

DOI: 10.17586/1023-5086-2025-92-06-3-13

УДК 535.8 004.387

К вопросу голографической реализации квантово-подобных моделей обработки информации

Александр Владимирович Павлов✉

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

avpavlov@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0001-6706-6619>

Аннотация

Предмет исследования. Схема голографии Фурье с обращением волнового фронта в корреляционной плоскости и адекватная ей модель нейросети «звезда Гроссберга» рассмотрены в рамках задачи реализации квантово-подобных моделей обработки информации. **Цель работы** — разработать модель схемы голографии Фурье, согласованную с формализмом квантовой механики. **Методы.** Аналитическое и численное моделирование при представлении информации реализациями однородного случайного поля. **Основные результаты.** Показано, что схема голографии Фурье с нелинейным обращением волнового фронта в корреляционной плоскости может служить ограниченным аналогом квантовой системы в плане параллельной обработки и выбора из суперпозиции. При этом выбор не случаен, а детерминирован нелинейной передаточной функцией фазосопрягающего зеркала. Инвариантность схемы к сдвигу, обеспечиваемая тонкой голограммой Фурье, добавляет новую возможность: решения как суперпозиции, описываемой моделью линейной регрессии — линейного предсказания, рассматриваемого рядом авторов как возможный механизм феномена интуиции. **Практическая значимость.** Согласованное с моделью обработки аналитическое описание необходимо для разработки голографических симуляторов квантовых систем обработки информации и вычислителей.

Ключевые слова: голография Фурье, наложенные голограммы, обращение волнового фронта, матрица плотности, нелинейность, нейронные сети, квантово-подобные модели, обработка информации, принятие решения, предсказание

Ссылка для цитирования: Павлов А.В. К вопросу голографической реализации квантово-подобных моделей обработки информации // Оптический журнал. 2025. Т. 92. № 6. С. 3–13. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2025-92-06-3-13>

Коды OCIS: 090.0090, 200.3050, 200.4260, 200.4490, 070.4560.

On the holographic implementation of quantum-like cognitive models

ALEXANDER V. PAVLOV✉

ITMO University, St. Petersburg, Russia

avpavlov@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0001-6706-6619>

Abstract

Subject of study. 4f Fourier-holography scheme and the Grosseberg's Instar neural network are considered in the framework of quantum-like cognitive models. **Aim of study** is an analytical

description of the holographic scheme matched with the quantum-like models' mathematical apparatus. **Method.** Analytical modeling and numerical simulation are used under representation of the processed information by realizations of a homogeneous isotropic random field. **Main results.** It is shown that holographic setup with nonlinear phase conjugating in the correlation plane can be some analogue of a quantum system only in terms of parallel processing and selection from superposition. However, the choice is not random, but is determined by the nonlinear transfer function of the phase-conjugating mirror. The shift invariance provided by a thin Fourier hologram adds the ability to make decision as the superposition, described by the linear prediction model; the last is considered by some authors as one of the possible mechanisms of the intuition phenomenon. **Practical significance.** For the classical holographic simulators of quantum processors and computers to be created their analytical description are to be matched with the used in quantum-like cognitive models' mathematical formalism of quantum mechanics.

Keywords: Fourier-holography, superimposed holograms, phase conjugating, density matrix, non-linearity, neural networks, quantum-like models, information processing, choice from alternatives, decision making, linear prediction

For citation: Pavlov A.V. On the holographic implementation of quantum-like cognitive models [in Russian] // Opticheskii Zhurnal. 2025. V. 92. № 6. P. 3–13. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2025-92-06-3-13>

OCIS codes: 090.0090, 200.3050, 200.4260, 200.4490, 070.4560.

ВВЕДЕНИЕ

Для реализации квантовых моделей обработки информации классическими оптическими устройствами, включая голографические, необходимо описание оптического процессора в рамках формализма воплощаемой модели. В работах [1, 2] обращено внимание на такой атрибут и квантовых, и оптических систем, как когерентность, но без различения коррелированности классической и квантовой. В работе [3] на основе аналогии между уравнением Шрёдингера в интегральной форме [4] и аналитического описания схемы голографии Фурье развит подход к голографической реализации квантовых нейронных сетей [5]. Уравнение Шрёдингера описывает эволюцию изолированной системы, но не её измерение, понимаемое как взаимодействие системы с её окружением. Между тем именно измерение — ключевой вопрос как квантовой механики, так и обработки информации, поскольку задача последней — принятие решения как выбор из альтернатив, что соответствует измерению в квантовой механике. В серии работ [7–9] показано, что любое измерение — как в классических, так и в квантовых системах — есть логический вывод «Обобщённый Modus Ponens».

В ряде работ, например, [9, 10], аппарат квантовой механики эффективно применён к моделированию когнитивных феноменов, неадекватно описываемых классическими

логикой и теорией вероятности. Этот успех дал «второе дыхание» дискуссиям о возможно квантовой природе и механизмах мозга [11], мышления и сознания [12]. Но поскольку экспериментальных подтверждений этой гипотезы на сегодня не известно [13], то всё чаще к этим подходам и моделям применяется более корректное на наш взгляд определение «квантово-подобные» [10], ищутся их классические механизмы [14].

В контексте поиска классических механизмов квантово-подобных когнитивных феноменов в статьях [15–17] показано, что ряд таких феноменов адекватно моделируется методом голографии Фурье без обращения к гипотезе о квантовой природе мозга и/или квантовому формализму. В этих работах найдены и показаны классические голографические и нейросетевые механизмы когнитивных феноменов, даны их модели, но, как следствие конкретности, в них недостаёт общности аналитического описания голографической схемы, согласованного с формализмом квантовых моделей обработки информации, что актуально в плане создания оптического нейроморфного процессора, в том числе и классического симулятора квантового вычислителя.

