

ИКОНИКА – НАУКА ОБ ИЗОБРАЖЕНИИ

УДК 621.397.3

СПЕКТРАЛЬНЫЙ СПОСОБ ОЦЕНКИ ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ ТОЧКИ В ЗАДАЧЕ УСТРАНЕНИЯ ИСКАЖЕНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2017 г. В. С. Сизиков, доктор техн. наук

Университет ИТМО, Санкт-Петербург

E-mail: sizikov2000@mail.ru

Дано дальнейшее развитие способа оценки параметров функции рассеяния точки (ФРТ) на основе спектра Фурье искаженного изображения. Этот способ позволяет оценить параметры ФРТ: угол θ и значение Δ смазывания изображения, а также размер ρ или σ пятна дефокусирования изображения, что важно для повышения точности восстановления изображения. Спектр смазанного изображения сжимается в направлении смаза, что даёт возможность оценить θ и Δ . Спектр дефокусированного изображения также сжимается и тем сильнее, чем больше размер пятна дефокусирования. Выведены новые, более точные оценки параметров дефокусирования ρ с использованием функции Бесселя и σ по правилу “трёх сигм”, а также оценки параметров смаза θ и Δ с использованием частоты Найквиста. Приведены численные примеры применения данной методики. Развиваемая методика может быть использована для повышения точности восстановления смазанных и дефокусированных изображений путем их математической обработки.

Ключевые слова: искажения изображения (смазывание, дефокусирование), функция рассеяния точки, параметры искажения, спектр фурье-изображения, функция Бесселя, MatLab.

Коды OCIS: 100.0100.

Поступила в редакцию 10.10.2016.

Введение

Различными устройствами (фотоаппаратами, видеокамерами, телескопами, микроскопами, томографами и т.д.) регистрируются изображения объектов (людей, животных, текстов, космических объектов, биологических микроорганизмов, номерных знаков автомобилей и т.д.). При этом изображение может быть смазано (из-за движения устройства или объекта) или дефокусировано (из-за неправильной установки фокуса и т.д.).

Изображение может быть восстановлено путём математической и компьютерной обработки ([1–13] и др.). Такая задача обычно выполняется путём решения интегральных уравнений Фредгольма I рода [1–3, 5, 7–13]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x-\xi)w_y(\xi)d\xi = g_y(x) + \delta g, \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x-\xi, y-\eta)w(\xi, \eta)d\xi d\eta = g(x, y) + \delta g, \quad (2)$$

где h – функция рассеяния точки (ФРТ, PSF) или аппаратная функция, обычно пространственно-инвариантная (разностная), w и g – распределение интенсивности по истинному и искажённому изображениям соответственно, δg – шум, x и ξ направлены вдоль смаза, а y и η перпендикулярно смазу.

Задача решения уравнений I рода (1) и (2) является некорректной [1, 5, 8, 10]. Поэтому мы будем использовать для их решения устойчивые методы – регуляризации Тихонова [1, 3, 5–11] и параметрической фильтрации Винера [5, 6, 10, 11]. Например, решение уравнения (2)

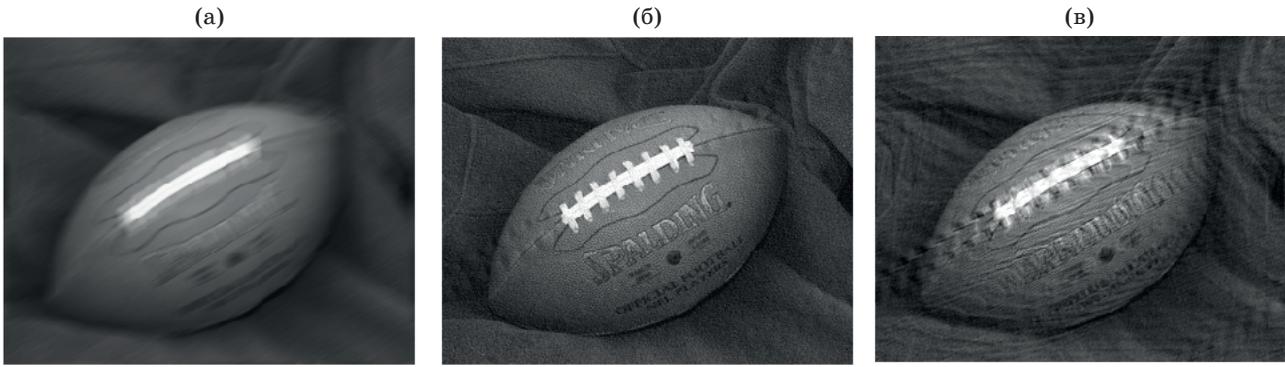


Рис. 1. Обработка смазанного изображения. а – изображение football.jpg 256×320 пкс, смазанное под углом $\theta = 30^\circ$, смаз $\Delta = 15$ пкс; б – изображение, восстановленное при точных параметрах θ и Δ ($K = 10^{-4}$); в – изображение, восстановленное при ошибочных параметрах $\tilde{\theta} = 32^\circ$, $\tilde{\Delta} = 17$ ($K = 10^{-3}$).

