# ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА И ТЕХНИКА

УДК 535.36

## ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ КОМПРЕССИИ И УСИЛЕНИЯ СВЕРХКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ В ПЛАЗМЕ И СЖАТЫХ ГАЗАХ

© 2007 г. **Е. В. Ермолаева**; **В. Г. Беспалов**, доктор физ.-мат. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: erm_lena@mail.ru

В работе проведено исследование особенностей процесса вынужденного комбинационного рассеяния для усиления и компрессии импульсов фемтосекундной длительности. Проанализированы основные закономерности процесса, выявлены негативные факторы, снижающие эффективность перекачки энергии, определены оптимальные условия процесса для получения наибольшей эффективности преобразования энергии.

Коды OCIS: 320.0320.

*Поступила в редакцию 04.04.2007.*

### Введение

Получение сверхкоротких лазерных импульсов высокой мощности является одной из наиболее актуальных тем исследований в области фемтосекундных импульсов в последние годы. Важность данной проблемы обуславливается возможностями использования таких импульсов для создания рентгеновских лазеров, лазерных ускорителей элементарных частиц и т. д.

Одним из наиболее распространенных методов генерации сверхкоротких импульсов является нелинейная компрессия на основе процессов вынужденного рассеяния – Мандельштама–Бриллюэна и вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) [1, 2]. В данной работе представлены результаты исследования процессов компрессии фемтосекундных импульсов с использованием методов обратного и попутного ВКР в сжатых газах.

В качестве среды для обратного ВКР нами была выбрана плазма [3, 4], поскольку в этой среде отсутствует термический порог пробоя, а для каждого нового лазерного импульса можно использовать вновь образованную плазму. Основной задачей исследования мы выбрали изучение влияния неоднородности плазмы и формы предымпульса стоксовой волны на эффективность перекачки энергии.

Процесс попутного ВКР рассматривался нами в сжатых газах. На первом шаге исследований в приближении плоских волн мы определили оптимальные условия среды и начальные параметры взаимодействующих пучков, позволяющие достичь максимальной эффективности преобразования. Далее мы провели расчеты по учету влияния дифракционных эффектов на процесс формирования стоксова импульса. Для сравнительного анализа нами были рассмотрены пучки различной пространственной формы: гауссовы, супергауссовы и бессель-гауссовы. Основываясь на результатах численных расчетов, мы сделали вывод, что для достижения наилучших условий компрессии в начальное распределение волны накачки и волны Стокса необходимо ввести фазовую расстройку, которая, аналогично плазменной неоднородности, приводила бы к устранению энергообмена между волнами в нежелательных областях и концентрации энергии в одиночном стоксовом пике.

### Основные уравнения

*Обратное ВКР для случая плоских волн*

Процесс вынужденного комбинационного рассеяния хорошо описывается системой трехволнового взаимодействия в приближении медленно меняющихся амплитуд и фаз

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{V_p}\frac{\partial}{\partial t}\right]e_p=\frac{ig}{2}\left(\frac{\omega_p}{\omega_s}\right)e_s q e^{-2ik_s z},$$
$$\left[-\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{V_s}\frac{\partial}{\partial t}\right]e_s=\frac{ig}{2}e_p q^* e^{2ik_s z}, \qquad (1)$$
$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{T_2}+i\varphi\left(z-z_0\right)\right]q=\frac{i}{T_2}e_s^* e_p e^{2ik_s z}.$$

Здесь $|e_p|^2=I_p$, $|e_s|^2=I_s$ – плотности интенсивностей волн накачки и Стокса, $q$ – амплитуда фононной волны, $g$ – коэффициент стационарного ВКР, $T_2$ –

время дефазировки молекулярных колебаний, $V_{p,s}$, $\omega_{p,s}$ и $k_{p,s}$ – групповые скорости, центральные частоты и волновые числа волн накачки и Стокса, $\varphi$ – параметр нелинейности среды, $z_0$ – точка распада.

*Попутное ВКР*

Случай попутного ВКР в однородной среде без фазового набега может быть описан следующей системой уравнений, учитывающей пространственное распределение пучков:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{V_p}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{i}{2k_p}\Delta_\perp\right]e_p=ig\left(\frac{\omega_p}{\omega_s}\right)\frac{e_s q}{2},$$
$$\left[\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{V_s}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{i}{2k_s}\Delta_\perp\right]e_s=ig\frac{e_p q^*}{2}, \qquad (2)$$
$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{T_2}\right]q=i\frac{e_s^* e_p}{T_2},$$

где $\Delta_\perp=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$ – член, учитывающий дифракцию взаимодействующих волн, записанный в цилиндрических координатах для пучков с осевой симметрией.

