

# ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

УДК 535.14

## ПСЕВДОТУННЕЛЬНЫЕ ФОТОПЕРЕХОДЫ В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ. III. ДВУХФОТОННЫЙ ПЕРЕНОС ЗАРЯДА МЕЖДУ ЯМАМИ

© 2014 г. Е. Ю. Перлин<sup>\*, \*\*</sup>, доктор физ.-мат. наук; А.А. Попов<sup>\*</sup>, аспирант

<sup>\*</sup>Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

<sup>\*\*</sup>Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург

E-mail: eyperlin@mail.ru

Рассмотрены фотопереходы в гетероструктуре, содержащей глубокие квантовые ямы различной ширины, разделенные непроницаемым для туннелирования барьером. С помощью формализма туннельного гамильтониана в четвертом порядке теории возмущений получены выражения для скоростей двухфотонных переходов электронов между состояниями в верхней подзоне размерного квантования валентной зоны в широкой яме и нижней подзоной зоны проводимости в узкой яме.

**Ключевые слова:** туннелирование с участием фотонов, надбарьерные переходы, глубокие примесные центры, квантовые ямы.

Коды OCIS: 190.4180, 190.7220, 190.4720.

Поступила в редакцию 12.05.2014.

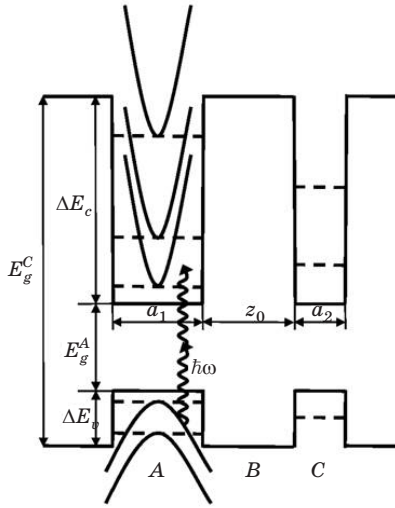
### Введение

В предыдущих работах авторов был рассмотрен новый механизм фотозарядки примесей в барьере гетероструктуры с глубокими квантовыми ямами (КЯ) – однофотонные [1] и многофотонные [2] псевдотуннельные фотопереходы. В настоящей работе рассмотрен еще один случай реализации псевдотуннельного механизма фотоиндуцированного переноса заряда, а именно, двухфотонные переходы с переносом заряда между различными КЯ. Расчет вероятностей переходов будет выполнен в четвертом порядке теории возмущений – два порядка по взаимодействию электронной системы с лазерным излучением, один порядок по туннельному гамильтониану и еще один порядок по электрон-фононному взаимодействию, которое, в отличие от работ [1, 2], здесь приходится учитывать явным образом. При рассмотрении процессов высоких порядков, как правило, возникают серьезные трудности, связанные с необходимостью учета множества каналов, появляющихся из-за необходимости суммирования амплитуд процессов по промежуточным виртуальным

состояниям. К счастью, специфика данной задачи позволяет достаточно просто выделить единственный канал, дающий основной вклад в вероятности переходов.

### Вероятности двухфотонных переходов между квантовыми ямами

Рассмотрим полупроводниковую структуру с двумя глубокими КЯ с шириной  $a_1$  и  $a_2$  (области  $A$  и  $C$  на рис. 1), разделенными барьером (область  $B$  с шириной  $z_0$ ). Предполагается, что  $a_1 > a_2$ , а также, что  $l_{\text{tun}} < z_0 < l$ , где  $l$  – длина свободного пробега электронов,  $l_{\text{tun}}$  – максимальная ширина барьера, проникаемого для туннелирования. Предполагается также, что гетероструктура относится к типу I, глубины обеих ям для электронов и дырок составляют  $\Delta E_c$  и  $\Delta E_v$  соответственно. Ширину запрещенной зоны в области  $A$  обозначим через  $E_g^A$ , а в области барьера  $B$  – через  $E_g^B$ . Все энергии отсчитываем от дна зоны проводимости  $c$  в области  $B$ . Тогда для вероятности двухфотонного перехода электрона из верхней подзоны размерного квантования в КЯ  $A$  для дырок в нижнюю



**Рис. 1.** Зонная схема двухфотонного поглощения с переносом заряда между квантовыми ямами. Пояснения в тексте.

подзону размерного квантования в яме C для электронов получим

$$W_{v_1A, c_1C}^{(2)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{q}} |Q_{v_1A, c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{q})|^2 \times \\ \times \left\{ f[E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel})] - f[E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q})] \right\} \times \\ \times \delta[E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) - E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}) + 2\hbar\omega - \hbar\omega_l], \quad (1)$$