методом параметрической фильтрации Винера равно [10, с. 175]:

$$\omega_K(\xi, \eta) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H^*(\omega_1, \omega_2)G(\omega_1, \omega_2)}{|H(\omega_1, \omega_2)|^2 + K} \times e^{-i(\omega_1\xi + \omega_2\eta)} d\omega_1 d\omega_2, \quad (3)$$

где $K \geq 0$ – параметр (отношение шум/сигнал по мощности), а $H(\omega_1, \omega_2)$ и $G(\omega_1, \omega_2)$ – 2-мерные преобразования Фурье функций $h(x, y)$ и $g(x, y)$ ¹.

Однако даже методы Винера и Тихонова являются весьма чувствительными к погрешностям параметров искажения – значениям Δ и θ смаза, а также ρ или σ дефокусирования изображения, т.е. к неточностям знания ФРТ.

В качестве иллюстрации на рис. 1а приведено изображение football.jpg 256×320×3 пкс (преобразованное в полутоновое изображение), смазанное под углом $\theta = 30^\circ$, смаз $\Delta = 15$ пкс. На рис. 1б представлен результат восстановления изображения путём решения уравнения (1) методом параметрической фильтрации Винера при точных параметрах смаза $\theta = 30^\circ$ и $\Delta = 15$ пкс. При этом использованы m-функции системы MatLab fspecial.m, imfilter.m (прямая задача) и deconvwnr.m (обратная задача) [6, 14]. А на рис. 1в приведено восстановленное изображение при ошибочных значениях параметров смаза $\tilde{\theta} = 32^\circ$ и $\tilde{\Delta} = 17$. Хотя $\tilde{\theta}$ и $\tilde{\Delta}$ незначительно отличаются от точных θ и Δ , восстановление получилось неудовлетворительным (рис. 1в)².

¹ Решение уравнения (2) методом регуляризации Тихонова см. в [10, с. 175–176], а решения уравнения (1) методами Винера и Тихонова см. в [10, с. 93, 88]

² Заметим, что параметр K , входящий в решение (3), был найден путем визуального подбора. Подробнее математические соотношения, касающиеся метода параметрической фильтрации Винера, а также метода регуляризации Тихонова, см. в [5, 6, 10, 11] и др.

Далее на рис. 2 представлен аналогичный пример с дефокусированным изображением.

Эти и другие примеры [1–13, 15–17] говорят об актуальности задачи повышения точности оценки параметров искажения изображения, другими словами, повышения точности знания функции рассеяния точки.

Отметим следующие существующие способы оценки параметров искажения изображения: по штрихам на изображении в случае прямолинейного равномерного смазывания [10, 11], по размытию точек на изображении в случае дефокусирования [5, 10, 11], по спектру Фурье изображения [4, 16, 18] и т.д. Отметим активно развиваемые методы “слепой” и “полуслепой” деконволюции [19] оценки ФРТ. Отметим также работы [3, 9], в которых развит устойчивый алгоритм восстановления изображений при неточно известной аппаратной функции.

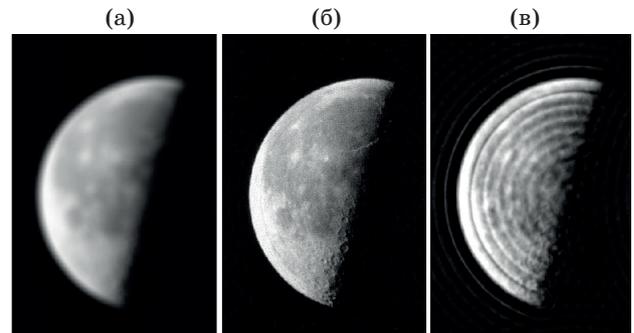


Рис. 2. Обработка дефокусированного изображения. а – изображение moon.tif 537×358 пкс, дефокусированное (ФРТ – однородный диск радиуса $\rho = 10$ пкс); б – изображение, восстановленное при точном значении ρ ($K = 10^{-4}$); в – изображение, восстановленное при ошибочном $\tilde{\rho} = 12$ ($K = 10^{-3}$).

В работе [15] изложен по-новому способ оценки параметров функции рассеяния точки по спектру искажённого изображения (спектральный способ) (ср. [4, 16, 18]). В данной работе находит дальнейшее развитие спектральный способ, в частности, для оценки параметров ФРТ изложены более строгие и обоснованные способы.

Способ оценки параметра дефокусирования изображения

Начнём с дефокусирования изображения, поскольку дефокусирование полнее, чем смазывание, отражает особенности спектральной методики.