## Начальные условия

*Обратное ВКР*

Исследуя процесс обратного ВКР в плазме, мы не учитывали дифракцию взаимодействующих волн, рассматривая лишь плоские пучки следующей формы:

$$e_p(z=0,t)=\sqrt{I_{p0}}\exp\left(-2\ln 2\left[\left(t-t_{p0}\right)/\tau_{p0}\right]^2\right), \qquad (3а)$$
$$e_p(z=L,t)=0.$$

$$e_s(z=L,t)=\sqrt{I_{s0}}\exp\left(-2\ln 2\left[\left(t-t_{s0}\right)/\tau_{s0}\right]^2\right), \qquad (3б)$$
$$e_s(z=0,t)=0.$$

Здесь и далее $I_{p0}$, $I_{s0}$ – начальные пиковые интенсивности взаимодействующих волн, $2\tau_{p0}$, $2\tau_{s0}$ – начальные длительности волн накачки и Стокса на уровне $e^{-1}$.

Интенсивность фононной волны во всех точках среды в начальный момент времени полагалась равной нулю.

*Попутное ВКР*

Первоначально процесс попутного ВКР исследовался нами для пучков гауссовой и супергауссовой формы с осевой симметрией

$$e_p(z=0,t,r)=$$
$$=\sqrt{I_{p0}\exp\left(-\left[\left(t-t_{p0}\right)/\tau_{p0}\right]^2\right)}\exp\left(-\left(r/R_{p0}\right)^n\right), \qquad (4а)$$

$$e_s(z=0,t,r)=$$
$$=\sqrt{I_{s0}\exp\left(-\left[\left(t-t_{s0}\right)/\tau_{s0}\right]^2\right)}\exp\left(-\left(r/R_{s0}\right)^n\right), \qquad (4б)$$

где $R_{p0}$, $R_{s0}$ – радиусы перетяжки пучков накачки и Стокса, $n$ – степень, определяющая порядок гауссовой формы: для гауссовых пучков $n = 2$, для супергауссовых $n = 4, 6$.

В последующих расчетах, желая снизить влияние дифракционных эффектов на компрессию сверхкоротких пучков, мы взяли в качестве начальных условий бессель-гауссовы пучки

$$e_p(z=0,t,r)=$$
$$=\sqrt{I_{p0}\exp\left(-\left[\left(t-t_{p0}\right)/\tau_{p0}\right]^2\right)}J_n^2(\beta r)\exp\left(-r^2/R_{p0}^2\right), \qquad (5а)$$

$$e_s(z=0,t,r)=$$
$$=\sqrt{I_{s0}\exp\left(-\left[\left(t-t_{s0}\right)/\tau_{s0}\right]^2\right)}J_n^2(\beta r)\exp\left(-r^2/R_{p0}^2\right), \qquad (5б)$$

где $J_n(\beta r)$ – функция Бесселя $n$-ого порядка, $n = 0, 1$; $\beta$ – параметр бесселева пучка.

## Численное моделирование

*Обратное ВКР для случая плоских волн*

Первым шагом в решении системы (1) для случая обратного ВКР в отсутствие дифракционных членов является интегрирование уравнения для фононной волны [5]. Далее полученный интеграл можно подставить в первые два уравнения (1), после чего, проведя ряд математических упрощений, мы получим следующую систему из двух уравнений для дальнейшего решения:

$$\frac{\partial e_p}{\partial z}+\frac{1}{V_p}\frac{\partial e_p}{\partial t}=$$
$$=\frac{ig}{2}\frac{\omega_p}{\omega_s}e_s\frac{1}{T_2}\int_0^t e_p(z,\tau)e_s^*(z,\tau)e^{-(t-\tau)/T_2(z)}d\tau, \qquad (6а)$$

$$-\frac{\partial e_s}{\partial z}+\frac{1}{V_s}\frac{\partial e_s}{\partial t}=$$
$$=\frac{g}{2}e_p\frac{1}{T_2}\int_0^t e_p^*(z,\tau)e_s(z,\tau)e^{-(t-\tau)/T_2(z)}d\tau, \qquad (6б)$$

где $\frac{1}{T_2(z)}=\frac{1}{T_2}+i\varphi\left(z-z_0\right)$. Значения интегралов в пра-

вых частях уравнений на каждом шаге расчета по $z$ мы рассчитывали по формуле трапеций.