Для закрытия этого пробела определена цель статьи — разработать модель схемы голографии Фурье, согласованную с формализмом квантовой механики. Для её достижения

в статье дано аналитическое описание (модель) классической $4f$ схемы голографии Фурье, согласованное с формализмом квантовой механики. Дан анализ аналогий между голографической и квантовой системами. Внимание акцентировано на реализации измерения в его квантовом понимании как перехода системы в одно из собственных состояний. Показано, что свойство угловой инвариантности тонкой голограммы, порождающее сдвиговую инвариантность схемы голографии Фурье, даёт принципиально новую, сравнительно с традиционным квантово-механическим формализмом, и практически актуальную для систем обработки информации и искусственного интеллекта возможность решения — взвешенной суперпозиции смещённых друг относительно друга версий эталона, описываемой моделью линейной регрессии, то есть линейного предсказания [18], лежащего по мнению ряда авторов в основе феномена интуиции [19].

1. ПОДХОД К ЗАДАЧЕ

На рис. 1 представлена классическая $4f$ схема голографии Фурье с мультиплексной голограммой, образованной двумя наложенными голограммами H^A и H^B , записанными с эталонных образов A и B , соответственно, с пространственным разнесением внеосевых точечных опорных источников δ^A и δ^B (угловым мультиплицированием плоских опорных волн). Термин «образ» в статье означает поле комплексных амплитуд в соответствующей плоскости. Эталоны A , B и входной образ In опишем векторами-столбцами A , B и In . В статье термины образ и вектор эквивалентны: первый применяется преимущественно к полям как физическим сущностям, второй — в их математическом описании.

Векторы представим в базисе, заданном дифракционно-ограниченными элементами разрешения образов — пикселями: для вектора A это $\{e_j\}_{j=1}^{N^A}$, где N^A — размерность подпространства, в котором задан вектор A , т.е. число пикселей в образе A . Тем самым мы используем базис разложения, свободный от требования на ортогональность — последняя определяется только свойствами самих образов, поскольку внутренняя коррелирован-

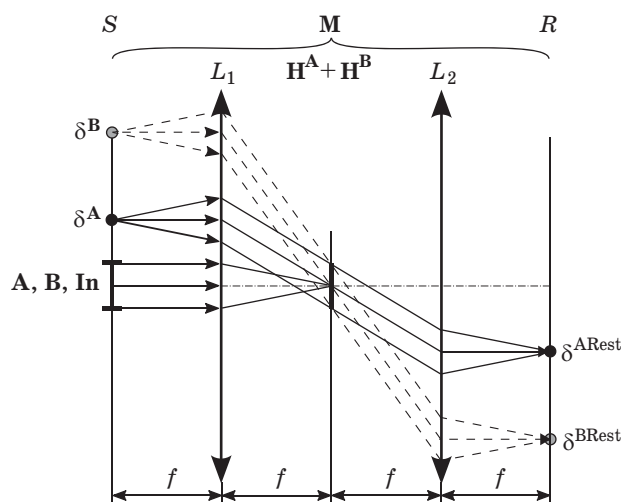


Рис. 1. Принципиальная схема $4f$ голографии Фурье. S и R — плоскости образов (сенсорная) и корреляций; M — матрица весов связей, реализуемая каскадом двойного преобразования Фурье с наложенными голограммами H^A и H^B ; L_1 и L_2 — фурье-преобразующие линзы с фокусными расстояниями f ; δ^A и δ^B — точечные опорные источники при записи голограмм H^A и H^B ; A , B и In — образы (вектора): эталонные и входной (обрабатываемый)

Fig. 1. The principal scheme of $4f$ Fourier-holography. S and R are the planes of images (sensory) and correlations; M is the matrix of the weights of the interconnections implemented by the cascade of the double Fourier-transform with the superimposed holograms H^A and H^B ; L_1 and L_2 are the Fourier-transforming lenses with focal distances f ; δ^A and δ^B are the reference point sources when recording holograms H^A and H^B ; A , B and In are the images (vectors): reference and input (processed)

ность — важнейший атрибут информации, отличающий её от белого шума.

Схема рис. 1 при работе с формируемыми в $+1$ -м порядке дифракции откликами δ^{ARest} и δ^{BRest} , представляющими дифракционно-ограниченные изображения точечных опорных источников δ^A и δ^B , есть голографический коррелятор Ван дер Люгта, а отклики δ^{ARest} и δ^{BRest} — глобальные максимумы функций автокорреляции (ГМ АКФ) входного In и эталонных образов. Оптической схеме рис. 1 с объёмной мультиплексной голограммой при однонаправленном прохождении света $S \rightarrow R$ соответствует структура межнейронных связей из двух элементарных нейросетей (НС) «Звезда Гроссберга «Instar», показанная на рис. 2 и лежащая в основе большинства НС.

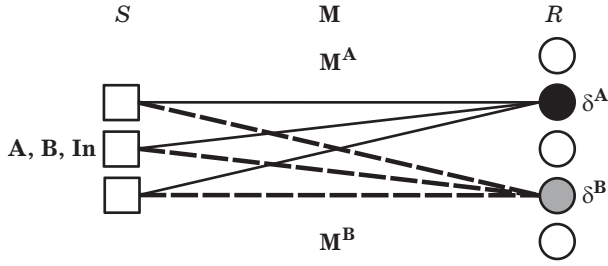


Рис. 2. Принципиальная схема нейросети из двух НС «Звезда Гроссберга «Instar». S и R — нейронные слои; M — матрица связей, состоящая из субматриц M^A (сплошные линии) и M^B (пунктир), ассоциирующих эталонные вектора A и B в слое S с нейронами δ^A и δ^B в слое R

Fig. 2. The principal scheme of the neural network formed by the two NN "Grossberg's Star" "Instar". S and R are the neural layers; M is the interconnections matrix consisting of the submatrixes M^A (continuous lines) and M^B (dashed), associating the reference vectors A and B in the layer S with neurons δ^A and δ^B in the layer R

2. ОПИСАНИЕ СХЕМЫ ГОЛОГРАФИИ ФУРЬЕ

2.1. Объёмная линейная голограмма Фурье (отсутствие сдвиговой инвариантности, один эталон)

Матрица весов связей слоёв S и R (матрица памяти), связывающая эталонный образ A в слое S с точечным опорным источником δ^A (δ^A -нейроном в слое R), описывается прямым произведением опорного δ^A и эрмитово-сопряжённого A^\dagger эталонного векторов. Далее, чтобы не загромождать изложение непринципиальными в рамках поставленной задачи деталями, примем по умолчанию нормировку всех векторов на единицу.