Случай ФРТ в виде однородного диска

Сначала рассмотрим простейший вариант, когда каждая точка на объекте превращается на его изображении в однородный круг (диск) радиуса ρ плотности $1/\pi\rho^2$ [10, с. 158]. Это может иметь место в случае тонкой линзы с круговой апертурой [4, с. 100]. Рассмотрим один такой круг. Двумерное преобразование Фурье однородного круга радиуса ρ (его оптическая передаточная функция – ОПФ) выражается через одномерное преобразование Ганкеля [20, с. 69], [21, с. 249]:

$$F(\omega_1, \omega_2) = F(\omega) = \iint_D e^{i(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy = \frac{2\pi}{\pi\rho^2} \int_0^\rho J_0(\omega r) r dr = \frac{2}{\omega^2 \rho^2} \int_0^{\omega\rho} J_0(z) z dz, \quad (4)$$

где D – область круга, $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$, а $J_0(z)$ – функция Бесселя 1-го рода 0-го порядка. Последний интеграл в (4) равен [21, с. 668]

$$\int_0^{\omega\rho} J_0(z) z dz = \omega\rho J_1(\omega\rho), \quad (5)$$

где $J_1(\omega\rho)$ – функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка. Учитывая (5), получим (ср. [4, с. 100], [18, с. 24]):

$$F(\omega) = \frac{2}{\omega\rho} J_1(\omega\rho). \quad (6)$$

На рис. 3 представлена функция Бесселя $J_1(\omega\rho)$ (ср. [21, с. 669], [22, с. 320]). Видим, что $J_1(\omega\rho)$ имеет следующие нули:

$$\omega\rho = 0; 3,84; 7,02; 10,16; 13,32; \dots \quad (7)$$

Эти нули соответствуют чёрным контурам-эллипсам на рис. 4б, а также на более контрастном рис. 4в (модуль спектра) (ср. [4, с. 101]).

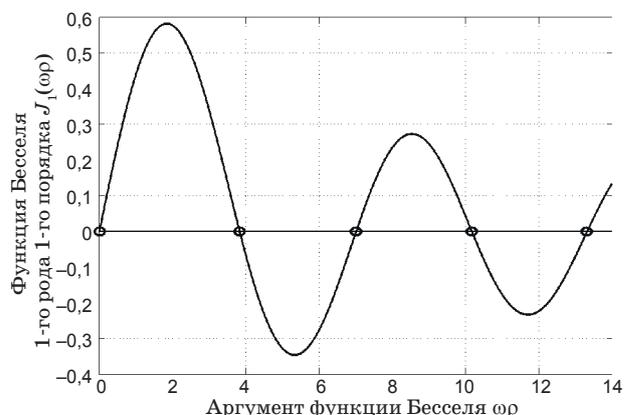


Рис. 3. Функция Бесселя $J_1(\omega\rho)$ 1-го рода 1-го порядка.

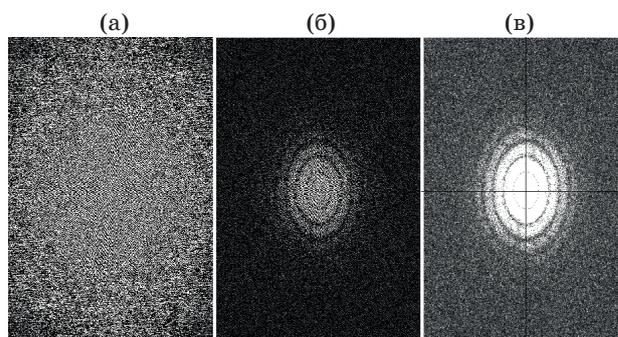


Рис. 4. Двумерное ПФ изображения moon.tif. а – ПФ неискаженного изображения $\text{Re}G(\omega_1, \omega_2)$; б – ПФ дефокусированного изображения $\text{Re}G(\omega_1, \omega_2)$, $\rho = 10$ пкс; в – ПФ дефокусированного изображения $|G(\omega_1, \omega_2)|$, $\rho = 10$ пкс.

Для того чтобы на основе нулей (7) определить ρ , нужно оценить значения частот ω , соответствующих каждому нулю. Оценим сначала значение ω_1 , соответствующее нулю $(\omega\rho)_1 = 3,84$. Пусть изображение (рис. 2) и его спектр (рис. 4) имеют размеры (в пкс) $M \times N$. Рассмотрим горизонтальную (малую) полуось внутреннего (первого) эллипса на рис. 4в.

Учёт дискретизации

Перейдем от непрерывных соотношений к дискретным. Максимальная частота дискретизации на рис. 4в равна $\omega_{\max} = \pi/s = \pi$ (частота Найквиста), так как шаг (step) дискретизации по r равен $s = 1$ пкс. Обозначим отношение ω_1/ω_{\max} через $\omega_{1\text{rel}}$. Это (безразмерное) отношение можно определить на рис. 4в с помощью оператора $d = \text{imdistline}$ (измерение расстояний между точками на изображении в пкс) или по изображению 4в, выводя его на экран и измеряя ω_1 и ω_{\max} в любых, но одинаковых единицах (в мм, см и т.д.),

поскольку ω_{1rel} – безразмерная величина. Тогда сама частота (не в пкс, а в единицах ω_{max}) будет равна $\omega_1 = \omega_{1rel} \omega_{max} = \omega_{1rel} \pi$. Отсюда $\rho = 3,84/\omega_1$.

Такую же операцию можно выполнить по отношению к другим нулям (7) (горизонтальным полуосям других эллипсов на рис. 4в). Получим

$$\rho = 3,84/\omega_1; 7,02/\omega_2; 10,16/\omega_3; 13,32/\omega_4; \dots \quad (8)$$

Аналогичные операции (8) можно выполнить также вдоль вертикальной оси на рис. 4в, учитывая, что вдоль вертикальной оси также $\omega_{max} = \pi$. Отметим при этом, что вертикальная и горизонтальная полуоси каждого эллипса относятся как M/N , если полуоси измерять в пкс, как на рис. 4. Если же их измерять в частотах, то их отношение будет равно единице, т.е. эллипсы в частотной области являются окружностями.