Для получения решения на шаге $z_{n+1}$ мы использовали итеративный подход. В первом приближении аппроксимация производных функций $e_p(z, t)$ и $e_s(z, t)$ проводилась через значения в узлах расчетной сетки, уже известные из предыдущих шагов. Далее мы уточняли решение, используя полученные приближенные значения в качестве начальных условий аппроксимации, до тех пор, пока максимальная разность значений функций двух последних приближений не становилась меньше значения выбранной нами погрешности.

### *Попутное ВКР с учетом дифракционных эффектов*

Для решения системы (2), описывающей попутное распространение волн в среде, мы осуществили переход в бегущие координаты $z' = z - ct$, $t' = t$, что позволило убрать из левой части уравнений для волн накачки и Стокса производную по времени. Для учета дисперсии групповых скоростей волн накачки и Стокса мы сдвигали волну Стокса во времени на необходимое количество шагов для каждого пройденного сантиметра среды.

Первые два уравнения системы (1) удобно решать применяя метод расщепления по координатам [6]: каждое уравнение представляется в виде суммы двух операторов $\dfrac{\partial f}{\partial z} = L_1 f + L_2 f$, где $L_1$ – оператор дифракции, а $L_2$ – оператор нелинейного взаимодействия. Общее решение уравнения $f^{n+1}$ на шаге $n + 1$ можно найти, выполнив следующую последовательность действий:

1) используя в качестве начальных условий решение $f^n$ шага $n$, найти решение $f^*$ дифракционного уравнения

$$f^* = L_1(f_n), \qquad (7а)$$

2) подставить решение $f^*$ в уравнение нелинейного взаимодействия и получить решение на шаге $n + 1$

$$f^{n+1} = L_2(f^*). \qquad (7б)$$

Уравнение дифракции решалось нами с использованием метода конечных элементов, описанного в работе [6]. В нашем случае применение данного метода сводится к решению трехдиагональной системы уравнений, которая может быть решена методом прогонки.

Для нахождения решения уравнения нелинейного взаимодействия, как и для решения уравнения фононной волны, мы использовали метод Рунге-Кутта второго порядка точности.

## Проверка правильности численных расчетов

### *Проверка выполнения закона сохранения энергии*

Выполнение закона сохранения энергии (ЗСЭ) является одним из наиболее важных критериев проверки правильности численной схемы. Как в случае обратного, так и попутного ВКР, варьируя значения шагов по различным координатам, мы добились сохранения энергии в системе с погрешностью < 3%.

### *Сравнение результатов с аналитическим решением*

Дополнительно для проверки правильности решения дифракционного уравнения, мы провели сравнение полученных результатов с аналитическим решением [7]:

$$e(r,z) = e_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp\left[ i\eta(z) - r^2 \left( \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right) \right],$$

где

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right), \quad R(z) = z \left( 1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right),$$

$$\eta(z) = \operatorname{arctg}\left( \frac{z}{z_0} \right), \quad z_0 = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}.$$

Анализ показал, что численная схема, используемая нами для решения уравнения дифракции, обладает хорошей точностью и малой погрешностью вычислений на рассматриваемой нами длине среды ($L$ = 1 м).

## Результаты численного моделирования

### *Обратное ВКР для случая плоских волн*

В качестве начальных условий процесса обратного ВКР мы рассматривали следующие значения параметров волн и среды, полученные в результате аналитических оценок [8]: длина волны лазерного импульса 0,5 мкм, длительность лазерного импульса $\tau_p$ = 3–10 пс, длительность затравочного импульса на стоксовой частоте $\tau_s$ = 0,1–0,3 пс, длина среды с плазмой $L$ = 0,1–0,5 см, частота плазменных колебаний $\omega_{ph} = 0{,}1\omega_p$.