Если локализация точечного опорного источника δ^A не важна, то базисом разложения опорного вектора δ^A можно пренебречь и, считая контур угловой селективности объёмной голограммы дельта-функцией, каскад двойного преобразования Фурье L_1, L_2 с голограммой H^A описать вектором-строкой

$$M^A = A^\dagger. \quad (1)$$

Но для согласования с формализмом квантовой механики, а также перехода в дальнейшем как к мультиплексной голограмме, так и к тонкой голограмме Фурье, обеспечивающей

инвариантность к сдвигу, представим опорный вектор δ^A в базисе $\{e_i\}_{i=1}^{n^R}$, где n^R — число пикселей в слое R , т.е. размерность подпространства, в котором задан опорный вектор. Тогда получим каноничное описание каскада преобразования Фурье оператором как матрицей, дополненной до квадратной, необходимым числом нулевых строк и, при необходимости, столбцов (не показаны), на результат операций не влияющих

$$M^A = \hat{M}^A = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ a_1^* & \cdots & a_{N^A}^* \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где a_{jA} — компоненты разложения вектора A в базисе $\{e_{jA}\}_{jA=1}^{N^A}$, астериск — символ комплексного сопряжения.

Результат действия оператора (2) на предъявляемый в слое S входной вектор In в плоскости R описывается скалярным произведением векторов: входного In и эталонного A , т.е. амплитудой ГМ АКФ эталона A

$$c^{InA} = \hat{M}^A In = \langle A, In \rangle. \quad (3)$$

Вероятность того, что состояние In слоя S есть эталонное состояние A , по правилу М. Борна [20] есть скалярный квадрат коэффициента корреляции r^{InA}

$$Pr^{InA} \triangleq |r^{InA}|^2 \triangleq \frac{|c^{InA}|^2}{|c^{AA}|^2} = \frac{|\hat{M}^A In|^2}{|\text{Tr}(\hat{E}^A)|^2} = \frac{|\langle In, A \rangle|^2}{|\langle A, A \rangle|^2}.$$

Таким образом, в голографической схеме рис. 1 (и НС рис. 2) с однонаправленным прохождением оптического излучения $S \rightarrow R$ измерение классическое, т.е. неразрушающее, дающее амплитуду вероятности того, что текущее состояние In слоя S есть собственное состояние A , но не переводящее слой S в это состояние, как то происходит при измерении квантовой системы и актуально в плане реализации квантовых моделей обработки информации.

Переход системы из текущего состояния In в собственное (эталонное) A реализуется

в модели авто-ассоциативной памяти (ААП) — для этого в схему голографии Фурье на рис. 1 в плоскость R вводится обращающее волновой фронт — ОВФ (или фазо-сопрягающее) зеркало, что в НС рис. 2 эквивалентно приданию межнейронным связям двунаправленности. Такая ААП при линейном ОВФ описывается положительно определённым оператором

$$\hat{E}^A = (\hat{M}^A)^\dagger \hat{M}^A = (\mathbf{M}^A)^\dagger \mathbf{M}^A = \begin{pmatrix} a_1 a_1^* & \cdots & a_1 a_{N^A}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N^A} a_1^* & \cdots & a_{N^A} a_{N^A}^* \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Собственный вектор оператора (4) — эталон \mathbf{A} , а след оператора (4)

$$\text{Tr}(\hat{E}^A) = \sum_j a_j a_j^* = \langle \mathbf{A}, \mathbf{A} \rangle$$

даёт амплитуду сигнала автокорреляции эталона \mathbf{A} — собственное число оператора (4). Нормировав (4) на его след, получим оператор плотности $4f$ схемы голографии Фурье с объёмной голограммой и линейным ОВФ в слое R

$$\hat{\rho}^A \triangleq \frac{1}{\text{Tr}(\hat{E}^A)} \hat{E}^A = \frac{1}{\langle \mathbf{A}, \mathbf{A} \rangle} \hat{E}^A. \quad (5)$$

Матрица плотности (5) имеет одно ненулевое собственное число $\lambda^A = 1$. Операторы (4) и (5) самосопряжённые $\hat{E}^A = \hat{E}^{A\dagger}$ и идемпотентные $(\hat{E}^A)^2 = \hat{E}^A \hat{E}^A = \hat{E}^A$, для такой схемы выполняется критерий чистоты состояния:

$$\mu^A = \text{Tr}((\hat{\rho}^A)^2) = \text{Tr}(\hat{\rho}^A) = 1.$$

Двукратное прохождение оптического излучения в ААП: $S \rightarrow R$ и затем $R \rightarrow S$, описываемое оператором (4), переводит слой S из состояния \mathbf{In} в эталонное (собственное) \mathbf{A}

$$\mathbf{Out} = \hat{E}^A \mathbf{In} = (\hat{M}^A)^\dagger \hat{M}^A \mathbf{In} = c^{\text{InA}} \mathbf{A}. \quad (6)$$

С учётом принятой ранее и используемой в квантовой механике нормировки длин всех векторов коэффициент корреляции (3) в (6) можно опустить.