Затем все результаты определения ρ следует усреднить, поскольку значения $\omega_1, \omega_2, \dots$ определяются с некоторыми погрешностями.

Применительно к спектру на рис. 4в получим вдоль горизонтальной оси для внутреннего эллипса $\omega_{1rel} \approx 0,123$, $\omega_1 = \omega_{1rel}\pi \approx 0,386$, $\rho = 3,84/\omega_1 \approx 9,95$. Для второго эллипса $\omega_{2rel} \approx 0,224$, $\omega_2 = \omega_{2rel}\pi \approx 0,703$, $\rho = 7,02/\omega_2 \approx 9,98$.

Вдоль вертикальной оси для внутреннего эллипса имеем $\omega_{1rel} \approx 0,122$, $\omega_1 \approx 0,383$, $\rho = 3,84/\omega_1 \approx 10,02$, для второго эллипса $\omega_{2rel} \approx 0,224$, $\omega_2 \approx 0,703$, $\rho = 7,02/\omega_2 \approx 9,98$.

В среднем $\rho = 9,98 \pm 0,03$, что совпадает с точностью до погрешностей с точным значением радиуса дефокусирования $\rho = 10$ пкс.

Спектр всего изображения

Мы рассмотрели спектр $F(\omega_1, \omega_2)$ только одного однородного круга радиуса ρ . Если же учесть множество кругов (получаемых от разных точек объекта) одинакового радиуса ρ , но разной интенсивности и разных (x, y) -координат на рис. 2а, то получим спектр $G(\omega_1, \omega_2)$ всего изображения, который геометрически не будет отличаться от спектра $F(\omega_1, \omega_2)$ (см. рис. 4), а именно, не изменятся значения осей эллипсов (изменится лишь распределение яркости вдоль спектра).

Сравнение спектров при разных ρ

Важно сопоставить рис. 4а и 4в и объяснить, почему в отсутствие дефокусирования (т.е. при $\rho = 0$) спектр на рис. 4а не содержит контуров типа эллипсов, как на рис. 4в. Это обусловлено тем, что при уменьшении ρ растут полуоси эл-

липсов $\omega_1 = 3,84/\rho$, $\omega_2 = 7,02/\rho$, ... и при $\rho \rightarrow 0$ полуоси $\rightarrow \infty$ и эллипсы исчезают. Однако при этом остается изображение самого объекта (Луны на рис. 2а), содержащего крупные фрагменты, а значит, в частотной области мы получаем квази-эллипсы очень малых (но не нулевых) размеров, создающие “рябь” на рис. 4а.

Устранение дефокусирования

Используя найденное значение ρ , можно восстановить изображение w , используя дефокусированное изображение g (рис. 2а) и ФРТ [10, с. 159]

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\rho^2}, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq \rho, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для этого решаем 2-мерное интегральное уравнение (2) методом параметрической фильтрации Винера согласно (3) (или методом регуляризации Тихонова [10, с. 175–176]). Получим восстановленное изображение w (рис. 2б).

Вывод по простейшей задаче дефокусирования

Если полагать, что ФРТ есть однородный круг радиуса ρ , то спектр дефокусированного изображения хорошо описывается формулой (6), а именно, спектр состоит из набора эллипсов (рис. 4б, 4в); интенсивность спектра убывает с ростом частоты ω (быстрее, чем ω^{-1} , см. (6)); отношение осей каждого эллипса равно M/N в пиксельной области и единице в частотной области; значение ρ можно оценить как $\rho = z_i/\omega_i$, где $z_i = 3,84; 7,02; 10,16; 13,32; \dots$ – нули функции Бесселя $J_1(z)$, а ω_i – частоты, соответствующие нулям z_i , т.е. полуосям эллипсов на рис. 4б, 4в.

Случай ФРТ в виде гауссианы

Теперь рассмотрим более адекватный вариант, когда каждая точка на объекте превращается на его изображении в гауссово осесимметричное пятно, что имеет место, например, при прохождении излучения от объекта через атмосферу [5, с. 268, 384]. В этом случае ФРТ является двумерной осесимметричной гауссианой [4, с. 101], [23]

$$h(r) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}}, \quad (9)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Рассмотрим одно такое пятно. Двумерное преобразование Фурье (ПФ) от гаус-

сианы (9) (оптическая передаточная функция) выражается следующей формулой, более общей, чем формула (4) [20, с. 69], [21, с. 249]:

$$F(\omega) = 2\pi \int_0^{\infty} h(r) J_0(\omega r) r dr = \frac{1}{\sigma_r^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}} J_0(\omega r) r dr \quad (10)$$

или [4, с. 102]

$$F(\omega) = k e^{-\frac{\omega^2}{4} 2\sigma_r^2} = k e^{-\frac{\omega^2}{2} \sigma_r^2} = k e^{-\frac{\omega^2}{2\sigma_\omega^2}}, \quad (11)$$

где k – некоторый коэффициент (не влияющий на дальнейшие результаты).