Результаты численных расчетов показали, что неоднородность плотности плазмы уменьшает количество энергии, приходящееся на долю главного пика в усиленном стоксовом сигнале. При этом в данном явлении наблюдается следующая закономер-

ность: до значения $\varphi = 0{,}002$ см$^{-1}$ фс$^{-1}$ зависимость пикового коэффициента усиления $k_{\text{peak}} = \dfrac{W_{\text{peak}}}{W_{p0}} 100\%$ ($W_{\text{peak}}$ – энергия главного пика в стоксовом импульсе, $W_{p0}$ – начальная энергия волны накачки) от этого параметра очень слаба, тогда как с увеличением неоднородности плазмы фазовая расстройка достигает $\pi$ и начинает играть существенную роль в процессе усиления, приводя к уменьшению значения пикового коэффициента усиления.

Также нами было замечено, что негативное влияние плазменной неоднородности на процесс энергообмена тем сильнее, чем меньше значения начальных интенсивностей взаимодействующих волн (рис. 1). Данное явление обусловлено захватом фаз, возникающим в случае сильной перекачки энергии между волнами при обратном и попутном ВКР.

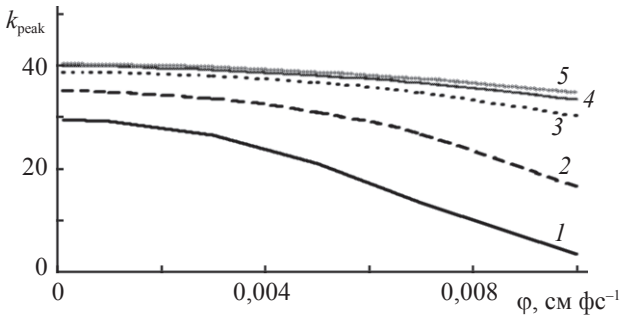



**Рис. 1.** Зависимости пикового коэффициента усиления $k_{\text{peak}}$ от неоднородности среды φ при различных начальных значениях интенсивности волны накачки $I_{p0}$. *1* – 2, *2* – 3, *3* – 5, *4* – 7, *5* – 10 ПВт/см$^2$.

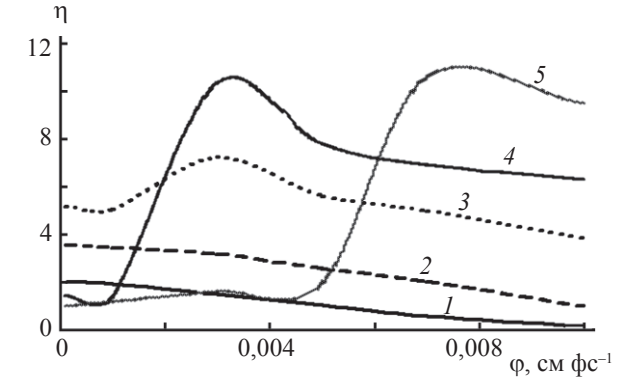



**Рис. 2.** Зависимости эффективности преобразования η от неоднородности среды φ при различных начальных значениях интенсивности волны накачки ($I_{p0}$) в присутствии предымпульса. *1* – 2, *2* – 3, *3* – 5, *4* – 7, *5* – 10 ПВт/см$^2$.

В реальных системах редко удается получить импульсы идеальной формы. В работе [9] было показано, что наличие у волны Стокса предымпульса может существенно повлиять на процесс генерации и компрессии стоксова пучка. Проведенные нами численные расчеты подтвердили этот факт. Нами было замечено, что в случае, когда импульс Стокса сопровождается предымпульсом гауссовой формы, энергия, полученная им в результате взаимодействия с волной накачки, перераспределяется в несколько пичков различной интенсивности, а длительность волны на выходе среды увеличивается в несколько раз.

Тем не менее, негативное влияние предымпульса на процесс компрессии при обратном ВКР может быть компенсировано неоднородностью плотности плазмы, благодаря которой возможно подавление взаимодействия волн в нежелательных областях среды. Из рис. 2 можно заметить, что при интенсивном энергообмене между волнами ($I_{p0} \geq 5$ ПВт/см$^2$) наблюдается наличие оптимума по шкале неоднородности, где эффективность преобразования энергии достигает своего пика. Значение оптимума зависит от начальной интенсивности волны накачки. С увеличением значения $I_{p0}$ положение оптимума сдвигается в сторону усиления неоднородности. Таким образом, мы показали, что неоднородность плазмы может иметь как негативные последствия – внесение фазовой расстройки снижает эффективность энергообмена, так и позитивные – подавление субимульсов в импульсе Стокса приводит к выделению одиночного пика малой длительности и большой интенсивности.