Таким образом, поскольку измерение квантовой системы вызывает её переход в одно из собственных состояний, а в нашем случае это единственное состояние \mathbf{A} , то некоторым аналогом квантовой системы в этом смысле может служить ААП, а $4f$ схема голографии Фурье при прохождении оптического излучения $S \rightarrow R$ (коррелятор Ван дер Люгта) и НС «звезда Гроссберга» — только «половинки» квантово-подобной системы, реализующие не переход, а лишь неразрушающее измерение вероятности перехода в собственное состояние.

2.2. Объёмная линейная мультиплексная голограмма Фурье

Каждый образ из набора эталонов $\{\mathbf{L}\} = \mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$ независимо записывается на своей наложенной голограмме H^L (хранится своей звездой рис. 2), схема для каждого эталона описывается своими оператором измерения (2) и матрицей (5).

Рассмотрим показанный на рис. 1 и рис. 2 простейший вариант: два эталона \mathbf{A} и \mathbf{B} . Опорные вектора δ^A, δ^B разложим по редуцированному базису

$$\delta^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \delta^B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда операторы измерения для каждого из эталонов

$$\hat{M}^A = \delta^A \mathbf{A}^\dagger = \begin{pmatrix} a_1^* & \cdots & a_{N^A}^* \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{M}^B = \delta^B \mathbf{B}^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ b_1^* & \cdots & b_{N^B}^* \end{pmatrix},$$

а оператор всей схемы — их взвешенная дифракционными эффективностями (по амплитуде) η^A и η^B наложенных голограмм сумма. Чтобы не загромождать выкладки непринципиальными деталями, примем $\eta^A = \eta^B = 1$ и $N^A = N^B$, тогда

$$\hat{M}^{AB} = \hat{M}^A + \hat{M}^B = \begin{pmatrix} a_1^* & \cdots & a_{N^A}^* \\ b_1^* & \cdots & b_{N^B}^* \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Оператор голографической схемы рис. 1 с ОВФ в плоскости R , т.е. ААП

$$\hat{E}^{AB} = (\hat{M}^A)^\dagger \hat{M}^A + (\hat{M}^B)^\dagger \hat{M}^B = (\hat{M}^{AB})^\dagger \hat{M}^{AB}. \quad (9)$$

Нормировка оператора (9) на его след даёт оператор (матрицу) плотности

$$\hat{\rho}^{AB} = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{E}^{AB})} \hat{E}^{AB}. \quad (10)$$

Если эталонные вектора \mathbf{A} и \mathbf{B} ортогональны, то оператор плотности (10) идемпотентен, параметр чистоты $\mu^{AB} = 1$, т.е. линейная ААП с объёмной фурье-голограммой находится в чистом состоянии, описываемом суммой эталонов.

Но в реальности образы как правило не ортогональны. При этом оператор плотности (10) не идемпотентен и критерий чистоты не выполняется: $\mu^{AB} < 1$, т.е. система — как коррелятор, так и ААП — формально находится в смешанном состоянии, количество ненулевых собственных значений матрицы (10) равно количеству неортогональных эталонов — количеству наложенных голограмм.

Однако отклик ААП на один из эталонов, например, \mathbf{A} , описывается суммой эталонов с весами, представляющими не вероятности, как должно быть для смеси, а амплитуды вероятностей, что характерно для суперпозиции

$$\begin{aligned} \text{Out}^A = \hat{E}^{AB} \mathbf{A} = \sum_{j^A} a_{j^A} a_{j^A}^* \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{N^A} \end{pmatrix} + \\ + \sum_{j^B} a_{j^A} b_{j^B}^* \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{N^B} \end{pmatrix} = c^{AA} \mathbf{A} + c^{AB} \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (11)$$

Казалось бы, получили формальное противоречие: параметр чистоты системы $\mu^{AB} < 1$, т.е. она находится в смешанном состоянии, но веса в (11) c^{AA} и c^{AB} — амплитуды, а для смеси характерно суммирование с вероятностями, а не их амплитудами. Но противоречия нет: отклик (11) — единственно возможный при линейном ОВФ. Квантовая же система при измерении переходит в одно из состояний, случайно выбранном из суперпозиции эталонов. Таким образом, в линейной ААП принятия решения как выбора из альтернатив нет в принципе.

Возможность выбора даёт введение в слое R нелинейности. Для 4f-схемы голографии Фурье рис. 1 — это нелинейность ОВФ-зеркала, для НС рис. 2 — активационной функции нейрона

Nl(c). Формируемые оператором измерения (8) отклики в слое R пространственно разнесены и отклик ААП в слое S

$$\begin{aligned} \text{Out}^{ANl} &= (\hat{M}^{AB})^\dagger \text{Nl}(\hat{M}^{AB} \mathbf{A}) = \\ &= \text{Nl}(c^{AA}) \mathbf{A} + \text{Nl}(c^{AB}) \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, возможность выбора из суперпозиции эталонов даёт введение нелинейности в слой R . Выбор детерминирован, случайность как атрибут квантовой системы, отсутствует. Но до выбора голографическая схема (и НС «звезда Гроссберга») обрабатывает именно суперпозицию эталонов.

2.3. Тонкая линейная голограмма Фурье (сдвиговая инвариантность системы), один эталон

Тонкая голограмма Фурье в силу угловой инвариантности своего отклика обеспечивает инвариантность схемы к сдвигу и, как следствие, формирование в слое R не только ГМ АКФ, но и всей корреляционной функции (КФ), что, в свою очередь, открывает возможности реализации более продвинутых в плане обработки информации моделей, использующих боковые максимумы КФ [19].