Однако формулы (10) и (11), в отличие от формул (4)–(7), не дают возможности оценить σ_r так же эффективно, как оценено ρ согласно (6)–(8). Это связано с тем, что в случае, когда ФРТ есть однородный круг, мы имеем чёткие ориентиры – нули функции Бесселя (7) и соответствующие им эллипсы функции $F(\omega_1, \omega_2)$ (рис. 4б, 4в). А в случае, когда ФРТ является гауссианой (9), таких чётких ориентиров нет, так как $F(\omega)$ согласно (11) является гладкой монотонно убывающей функцией ω .

Предлагается следующий способ оценки параметра σ_r .

Двумерные ПФ (спектры) от пятна в виде гауссианы $F(\omega_1, \omega_2)$ и от всего изображения в виде совокупности таких пятен $G(\omega_1, \omega_2)$ вычисляем по m -функции `fft2.m` в системе MatLab. На рис. 5 представлены изображения Луны, дефокусированные с помощью ФРТ (9) при $\sigma_r = 1, 2$ и 4 , а на рис. 6 – их спектры $|G(\omega_1, \omega_2)|$. При этом использованы следующие m -функции: `fspecial.m`, `imfilter.m`, `fft2.m`, `fftshift.m`, `imshow.m` и др. Из рис. 6 видим, что спектры получаются со

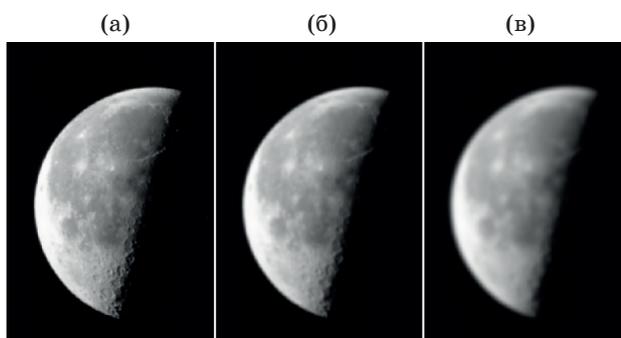


Рис. 5. Дефокусированные изображения Луны (ФРТ в виде гауссианы (9)). а – $\sigma_r = 1$; б – $\sigma_r = 2$; в – $\sigma_r = 4$.

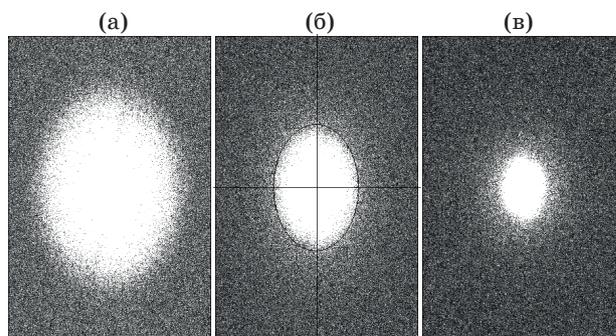


Рис. 6. Спектры $|G(\omega_1, \omega_2)|$ трёх изображений, представленных на рис. 5.

значительной “рябью”, как на рис. 4, что создаёт сложности с определением σ_r .

Для оценки σ_r было использовано правило “трёх сигм” [10, с. 161]. Рассмотрим его на примере рис. 6б. Учтём, что как по горизонтальной, так и по вертикальной осям $\omega_{\max} = \pi$ (частота Найквиста). Проведем эллипс по участку, где $F(\omega) = F(3\sigma_\omega) \approx 0$. Оценив $3\sigma_\omega$ и учитывая, что $\sigma_r = 1/\sigma_\omega$, найдем σ_r :

$$\sigma_r = \frac{3}{3\sigma_\omega}. \quad (12)$$

Учтём далее, что в частотной области значениям $\omega_{\max} = \pi$ и $3\sigma_\omega$ соответствуют в пиксельной области значения $[N/2]$ и $[3\sigma_\omega]$, где $[N/2]$ – ближайшее целое к $N/2$, а $[3\sigma_\omega]$ – значение $3\sigma_\omega$ в пкс. Можно записать пропорцию:

$$\frac{\pi}{3\sigma_\omega} = \frac{[N/2]}{[3\sigma_\omega]},$$

откуда

$$3\sigma_\omega = \frac{\pi}{[N/2]} [3\sigma_\omega]. \quad (13)$$

Объединив (12) и (13), получим окончательно:

$$\sigma_r = \frac{3 [N/2]}{\pi [3\sigma_\omega]}. \quad (14)$$

Результаты обработки спектра на рис. 6б согласно (14) следующие: $N = 358$, $[N/2] = 179$, $[3\sigma_\omega] \approx 74-90$ пкс, в среднем $[3\sigma_\omega] = 82$ пкс; $\sigma_r \approx 1,90-2,31$, в среднем $\sigma_r \approx 2,10 \pm 0,2$, что близко к точному $\sigma_r = 2$.

