что связано со своеобразным эффектом фокусировки света измеряемыми образцами. Поэтому для изучения зависимостей пропускания от соотношений между вероятностями рассеяния и поглощения фотонов наиболее перспективным представляется метод направленного пропускания. При этом открывается возможность отдельного определения вкладов в рассеяние и поглощение. Измерив коэффициенты пропускания света частями кристалла с различными толщинами, можно, применив математическое моделирование, подобрать такое соотношение между вероятностями рассеяния и поглощения, чтобы расчетная кривая прошла через экспериментально полученные точки зависимости $T(h)$. Это соотношение α_p/α_n и будет истинным.

Автор выражает благодарность А.И. Колесникову, И.В. Талызину (Тверской госуниверситет), С.Л. Шайовичу (ВНЦ “ТОИ им. С.И. Вавилова”) за помощь при выполнении теоретических и экспериментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hutchinson C.J., Lewis C., Savage J.A., Pitt A. Surface and Bulk Absorption in Germanium at $10,6\ \mu\text{m}$ // Appl. Opt. 1982. V. 21. № 8. P. 1490–1495.
2. Ровинский Р.Е., Роголин В.Е., Шершель В.А. Оптические свойства и области применения полупроводниковых монокристаллов германия // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. № 2. С. 406–409.
3. Карлов Н.В., Сисакян Е.В. Оптические материалы для CO_2 -лазеров // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1980. Т. 44. № 8. С. 1631–1638.
4. Маколкина Е.Н., Пржевальский А.К. Влияние структурных дефектов на оптические параметры кристаллов

- германия // Оптический журнал. 2003. Т. 70. № 11. С. 64–67.
5. Каплунов И.А., Колесников А.И., Талызин И.В., Седова Л.В., Шайович С.Л. Измерения коэффициентов ослабления света монокристаллами германия и парателлуриата // Оптический журнал. 2005. Т. 72. № 7. С. 76–84.
6. Иванов А.П. Оптика рассеивающих сред. Минск: Наука и техника, 1969. 592 с.
7. Середенко М.М. Применимость закона Бугера к оценке светорассеивающих свойств гетерогенной среды с плоскими границами // Оптический журнал. 1999. Т. 66. № 1. С. 29–31.
8. Борткевич А.В., Полушкин А.Ю., Середенко М.М., Белых А.М., Беляева О.Н. Решение обратной задачи при определении оптических характеристик светорассеивающих материалов в видимой и ИК областях спектра на основе двухпараметрической двухпоточковой теории рассеяния // Оптический журнал. 1999. Т. 66. № 3. С. 63–65.
9. Борткевич А.В., Лейкин С.М., Полушкин А.Ю., Середенко М.М. Решение обратной задачи при определении оптических характеристик слабомутиных сред // Оптический журнал. 1999. Т. 66. № 3. С. 66–68.
10. Каплунов И.А., Смирнов Ю.М., Колесников А.И. Оптическая прозрачность кристаллического германия // Оптический журнал. 2005. Т. 72. № 2. С. 61–68.
-