Для учёта сдвиговой инвариантности пропишем в матрице оператора измерения строки, представляющие поэлементно смещённый эталон.

$$\mathbf{M}^{Asi} = \hat{M}^{Asi} = \begin{pmatrix} a_{N^A}^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^* & \cdots & a_{N^A}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_1^* \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где si в верхнем индексе указывает на сдвиговую инвариантность оператора. Число ненулевых строк в идеале должно соответствовать размеру области определения корреляционной функции эталона ($N^A + N^{In} - 1$).

Структура связей, описываемая оператором (13), показана на рис. 3а как развитие НС модели «Звезда Гроссберга», представленной на рис. 2.

Действие оператора измерения (13) на входной вектор \mathbf{In} даёт в слое R вектор, описывающий

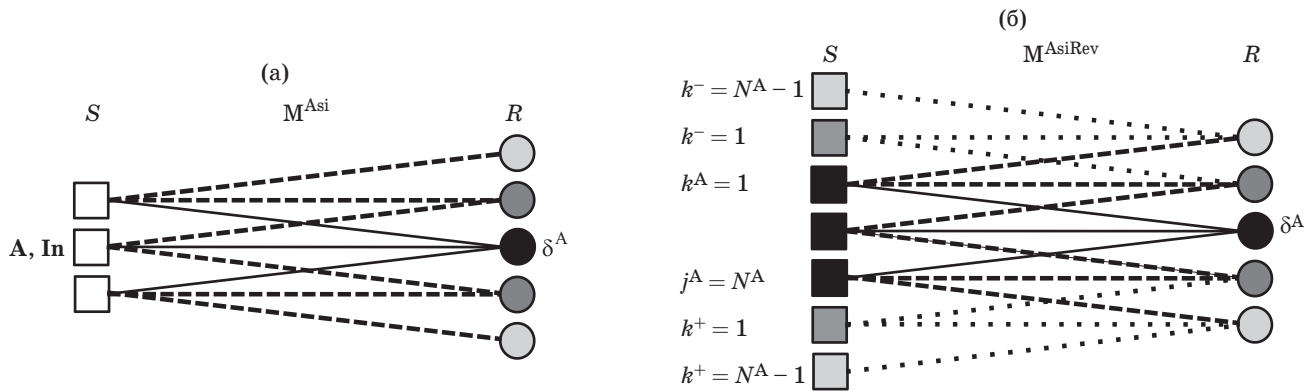


Рис. 3. (а) Структура связей при угловой инвариантности голограммы на этапе $S \rightarrow R$: сплошные линии — связи, заданные при записи голограммы и описываемые матрицей \mathbf{M}^A (2); штрихи — связи, формируемые при предъявлении образа \mathbf{In} , $N^{\text{In}} = N^A$ и описываемые матрицей \mathbf{M}^{Asi} (13), остальные обозначения соответствуют рис. 2. (б) Структура связей, формируемая тонкой голограммой на этапе $R \rightarrow S$ при $N^{\text{In}} = N^A$: пунктир — связи $R \rightarrow S$, новые относительно этапа $S \rightarrow R$ (рис. 3а), показана шкала глубины предсказания k в слое S , остальные обозначения соответствуют рис. 2 и рис. 3а

Fig. 3. (a) The interconnections structure for angular invariance of the hologram at the $S \rightarrow R$ stage: solid lines — the interconnections set when recording a hologram and described by the \mathbf{M}^A submatrix (2); dashes denotes the interconnections formed upon presentation of the image \mathbf{In} , $N^{\text{In}} = N^A$ and described by the \mathbf{M}^{Asi} matrix (13), the remaining designations correspond to Fig. 2. (б) The interconnections structure formed by a thin hologram at the stage $R \rightarrow S$ under $N^{\text{In}} = N^A$: dashed — interconnections $R \rightarrow S$, new relative to the $S \rightarrow R$ stage (Fig. 3a), the scale of the depth of prediction k in the layer S is shown, the remaining designations correspond to the Fig. 2 and Fig. 3a

функцию корреляции входного и эталонного векторов

$$\hat{\mathbf{M}}^{\text{Asi}} \mathbf{In} = \mathbf{In} \otimes \mathbf{A},$$

где \otimes — символ корреляции.

На этапе обратного прохождения оптического излучения $R \rightarrow S$ структура связей вновь обогащается (рис. 3б), тогда оператор измещения, обозначим его символом Rev:

$$\mathbf{M}^{\text{Asi Rev}} = \hat{\mathbf{M}}^{\text{Asi Rev}} = \begin{pmatrix} a_1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N^A} & \dots & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & a_{N^A} & \dots & a_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & a_{N^A} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Положительно определённый оператор ААП

$$\hat{\mathbf{E}}^{\text{Asi}} = \hat{\mathbf{M}}^{\text{Asi Rev}} \hat{\mathbf{M}}^{\text{Asi}}. \quad (15)$$

Оператор (15) самосопряжённый: $\hat{\mathbf{E}}^{\text{Asi}} = \hat{\mathbf{E}}^{\text{Asi}^\dagger}$, его диагональные элементы действительны и неотрицательны, нормировка на след даёт матрицу плотности

$$\hat{\rho}^{\text{Asi}} = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\mathbf{E}}^{\text{Asi}})} \hat{\mathbf{E}}^{\text{Asi}}. \quad (16)$$

Свойством идемпотентности оператор (16) не обладает, соответственно и параметр чистоты состояния $\mu = \text{Tr}(\hat{\rho}^{\text{Asi}})^2 < 1$ — сдвиговая инвариантность порождает смешанность состояния вследствие того, что актуализирует внутреннюю коррелированность образов как атрибут информации. Если эталон дельта-коррелирован, то оператор (16) идемпотентен и состояние чистое.