Способ оценки параметров смазывания изображения

Рассмотрим некоторое смазанное изображение, например, представленное на рис. 1а. Направим ось x вдоль смаза, а y – перпендикуляр-

но смазу. Тогда 2-мерное преобразование Фурье (ПФ) или спектр $G(\omega_1, \omega_2)$ смазанного изображения $g(x, y)$ можно записать в виде набора 1-мерных интегралов [15]

$$G(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{i\omega_1 x} dx \right] e^{i\omega_2 y} dy. \quad (15)$$

Выражение (15) означает, что при каждом значении y вычисляется 1-мерное ПФ (внутренний интеграл в (15)) вдоль x (вдоль смаза)

$$\hat{g}_y(\omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{i\omega_1 x} dx. \quad (16)$$

Оценка значения смаза

Непрерывное ПФ (16) на практике вычисляется через дискретное ПФ. В этом случае шаг дискретизации по x и по y равен $s = 1$ пкс. Максимальные частоты дискретизации по ω_1 и по ω_2 также одинаковы (как в задаче дефокусирования) и равны $\omega_{\max} = \pi/s = \pi$ (частота Найквиста).

Из-за смазывания изображения вдоль x происходит сглаживание высоких частот Фурье ω_1 [4, с. 102], [18, с. 24]. В результате интенсивности высоких частот вдоль оси ω_1 убывают быстрее, чем вдоль ω_2 , и имеет место деформация спектра $G(\omega_1, \omega_2)$ вдоль ω_1 , а именно, изолинии спектра испытывают сжатие вдоль ω_1 (см. рис. 7б, 7в) (ср. [16, с. 308, рис. 9б], [4, с. 98, рис. 4.5]).

Обозначим через $\omega_2 = \omega_{\max} = \pi$ максимальную частоту вдоль ω_2 (см. рис. 7в). Тогда $G(0, \omega_2) = G(\omega_1, 0)$ при $\omega_1 = \pi/\delta_x$ (по аналогии с частотой Найквиста), где δ_x – половина смаза вдоль x в пкс. Такое выражение для ω_1 можно

получить также из первого нуля передаточной функции [4, с. 98], [18, с. 24]

$$G(\omega_1, 0) = \frac{\sin(\delta_x \omega_1)}{\omega_1}.$$

А с учётом дискретизации

$$\omega_1 = \frac{\pi}{\max(s, \delta_x)}. \quad (17)$$

В результате отношение полуосей внутренней изолинии на рис. 7в будет равняться ω_1/ω_2 . Если $\delta_x > s$, то изолиния будет иметь вид сжатого квази-эллипса (рис. 7в). Разделим $\omega_2 = \pi$ на ω_1 согласно (17), получим при $\delta_x \geq s$

$$\delta_x = \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (18)$$

В формуле (18) отношение ω_2/ω_1 можно найти через отношение полуосей внутреннего квази-эллипса на рис. 7в, обозначенных как ω_2 и ω_1 . Тогда искомым смаз Δ_x равен

$$\Delta_x = 2\delta_x = 2 \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (19)$$

Применительно к спектру на рис. 7в было получено по нескольким замерам $\delta_x = \omega_2/\omega_1 \approx 7,65 \pm 0,25$, откуда искомым смаз, согласно (19), получился равным $\Delta_x = 2\delta_x \approx 15,3 \pm 0,5$, что близко к точному значению $\Delta_x = 15$ пкс.

Оценка направления смаза

Оценим также угол смаза θ . По центральному квази-эллипсу на рис. 7б или 7в можно оценить угол $\tilde{\psi}$ (между горизонталью и большой осью квази-эллипса), а также угол $\tilde{\theta} = 90^\circ - \tilde{\psi}$. Однако оценки $\tilde{\psi} \approx 54,7^\circ$, и $\tilde{\theta} \approx 35,3^\circ$ не совпадают с истинными значениями $\psi = 60^\circ$ и $\theta = 30^\circ$. Это связано с тем, что изображение (на рис. 1)

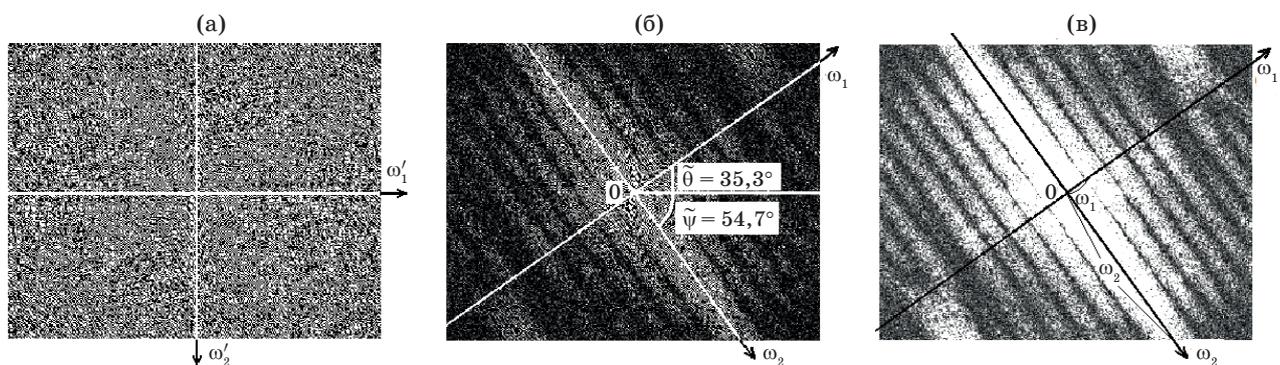


Рис. 7. Двумерное ПФ изображения football.jpg. а – ПФ неискажённого изображения $\text{Re}G(\omega'_1, \omega'_2)$; б – ПФ смазанного изображения $\text{Re}G(\omega_1, \omega_2)$; в – ПФ смазанного изображения $|G(\omega_1, \omega_2)|$.