### *Попутное ВКР с учетом дифракционных эффектов*

По результатам численного моделирования нами были созданы снимки взаимодействующих волн в среде в различные моменты времени (рис. 3). На рисунке верхний ряд слайдов соответствует распространению волны накачки в среде, нижний – распространению волны Стокса.

Анализ полученных результатов показал, что гауссовы пучки с радиусом перетяжки $R < 0{,}05$ см сильно дифрагируют в среде, что приводит к расплыванию пучка в пространстве по координате $r$, поэтому достичь эффективной перекачки энергии практически невозможно. С ростом значения $R$ конечная форма стоксова импульса для различных начальных значений $R$ схожа, а в процессе генерации наблюдаются одинаковые закономерности: при малых $g$ ($\approx 0{,}5$ см/ГВт) основное усиление приходится на передний фронт импульса Стокса, а процесс обратной перекачки энергии приводит к появлению




**Рис. 3.** Распространение волн накачки и Стокса гауссовой формы в среде. $I_{p0} = 250$ ГВт/см$^2$, $I_{s0} = 50$ ГВт/см$^2$, $\tau_{p0} = 1000$ фс, $\tau_{s0} = 100$ фс, $g = 0{,}5$ см/ГВт, $R_p = R_s = 0{,}05$ см.

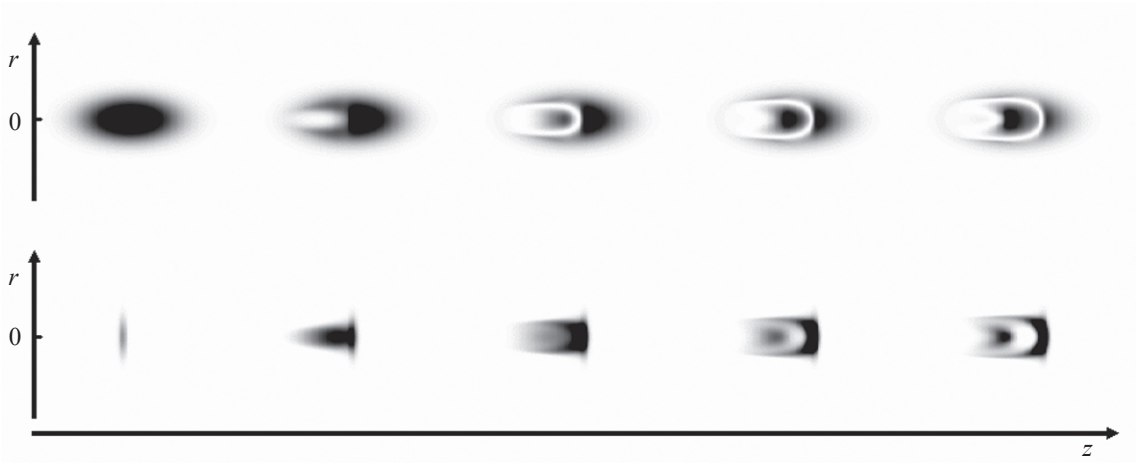



**Рис. 4.** Распространение волн накачки и Стокса гауссовой формы в среде. $I_{p0} = 250$ ГВт/см$^2$, $I_{s0} = 50$ ГВт/см$^2$, $\tau_{p0} = 1000$ фс, $\tau_{s0} = 100$ фс, $g = 0{,}5$ см/ГВт, $R_p = R_s = 1$ см.

вторичного пика в хвостовой части пучка, интенсивность которого значительно уступает первому пику импульса. С увеличением коэффициента стационарного ВКР влияние обратной перекачки энергии из волны Стокса в волну накачки возрастает, что приводит к выделению в стоксовом импульсе нескольких субимпульсов высокой интенсивности. Кроме того, для больших $g$ наблюдается отставание энергообмена на краях импульса по оси $r$, приводящее к сферическому искажению волнового фронта. Оптимальные условия для получения наилучшей эффективности преобразования достигаются для $R = 0{,}05$ см, $g = 0{,}5$ см/ГВт (рис. 3). В данном случае вторичный пик стоксова импульса несет в себе лишь малую часть энергии волны, а влияние дифракционных эффектов не настолько велико, чтобы привести к расплыванию пучка.