2.4. Предсказание

Рассмотрим те компоненты вектора **Out**, сформированного в слое S оператором (15), что отсутствовали во входном векторе **In** и формируют вокруг восстановленного эталона ореол, показанный на рис. 3б серой заливкой вокруг

залитого чёрным эталоном (при $\mathbf{In} = \mathbf{A}$). Введём для них шкалу с индексом k :

1. Начало отсчёта соответствует первому или последнему пикселу (нейрону) эталонного образа \mathbf{A} , т.е.

$$j^{\mathbf{A}} = 1 \Rightarrow k^- = 0$$

$$j^{\mathbf{A}} = N^{\mathbf{A}} \Rightarrow k^+ = 0,$$

если размерность входного вектора \mathbf{In} меньше, чем эталонного \mathbf{A} , то начало отсчёта соответствует первой (или последней) компоненте \mathbf{In} , т.е.

$$j^{\mathbf{In}} = 1 \Rightarrow k^- = 0$$

$$j^{\mathbf{In}} = N^{\mathbf{In}} \Rightarrow k^+ = 0;$$

2. Индексы k принимают положительные значения k^+ вне области определения входного вектора \mathbf{In} .

Введём индекс jr , показывающий отстояние j -го пиксела (нейрона) от первого ($j = 1$) или последнего ($j = N^{\mathbf{In}}$) пиксела входного вектора \mathbf{In} . Тогда, опустив громоздкие, но несложные выкладки, получим выражение для k^+ -ой, т.е. относительно $j = N^{\mathbf{A}}$, компоненты вектора \mathbf{Out} :

$$\begin{aligned} out_{k^+} = \\ = \sum_{jr=0}^{N^{\mathbf{In}}-1} in_{N^{\mathbf{In}}-jr} \left\{ \left[N^{\mathbf{In}} - (k^+ + jr) \right] c_{(k^++jr)} \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $c_{(k^++jr)}$ — амплитуда (k^++jr) -го отсчёта функции корреляции входного \mathbf{In} и эталонного векторов \mathbf{A} . Для k^- -ой компоненты, т.е. отсчитываемой от противоположного края входного вектора с индексом $j = 1$, выражение (17) отличается только индексом при компоненте in — там стоит сам индекс jr .

Выражение (17) описывает взвешенную суперпозицию смещённых эталонов — экстраполяцию по модели линейной регрессии [18]. Линейная регрессия даёт оптимальное по критерию минимума среднего квадрата погрешности предсказание для центрированных стационарных случайных процессов, если функциональный коэффициент регрессии, т.е. член в фигурных скобках в (17), удовлетворяет условию

$$\begin{aligned} \sum_{jr=0}^{N^{\mathbf{In}}-1} \left\{ \left[N^{\mathbf{In}} - (k + jr) \right] c_{(k+jr)} \right\} \times \\ \times C_{|jr-\zeta|} = C_{k+\zeta}, \end{aligned} \quad (18)$$

где ζ — индекс в слое корреляций R , отсчитываемый от соответствующего ГМ АКФ, C_{ζ} — ковариационная функция процесса, т.е. теоретическая [18].

В выражении (18) множитель $[N^{\mathbf{In}} - (k + jr)]$ описывает зависимость количества компонент входного вектора, дающих вклад в k -ю компоненту предсказания, обусловленную ограниченностью кадрового окна, формально — размерности подпространства, в котором определён вектор \mathbf{In} . Ограниченность апертуры обуславливает и отличие измеренной функции корреляции $c_{(k+jr)}$ от теоретической C_{ζ} . В результате амплитуда предсказания спадает с ростом k .

У сингулярного процесса, например, гармонического, теоретическая функция C_{ζ} также периодическая и влияние ограниченности апертуры для k небольших, сравнительно с базой предсказания $N^{\mathbf{In}}$, в первом приближении может быть аппроксимировано коэффициентом

$$K_k = \left[N^{\mathbf{In}} - (k + jr) \right]^{-2}. \quad (19)$$

При записи тонкой мультиплексной голограммы имеем обработку суперпозиции и, в зависимости от вида нелинейной функции ОВФ-зеркала:

а) выбор из суперпозиции эталонов (12), если нелинейность ОВФ-зеркала выделяет из корреляционных функций только ГМ АКФ;

б) предсказание как суперпозицию (17), если нелинейная функция ОВФ-зеркала выделяет боковые максимумы корреляционной функции и режектирует ГМ АКФ — последнее необходимо при $N^{\mathbf{In}} < N^{\mathbf{A}}$, при $N^{\mathbf{In}} = N^{\mathbf{A}}$ оно не актуально.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для иллюстрации на рис. 4а приведено предсказание гармонической функции для условий $N^{\mathbf{In}} = N^{\mathbf{A}} = 512$ и полной глубины предсказания $k \in [1, 511]$, на рис. 4б — предсказание случайной функции со степенным спектром амплитуд: показатель степени $p = -1,75$, $N^{\mathbf{In}} = N^{\mathbf{A}} = 512$.

Выход пунктирной кривой за пределы диапазона эталона $[-1, 1]$ на рис. 4а показывает, что для значений k на больших глубинах предсказания, сравнимых с его базой $N^{\mathbf{In}}$,