и его спектр (на рис. 7) являются прямоугольными размерами $M \times N$ ($M = 256$, $N = 320$ пкс). Их отношение $r = M/N = 0,8$. Только при $M = N$, т.е. при $r = 1$ будет равенство $\tilde{\psi} = \psi$ и $\tilde{\theta} = \theta$. В [15] предложен следующий способ оценки истинных ψ и θ .

Учтём, что $\text{tg } \psi$ равен коэффициенту наклона прямой линии, а при растяжении или сжатии изображения, т.е. при изменении r коэффициент наклона изменяется в r раз: $\text{tg } \tilde{\psi} = r \text{tg } \psi$, откуда истинный угол ψ равен

$$\psi = \arctg\left(\frac{\text{tg } \tilde{\psi}}{r}\right) \text{ и } \theta = 90^\circ - \psi. \quad (20)$$

В нашем примере применительно к рис. 7б по формуле (20) получаем $\psi \approx 60^\circ,5$ и $\theta \approx 29^\circ,5$. По нескольким измерениям получаем в результате $\theta = 29^\circ,5 \pm 0,7$, что близко к точному значению угла смаза $\theta = 30^\circ$.

Итак, в результате смазывания изображения меняется его спектр, а именно, в направлении смаза происходит сжатие спектра, а в направлении, перпендикулярном смазу, спектр не испытывает сжатия (рис. 7б, 7в). Как показано, по спектру можно оценить размер смаза Δ_x и угол смаза θ и восстановить изображение, например, методом параметрической фильтрации Винера или регуляризации Тихонова (рис. 16).

Заключение

В работе дано дальнейшее развитие способа оценки параметров дефокусирования и смазывания изображения путем обработки спектра (2-мерного преобразования Фурье) искажённого изображения. В случае, когда функция рассеяния точки (ФРТ) есть однородный диск, предложена оценка радиуса пятна дефокусирования ρ на основе использования функций Бесселя 1-го рода 0-го и 1-го порядков J_0 и J_1 . Спектр дефокусированного изображения содержит набор эллипсов, полуоси которых связаны с нулями функции J_1 . Этот факт, а также использование частот дискретизации позволяет оценить ρ .

Если же ФРТ есть гауссиана, предложен способ оценки параметра σ_r , основанный на правиле “трёх сигм”.

Спектр смазанного изображения также имеет внутренний квази-эллипс, по которому можно оценить угол смазывания θ , а также, используя дискретные частоты эллипса, оценить значение смаза Δ_x вдоль оси x .

Предложенный спектральный способ позволяет:

- определить по спектру, искажено ли в принципе изображение,
- определить характер искажения (смазывание или дефокусирование),
- определить тип ФРТ (однородный диск, гауссиана и т.д.),
- оценить параметры искажения ρ , σ_r , θ , Δ_x .

Это даёт возможность более точно оценить функцию рассеяния точки (ФРТ, PSF) и восстановить изображение путём решения некорректных интегральных уравнений [1–3, 7–13, 23–25].

Например, в работе [15] приведена томограмма (рис. 8а), по которой трудно определить, искажена ли она, тем более, оценить параметры искажения, а по её спектру $|G(\omega_1, \omega_2)|$ (рис. 8б) уверенно определяется, что она, во-первых, искажена, во-вторых, смазана и, в-третьих, по спектру можно оценить параметры смаза θ и Δ_x .

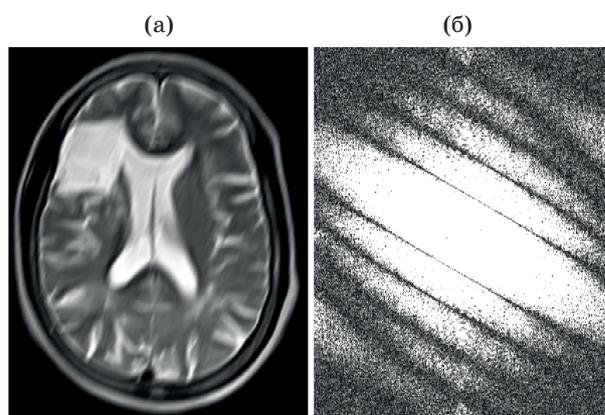


Рис. 8. Смазанная томограмма (а) и её спектр $|G(\omega_1, \omega_2)|$ (б).