где  $\omega$  – частота света,  $\hbar\omega_l$  – энергия оптического фонона,  $\mathbf{k}_{\parallel}$  – волновой вектор для движения электрона в плоскости КЯ,  $E_{i,j}(\mathbf{k}_{\parallel})$  – кинетическая энергия электрона (дырки) в  $j$ -й подзоне  $i$ -й зоны  $J$ -й ямы,  $\mathbf{q}$  – волновой вектор фонона,  $f[E_{i,j}(\mathbf{k}_{\parallel})]$  – функции распределения для электронов в  $j$ -ой подзоне размерного квантования  $i$ -й зоны в  $J$ -й КЯ,  $Q_{v_1A, c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{q})$  – составной матричный элемент перехода, который выражается следующим образом

$$Q_{v_1A, c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{q}) = (H'_{\text{e-phot}})_{v_1\mathbf{k}_{\parallel}A, c_1\mathbf{k}_{\parallel}A} \times \\ \times (H'_{\text{e-phot}})_{c_1\mathbf{k}_{\parallel}A, c_2\mathbf{k}_{\parallel}A} T_{c_2\mathbf{k}_{\parallel}A, c_1\mathbf{k}_{\parallel}C} V_{c_1\mathbf{k}_{\parallel}C, c_1(\mathbf{k}_{\parallel}-\mathbf{q})C}^{\text{e-phon}} \times \\ \times \left\{ [E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) - E_{c_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) + \hbar\omega] \times \right. \\ \times [E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) - E_{c_2A}(\mathbf{k}_{\parallel}) + 2\hbar\omega] \times \\ \left. \times [E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) - E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel}) + 2\hbar\omega + i\Gamma] \right\}^{-1}. \quad (2)$$

В формулах (1, 2)  $\Gamma$  – затухание, которое вводится феноменологически,

$$E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) = -E_g^B + \Delta E_v - E_{v_1A}^{(0)} - \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m_v), \\ E_{c_1,2A}(\mathbf{k}_{\parallel}) = -\Delta E_c + E_{c_1,2A}^{(0)} + \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m_c), \quad (3) \\ E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel}) = -\Delta E_c + E_{c_1C}^{(0)} + \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m_c),$$

$m_c$  и  $m_v$  – эффективные массы электрона и тяжелой дырки,  $(H'_{\text{e-phot}})_{ik_{\parallel}I, jk_{\parallel}J}$  – матричные элементы взаимодействия электронной подсистемы со светом, которое, как и в работе [2] выберем в виде

$$H'_{\text{e-phot}} = eE\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{X}, \quad (4)$$

где  $e$  и  $m$  – заряд и масса свободного электрона,  $E$  – напряженность электрического поля световой волны,  $\mathbf{n}_k$  – единичный вектор поляризации света,  $\mathbf{X}$  – оператор координаты электрона, межзонные и внутризонные матричные элементы которого определяются выражениями

$$\langle cn'k'_{\parallel} | \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{X} | vnk_{\parallel} \rangle = \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{X}_{cv} \delta_{n'n} \quad (5)$$

$$X_{vc} = i\hbar \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{1}{m_c} - \frac{1}{m} \right) \frac{E_g^A + \Delta SO}{E_g^A (3E_g^A + 2\Delta SO)}}, \quad (6)$$

$$\langle cn'k'_{\parallel} | \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{X} | vnk_{\parallel} \rangle = \frac{4a}{\pi^2} n_z \frac{n'n}{n'^2 - n^2} \times \\ \times \left[ 1 - (-1)^{n'+n} \right] (1 - \delta_{n'n}) \delta(\mathbf{k}'_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}) + \\ + \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}'_{\parallel}} \delta(\mathbf{k}'_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}) \mathbf{n}_{\parallel} \delta_{n'n}, \quad (7)$$

где  $n_z$  и  $\mathbf{n}_{\parallel}$  – компоненты вектора  $\mathbf{n}$  вдоль оси роста наноструктуры,  $\Delta SO$  – спин-орбитальное расщепление потолка валентной зоны,  $T_{c_2\mathbf{k}_{\parallel}A, c_1\mathbf{k}_{\parallel}C}$  – матричные элементы гамильтониана переноса, оценка которых дает

$$T_{c_2\mathbf{k}_{\parallel}A, c_1\mathbf{k}_{\parallel}C} \sim \frac{\hbar^2}{m_c a_1 a_2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_c [\Delta E_c - E_{c_2A}^{(0)} - \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m_c)]} z_0 \right\}, \quad (8)$$

$V_{ik_{\parallel}I, jk_{\parallel}J}^{\text{e-phon}}$  – матричные элементы оператора электрон-фононного взаимодействия. Мы для определенности рассматриваем взаимодействие электронов с продольными оптическими фононами. В этом случае

$$V_{c_1\mathbf{k}_{\parallel}C, c_1(\mathbf{k}_{\parallel}-\mathbf{q})C}^{\text{e-phon}} = \frac{1}{q} \sqrt{\frac{2\pi e^2 \hbar \omega_l}{\Omega \epsilon^*}}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{\epsilon^*} \equiv \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_0}, \quad (10)$$

где  $\epsilon_{\infty}$  и  $\epsilon_0$  – высокочастотная и статическая диэлектрические проницаемости,  $\Omega$  – нормировочный объем. Мы ограничиваемся для простоты случаем нулевых температур, когда возможно испускание, но не поглощение фононов. Очевидно, что оценки вероятностей переходов

в данном случае носят достаточно грубый характер, и в этом случае не имеет смысла углубляться в особенности электрон-колебательно-го взаимодействия (см., например, [3–6]) в системах с КЯ.