Сравнение результатов моделирования для пучков гауссовой (рис. 4) и супергауссовой (рис. 5) формы привело к следующим выводам: сферическое искривление переднего фронта импульса Стокса в случае супергауссовых пучков снижается благодаря более сжатой начальной форме волны накачки. В остальном формирование волны Стокса остается прежним: на центральной оси импульса также возникают вторичные пички, которые, тем не менее, в случае сильного взаимодействия обладают большими радиусами, чем в случае пучков с начальной гауссовой формой.

Также нами были проведены расчеты для пучков бессель-гауссовой формы. В данном случае форма конечного стоксова импульса при сильном энергообмене ($g = 2$ см/ГВт) обладает более сложной структурой: в импульсе можно выделить не только вторичные пики на центральной оси, но также некоторые области высокой интенсивности на краях импульса, обусловленные дифракционными эффектами (рис. 6).

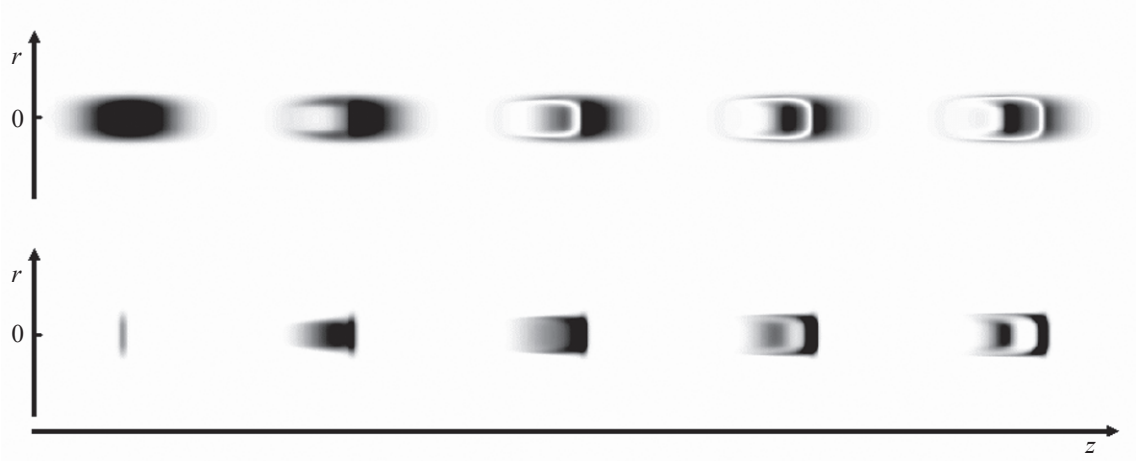



**Рис. 5.** Распространение волн накачки и Стокса супергауссовой формы в среде. $n = 4$. $I_{p0} = 250$ ГВт/см$^2$, $I_{s0} = 50$ ГВт/см$^2$, $\tau_{p0} = 1000$ фс, $\tau_{s0} = 100$ фс, $g = 0{,}5$ см/ГВт, $R_p = R_s = 1$ см.