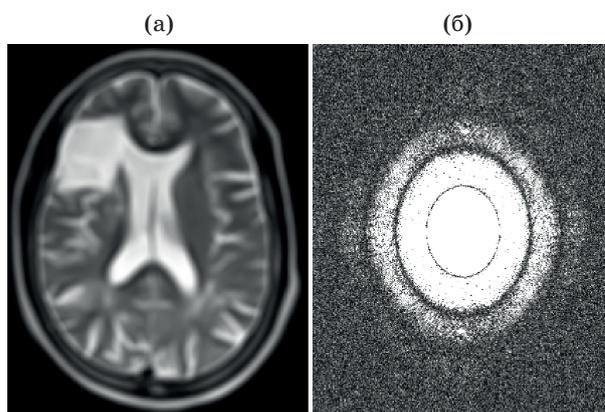


Рис. 9. Дефокусированная томограмма (а) и её спектр $|G(\omega_1, \omega_2)|$ (б).

В этой же работе [15] приведена томограмма (рис. 9а), по которой также трудно установить факт искажения и параметры искажения, а по её спектру (рис. 9б) уверенно определяется, что она, во-первых, искажена, во-вторых, дефокусирована, причем ФРТ есть однородный диск и, в-третьих, по спектру можно оценить параметр дефокусирования ρ .

В заключении отметим статью [26], посвященную оценке ФРТ на основе информации

о границах раздела типа “лес–просека” с использованием градиентов изображения. Отметим также статью [27], в которой предложен итерационный алгоритм оценки параметра σ , в ядре одномерного интегрального уравнения в случае, когда искомое решение имеет разрывы (этот алгоритм может быть применён для оценки параметра ФРТ).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00442).

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В. Обратные задачи обработки фотоизображений // Некорректные задачи естествознания / Под ред. Тихонова А.Н., Гончарского А.В. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 185–195.
2. Горшков А.В. Улучшение разрешения изображений при обработке данных физического эксперимента и нахождение неизвестной аппаратной функции по программам пакета REIMAGE // Приборы и техника эксперимента. 1995. № 2. С. 68–78.
3. Воскобойников Ю.Е., Мухина И.Н. Локальный регуляризирующий алгоритм восстановления контрастных сигналов и изображений // Автометрия. 2000. № 3. С. 45–53.
4. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П., Перетягин Г.И., Спектор А.А. Цифровая обработка изображений в информационных системах. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. 352 с.
5. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2006. 1072 с.
6. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006. 616 с.
7. Donatelli M., Estatico C., Martinelli A., Serra-Capizzano S. Improved image deblurring with antireflective boundary conditions and re-blurring // Inverse Problems. 2006. V. 22. P. 2035–2053.
8. Hansen P.C., Nagy J.G., O’Leary D.P. Deblurring images: matrices, spectra, and filtering. Philadelphia: SIAM, 2006. 130 p.
9. Воскобойников Ю.Е. Комбинированный нелинейный алгоритм восстановления контрастных изображений при неточно заданной аппаратной функции // Автометрия. 2007. Т. 43. № 6. С. 3–16.
10. Сизиков В.С. Обратные прикладные задачи и MatLab. СПб.: Лань, 2011. 256 с.
11. Сизиков В.С., Экземпляров Р.А. Последовательность операций при фильтрации шумов на искажённых изображениях // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 1. С. 39–48.
12. Сидоров Д.Н. Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. 293 с.
13. Sidorov D. Integral dynamical models: singularities, signals and control. Singapore–London: World Sci. Publ., 2014. 243 p.
14. Дьяконов В., Абраменкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. СПб.: Питер, 2002. 608 с.
15. Сизиков В.С. Оценка функции рассеяния точки по спектру искажённого томографического изображения // Оптический журнал. 2015. Т. 82. № 10. С. 13–17.
16. Бейтс Р., Мак-Доннелл М. Восстановление и реконструкция изображений. М.: Мир, 1989. 336 с.
17. Donatelli M., Huckle T., Mazza M., Sesana D. Image deblurring by sparsity constraint on the Fourier coefficients // Numerical Algorithms. 2016. V. 72. № 2. P. 341–361.
18. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 304 с.
19. Yan L., Lin H., Zhong S., Fang H. Semi-blind spectral deconvolution with adaptive Tikhonov regularization // Applied Spectroscopy. 2012. V. 66. № 11. P. 1334–1346.

20. *Брейсуэлл Р.* Преобразование Хартли. М.: Мир, 1990. 175 с.
21. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.
22. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Изд. 13-е. М.: Наука, 1986. 544 с.
23. *Арефьева М.В., Сысоев А.Ф.* Быстрые регуляризирующие алгоритмы цифрового восстановления изображений // Вычислит. методы и программирование. 1983. В. 39. С. 40–55.
24. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. Сойфера В.А. М.: Физматлит, 2001. 784 с.
25. *Petrov Yu.P., Sizikov V.S.* Well-posed, ill-posed, and intermediate problems with applications. Leiden–Boston: VSP, 2005. 234 p.
26. *Протасов К.Т., Белов В.В., Молчунов Н.В.* Восстановление изображений с предварительным оцениванием функции рассеяния точки // Оптика атмосферы и океана. 2000. Т. 13. № 2. С. 139–145.
27. *Антонова Т.В.* Методы идентификации параметра в ядре уравнения первого рода типа свёртки на классе функций с разрывами // Сибирский журнал вычислительной математики. 2015. Т. 18. № 2. С. 107–120.