Из закона сохранения энергии для рассматриваемого процесса получим

$$E_{v_1A}(\mathbf{k}_{\parallel}) - E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}) + 2\hbar\omega - \hbar\omega_l = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}) - E_{c_1C}(\mathbf{k}_{\parallel}) + \hbar\omega_l = \\ = \frac{\hbar^2}{2m_c} [(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q})^2 - k_{\parallel}^2] + \hbar\omega_l < 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} \delta &= E_{v_1A}(0) - E_{c_1C}(0) + 2\hbar\omega - \hbar\omega_l, \\ \gamma &= m_c/m_v, \quad m_r = (m_c^{-1} + m_v^{-1})^{-1}, \quad \lambda = \cos\theta, \\ y &= \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m_c\delta), \quad \lambda_0^2(y) = \gamma + 1 - y^{-1}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\theta$  – угол между векторами  $\mathbf{k}_{\parallel}$  и  $\mathbf{q}$ , получим из уравнения (11)

$$q_{1,2} = \frac{\sqrt{2m_c\delta y}}{\hbar} \left[ \lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \lambda_0^2(y)} \right], \quad (14)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_c} [(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q})^2 - k_{\parallel}^2] = -\delta y \lambda_0^2(y). \quad (15)$$

Считаем для простоты, что все начальные состояния в верхней подзоне валентной зоны широкой ямы заполнены, а все конечные состояния в нижней подзоне зоны проводимости узкой ямы пусты. Тогда множитель, содержащий функции распределения, в фигурных скобках в правой части (1) обращается в единицу. Перейдем в правой части (1) от суммирования к интегрированию. При интегрировании по  $\mathbf{q}$  используем сферическую систему координат с осью вдоль  $\mathbf{k}_{\parallel}$ . Интеграл по  $q = |\mathbf{q}|$  вычисляем с помощью  $\delta$ -функции. Интегрирование по углам, которое упрощается в силу того, что составной матричный элемент процесса не зависит от них, дает множитель

$$2\pi \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \lambda_0^2(y)}}{\lambda_0(y)} \equiv 2\pi \eta(y). \quad (16)$$

Окончательно имеем для вероятности переходов на единицу площади КЯ

$$\begin{aligned} W_{v_1A, c_1C}^{(2)} / S &= \frac{\sqrt{2}e^2}{(2\pi)^2 \varepsilon^* m_c^{1/2} a_1^2 a_2^2 (\hbar\omega_l)^{9/2}} \times \\ &\times \left| V_{v_1A, c_1A}^{\text{e-ph}} V_{c_1A, c_2A}^{\text{e-ph}} \right|^2 \Xi(\delta_l), \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\Xi(\delta_l) = \frac{1}{\delta_l^{11/2}} \int_{y_l}^{y_u} \eta(y) \left| \exp[-W(y)z_0] \right|^2 |\Upsilon(y)|^{-2} dy, \quad (18)$$

$$\delta_l = \frac{\delta}{\hbar\omega_l}, \quad y_l = \frac{1 + \delta_l}{\delta_l(\gamma + 1)}, \quad y_u = \gamma^{-1}, \quad \delta_l < \gamma, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Upsilon(y) &= \left[ \frac{Z_1}{\delta_l} - (\gamma + 1)y \right] \times \\ &\times \left[ \frac{Z_2}{\delta_l} - (\gamma + 1)y \right] \left[ \frac{1 + i\Gamma_l}{\delta_l} - y\lambda_0^2(y) \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_l &= \Gamma / (\hbar\omega_l), \\ Z_1 &= \frac{\hbar\omega - E_g^A + \Delta E_c + \Delta E_v - E_{v_1A}^{(0)} - E_{c_1A}^{(0)}}{\hbar\omega_l}, \\ Z_2 &= \frac{2\hbar\omega - E_g^A + \Delta E_c + \Delta E_v - E_{v_1A}^{(0)} - E_{c_2A}^{(0)}}{\hbar\omega_l}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Delta E_{c_2l} = (\Delta E_c - E_{c_2A}^{(0)}) / (\hbar\omega_l),$$

$$W = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_c (\Delta E_c - E_{c_2A}^{(0)} - \delta y)}. \quad (21)$$