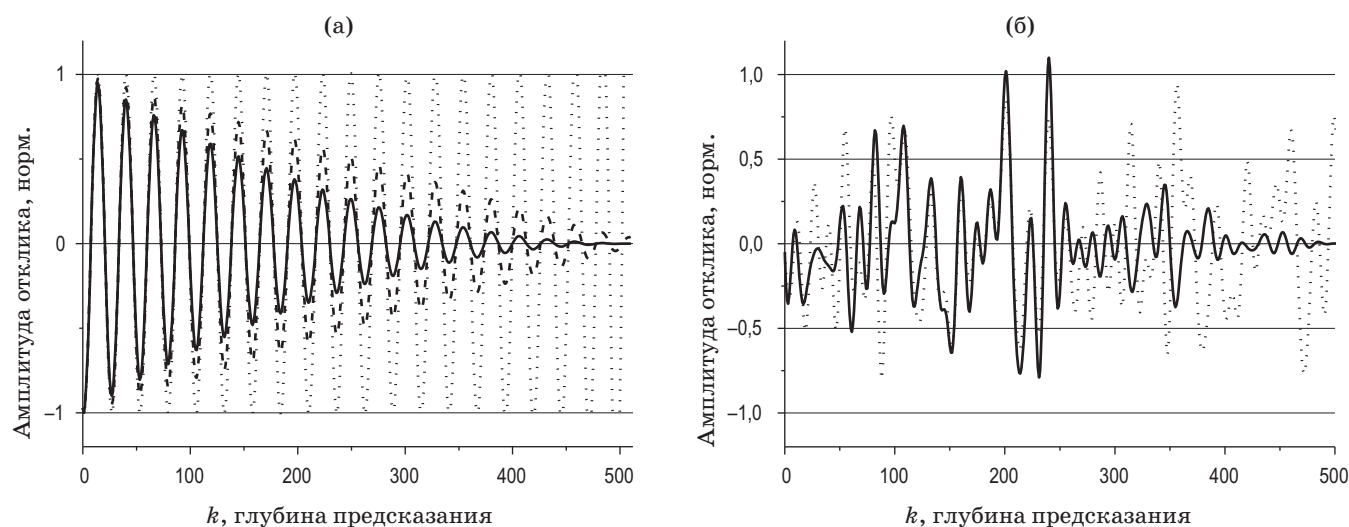


Рис. 4. (а) Предсказание гармонической функции при $N^{\text{In}} = N^{\text{A}}$: сплошная линия — по модели (17), штриховая — с нормировкой на $[N^{\text{In}} - (k + j_r)]$, пунктир — с нормировкой (19). (б) Предсказание функции со степенным спектром при $N^{\text{In}} = N^{\text{A}}$: сплошная линия — предсказание (17), пунктир — эталонное продолжение реализации

Fig. 4. (a) Prediction of the harmonic function under $N^{\text{In}} = N^{\text{A}}$: continuous line — according to the model (17), stroke — with normalization by $[N^{\text{In}} - (k + j_r)]$, dashed — with normalization (19). (b) Prediction of a function with a degree spectrum under $N^{\text{In}} = N^{\text{A}}$: a continuous line — prediction (17), dashed — the reference continuation of the implementation

вследствие ограниченности кадрового окна отличие измеренной корреляционной функции s от теоретической C_ζ даже для гармонического процесса уже не может быть аппроксимировано линейно $[N^{\text{In}} - (k + j_r)]$.

Предсказание с коррекцией спада коэффициентом (19) на рис. 4б не показано, поскольку на больших глубинах предсказания его амплитуда более, чем в 6 раз превышает амплитуду эталонного продолжения, т.е. необходим учёт отличия используемой в реальности измеренной корреляционной функции $c_{(k+j_r)}$ от требуемой моделью линейного предсказателя (18) теоретической C_ζ [18].

На рис. 4б хорошо заметна частичная потеря разрешения предсказания относительно продолжения эталонной реализации. Эта потеря разрешения может быть компенсирована в пространстве Фурье введением на шаге $R \rightarrow S$ инверсного фильтра вместо согласованного, работающего на этапе $S \rightarrow R$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотренные схемы — голографическая на рис. 1 и адекватная схеме с объёмной голограммой Фурье НС «звезда

Гроссберга» на рис. 2 — вполне классические. При однонаправленном прохождении оптического излучения они реализуют неразрушающее измерение. Измерение как переход в одно из состояний из суперпозиции собственных реализуется обращением волнового фронта в слое корреляций, при линейном ОВФ это состояние единственное — в силу классического параллелизма схема обрабатывает суперпозицию эталонов, но выбора из неё нет. Возможность выбора из суперпозиции собственных векторов даёт нелинейность передаточной функции ОВФ-зеркала, но этот выбор однозначно детерминирован нелинейностью ОВФ, случайность выбора как атрибут квантовой системы в рассмотренных схемах отсутствует.

Инвариантность к сдвигу, обеспечиваемая тонкой голограммой Фурье, позволяет расширить спектр реализуемых моделей от ассоциативной памяти как выбора из суперпозиции эталонов, к выбору взвешенной суперпозиции смещённых версий эталона, описываемой моделью линейного предсказания.

В контексте искусственного интеллекта выбор из суперпозиции эталонов при нелинейном обращении волнового фронта с фильтрацией глобального максимума авто-

корреляционной функции реализует самостоятельное ассоциирование независимых фрагментов информации, лежащее в основе способности к самостоятельному мышлению. Механизм предсказания, реализуемый схемой с тонкой голограммой Фурье, лежит в основе как восприятия информации, так и