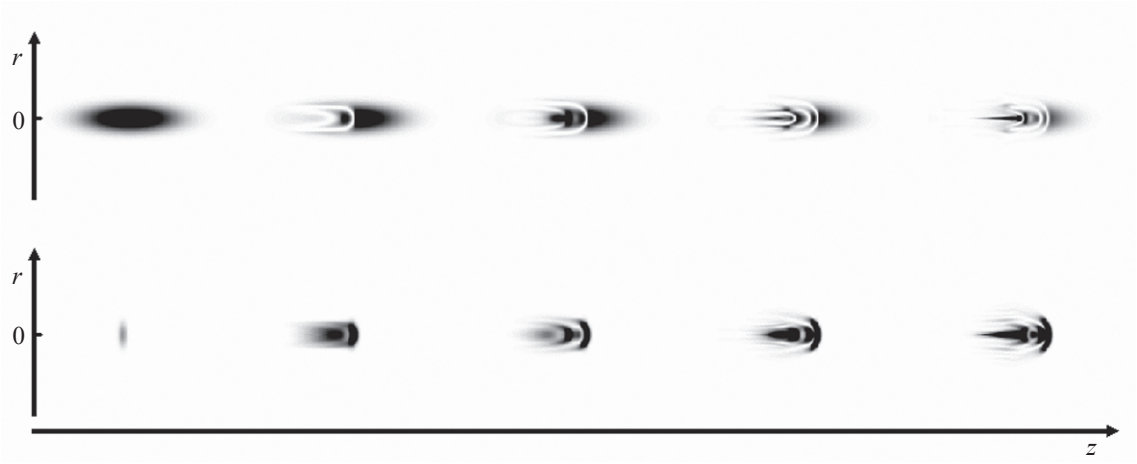



**Рис. 6.** Распространение волн накачки и Стокса бессель-гауссовой формы в среде. $I_{p0} = 250$ ГВт/см$^2$, $I_{s0} = 50$ ГВт/см$^2$, $\tau_{p0} = 1000$ фс, $\tau_{s0} = 100$ фс, $g = 2$ см/ГВт, $R_p = R_s = 0{,}1$ см, $\beta = 10$ см$^{-1}$.

Основываясь на вышеприведенном анализе, мы можем сделать вывод, что для получения сверхкороткого импульса высокой мощности при попутном ВКР в начальное распределение волны накачки необходимо ввести фазовую нелинейность, которая, аналогично неоднородности плотности плазмы, будет препятствовать нежелательному взаимодействию волн, снижая интенсивность вторичных пиков, образующихся в стоксовом импульсе.

## Заключение

В данной работе нами была исследована возможность использования процессов обратного и попутного ВКР для компрессии и усиления сверхкоротких импульсов. По результатам численного моделирования мы выявили оптимальные значения параметров среды и исходных волн для получения максимальной эффективности преобразования.

Для случая обратного ВКР в плазме нами было показано, что неоднородность плотности плазмы может играть положительную роль в процессе компрессии стоксова импульса, с длительным предымпульсом, снижая нежелательный энергообмен на соответствующих участках среды.

В процессе исследования попутного ВКР мы выявили основные закономерности формирования пучка Стокса в пространстве с учетом дифракционных эффектов. Нами была проанализирована зависимость конечной формы стоксова пучка от начальных форм взаимодействующих волн, а также определены оптимальные значения радиусов перетяжки взаимодействующих пучков и коэффициента стационарного ВКР, при которых достигается наибольшая эффективность преобразования энергии в волну Стокса.

Работа была частично поддержана грантами РФФИ № 06-02-08317-офи, № 06-02-17303-а, № 06-02-01824-э_б, № 06-02-03035-б.

*ЛИТЕРАТУРА*

1. *Murray J.R., Goldhar J., Eimerl D., Szoke A*. Raman Pulse Compression of Excimer Lasers for Application to Laser Fusion // IEEE J. of Quant. Electron. 1979. V. 15. P. 342–368.
2. *Bespalov V.G., Staselko D.I.* Spatial-temporal coherence of Stokes radiation under conditions of stimulated Brillouin scattering compression in liquids // Soviet Journal of Quantum Electronics. 1985. V. 15(12). P.1649–1651.
3. *Kapjak C.E., James C.R., McMullin J.N*. Plasma KrF laser pulse comperessor // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. P. 4046.
4. *Андреев А.А., Сутягин А.Н*. О возможности сжатия импульса света при ВРМБ в плазме // Квант. электрон. 1989. Т. 16. № 12. С. 2457.
5. *Chu R., Kanefsky M., Falk J*. Numerical study of transient stimulated Brillouin scattering // J. Appl. Phys. 1992. V. 71. № 10. P. 4653–4658.
6. *Schoulepnikoff L., Mitev V*. Numerical method for the modeling of high-gain single-pass cascade stimulated Raman scattering in gases // JOSA. B. 1997. V. 14. № 1.
7. *Ярив А*. Квантовая электроника и нелинейная оптика / Пер. с англ. М., Сов. радио, 1973.
8. *Андреев А.А., Беспалов В.Г., Ермолаева Е.В., Salomaa R.R.E.* Компрессия сверхмощных лазерных импульсов в неоднородной плазме при обратном вынужденном комбинационном рассеянии // Опт. и спектр. 2007. Т. 102. № 1. С. 113–120.
9. *Tsidilko Yu.A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 235.