Для того чтобы вероятность перехода не содержала экспоненциально малого туннельного фактора, необходимо превышение  $\delta$  над пороговым значением

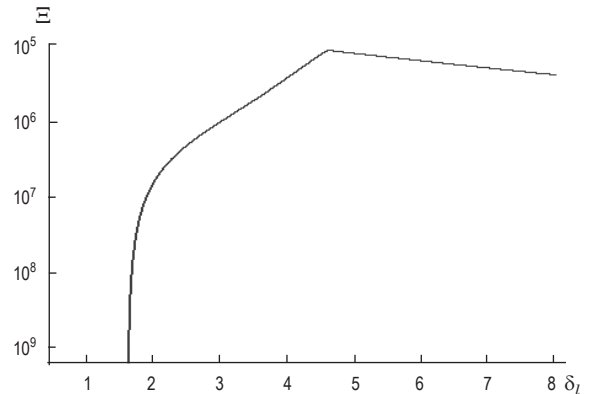
$$\delta \geq \delta_{th} = (\gamma + 1)(\Delta E_c - E_{c_2A}^{(0)}). \quad (22)$$

Соответствующая пороговая частота света  $\omega_{th}$  равна

$$\omega_{th} = \omega_{\min} + \frac{\gamma + 1}{2\hbar} (\Delta E_c - E_{c_2A}^{(0)}), \quad (23)$$

где

$$\omega_{\min} = \frac{1}{2\hbar} (E_g^B - \Delta E_v - \Delta E_c + E_{v_1A}^{(0)} + E_{c_1C}^{(0)}). \quad (24)$$



**Рис. 2.** Безразмерная функция  $\Xi(\delta_l)$ , определяющая зависимость вероятности двухфотонного переноса заряда от частоты света. Пояснения в тексте.

Типичный график безразмерной функции  $\Xi(\delta_l)$  приведен на рис. 2. Используются следующие значения параметров:  $\gamma = 0,4$ ,  $\Gamma_l = 0,8$ ,  $Z_1 = -20$ ,  $Z_2 = -6$ ,  $\Delta E_{c2l} = 4$ ,  $z_0 = 10^{-5}$  см. На графике отчетливо видна эволюция от туннельного (участок быстрого роста функции с увеличением аргумента) к надбарьерному (почти плоский участок со слабым убыванием) переходу между ямами.

### Заключение

Таким образом, в работе рассмотрен новый тип оптических переходов в гетероструктуре с зонной схемой типа I с глубокими квантовыми ямами – двухфотонные псевдотуннельные переходы с переносом заряда между различными квантовыми ямами. Были рассчитаны вероятности таких переходов и определены пороговые частоты, выше которых процессы перестают характеризоваться туннельно малой амплитудой. Простые оценки с использованием полученных

формул показывают, что в случае лазерных импульсов с длительностями в наносекундном диапазоне для существенного изменения зарядового состояния системы требуются напряженности электрического поля световой волны порядка  $10^5$  В/см. Понятно, что в таких полях должен проявиться и ряд других процессов нелинейного поглощения, а также может произойти смещение электронных уровней в квантовых ямах из-за появления “встроенных” электрических полей, возникающих благодаря перераспределению зарядов в гетероструктуре. Подробное рассмотрение кинетики указанных процессов представляет собой отдельную, весьма сложную задачу.

Статья подготовлена в рамках проектной части государственного задания на выполнение научно-исследовательской работы (Задание № 3.821.2014/К), а также при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и РФФИ, (грант 09-02-00223).

\* \* \* \* \*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Перлин Е.Ю., Попов А.А. Псевдотуннельные фотопереходы в гетероструктурах с квантовыми ямами. I. Фотозарядка глубоких примесей в барьере // Оптический журнал. 2014. Т. 81. № 7. С. 3–6.
2. Перлин Е.Ю., Попов А.А. Псевдотуннельные фотопереходы в гетероструктурах с квантовыми ямами. II. Многофотонные процессы // Оптический журнал. 2014. Т. 81. № 10. С. 3–6.
3. Rücker H., Molinari E., Lugli P. Electron-phonon interaction in quasi-two-dimensional systems // Phys. Rev. B. 1991. V. 44. № 7. P. 3463–3466.
4. Nash K.J. Electron-phonon interactions and lattice dynamics of optic phonons in semiconductor heterostructures // Phys. Rev. B. 1992. V. 46. № 12. P. 7723–7744.
5. Trallero-Giner C., Comas F. Electron-LO-phonon interaction in semiconductor double heterostructures // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. № 9. P. 4583–4588.
6. Trallero-Giner C., Comas F., Garsia-Moliner F. Polar optical modes and electron-phonon interaction in semiconductor nanostructures // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. № 3. P. 1755–1759.