интуиции, относимой некоторыми авторами к категории квантово-подобных феноменов [19]. Но, как показано в статье, механизмы и выбора, и предсказания вполне классические, не требующие обращения к квантовой механике на уровне физики используемых явлений.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Ораевский А.Н. О квантовых компьютерах // Квантовая электроника. 2000. Т. 30. № 5. С. 457–458. <https://www.mathnet.ru/rus/qe1742>
Oraevsky A.N. On quantum computers // Quantum Electronics. 2000. V. 30. № 5. P. 457–458. <https://doi.org/10.1070/QE2000v030n05ABEH001742>
- Ораевский А.Н. Квантовый компьютер? Коherentный компьютер! // Оптика и спектроскопия. 2001. Т. 91 № 3. С. 467–470.
Oraevsky A.N. Quantum computers?... Coherent computers! // Optics and Spectroscopy. 2001. V. 91. № 3. P. 438441. <https://doi.org/10.1134/1.1405225>
- Peruš M. Neural Networks as a basis for quantum associative networks // Neural network world. 2000. V. 10. P. 1001–1013.
- Feinman R.P. The theory of positrons // Physical Review. 1949. V. 76. P. 749. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.76.749>
- Loo C.K., Peruš M., Bischof H. Object recognition using quantum holography with neural-net preprocessing // Journal of Optical Technology. 2005. V. 72. № 5. P. 358–363. <https://doi.org/10.1364/JOT.72.000358>
- Ishikawa S. Fuzzy inferences by algebraic method // Fuzzy Sets and Systems. 1997. V. 87. № 2. P. 181–200. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(96\)00035-8](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00035-8)
- Ishikawa S. A quantum mechanical approach to a fuzzy theory // Fuzzy Sets and Systems. 1997. V. 90. № 3. P. 277–306. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(96\)00114-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00114-5)
- Ishikawa S. Fuzzy logic in measurements // Fuzzy Sets and Systems. 1998. V. 100. № 1–3. P. 291–300. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(97\)00154-1](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(97)00154-1)
- Busemeyer J.R., Pothos E.M., Franco R., Trueblood J.S. A quantum theoretical explanation for probability judgment “errors” // Psychological Review. 2011. V. 118. № 2. P. 193–218. <https://doi.org/10.1037/a0022542>
- Khrennikov A. Quantum-like modeling of cognition // Frontiers in Physics. 2015. V. 3. P. 77. <https://doi.org/10.3389/fphy.2015.00077>
- Adams B., Petruccione F. Quantum effects in the brain: a review // AVS Quantum Sci. 2020. V. 2. № 022901. <https://doi.org/10.1116/1.5135170>
- Менский М.Б. Концепция сознания в контексте квантовой механики // Успехи физических наук. 2005. Т. 175. № 4. С. 413–435. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0175.200504c.0413>
Menskii M.B. Concept of consciousness in the context of quantum mechanics // Physics — Uspekhi. 2005. V. 48. № 4. P. 389–409. <https://doi.org/10.1070/PU2005v048n04ABEH002075>
- Желтиков А.М. Критика квантового разума: измерение, сознание, отложенный выбор и утраченная когерентность // Успехи физических наук. 2018. Т. 81. № 10. С. 1119–1128. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.06.038155>
Zheltikov A.M. The critique of quantum mind: measurement, consciousness, delayed choice, and lost coherence // Physics — Uspekhi. 2018. V. 61. № 10. P. 1016–1025. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.06.038155>
- Busemeyer J.R., Fakhari P., Kvam P. Neural implementation of operations used in quantum cognition // Progress in Biophysics and Molecular Biology. 2017. V. 130. P. 53–60. <https://doi.org/10.1016/j.pbiomolbio.2017.04.007>
- Павлов А.В., Орлов В.В. Моделирование механизмов квантовой логики методом наложенных голограмм Фурье, основанным на нелинейности экспозиционных характеристик голографических регистрирующих сред // Квантовая электроника. 2019. Т. 49. № 3. С. 246–252. <https://doi.org/10.1070/qe16996>
Pavlov A.V., Orlov V.V. Modelling the mechanisms of quantum logic using the method of superimposed Fourier holograms based on the nonlinearity of the exposure characteristics of holographic recording media // Quantum Electronics. 2019. V. 49. № 3. P. 246–52. <https://doi.org/10.1070/QEL16748>
- Павлов А.В. Моделирование квантово-подобных когнитивных феноменов методом голографии Фурье: задача выбора альтернатив // Компьютерная оптика. 2021. Т. 45. № 4. С. 551–561. <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-830>
Pavlov A.V. Modeling of quantum-like cognitive phenomena by the Fourier-holography technique under the choice of alternatives // Computer Optics. 2021. V. 45. № 4. P. 551–561. <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-830>
- Павлов А.В., Гаугель А.О. Моделирование методом голографии Фурье ментальных особенностей лица, принимающего решение // Компьютерная оптика. 2023. Т. 47. № 3. С. 398–406. <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-1189>
Pavlov A.V., Gagul A.O. Modeling mental peculiarities of a decision maker by a Fourier holography technique // Computer Optics. 2023. V. 47. № 3. P. 398–406. <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-1189>
- Grimmett G.R., Stirzaker D.R. Probability and random processes. Third ed. NY: Oxford University Press Inc., 2001. 596 p.
- Менский М.Б. Интуиция и квантовый подход к теории сознания // Вопросы философии. 2015.

№ 4. С. 48–57. <https://pq.iphras.ru/article/view/4168>
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_23324927_23516976.pdf

Mensky M.B. Intuition and the quantum approach to the theory of consciousness // Social Sciences. 2015. V. 46. № 2. P. 65–77. <https://on-demand.eastview.com/browse/doc/46304669>

20. Born M. Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge // Zeitschrift für Physik. 1926. V. 37. №12. P. 863–867. <https://doi.org/10.1007/BF01397477> (in German); English translation: On the quantum mechanics of collisions, in Quantum theory and measurement, section I.2. / J.A. Wheeler and W.H. Zurek, eds. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1983. 839 p.

АВТОР

Александр Владимирович Павлов — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, доцент Университета ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия; Scopus ID: 57194599427; <https://orcid.org/0000-0001-6706-6619>, avpavlov@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 15.07.2024
Одобрена после рецензирования 16.01.2025
Принята к печати 30.04.2025

AUTHOR

Alexander V. Pavlov — Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Senior Researcher, Docent of the ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia; Scopus ID: 57194599427; <https://orcid.org/0000-0001-6706-6619>, avpavlov@itmo.ru

The article was submitted to the editorial office 15.07.2024
Approved after review 16.01.2025
Accepted for publication 30.04.2025