

УДК 537.86:621.37

Расчёт потерь при сращивании двух волокон, одно из которых эллиптически деформировано в поперечнике по всей длине

© 2021 г. В. А. Гладких, канд. физ.-мат. наук; В. Д. Власенко, канд. физ.-мат. наук

Вычислительный центр ДВО РАН — обособленное подразделение ХФИЦ ДВО РАН, Хабаровск

E-mail: vlasenko@as.khb.ru

Поступила в редакцию 02.10.2020

DOI:10.17586/1023-5086-2021-88-02-73-78

Рассмотрены два оптоволокна – круглый и эллиптически деформированный (по всей длине) в поперечном сечении. Для одномодового режима работы получены аналитические выражения для потерь энергии при сращивании двух таких волокон в зависимости от эксцентриситета. Показано, что при условии совпадения постоянных распространения в первом и втором волокнах при их сращивании потери энергии зависят не только от эксцентриситета деформированного волокна, но и от волноводного числа.

Ключевые слова: волоконный световод, одномодовый режим, эллиптическая деформация.

Код OCIS: 060.2310.

ВВЕДЕНИЕ

Оптимальная передача информации волоконно-оптическими линиями связи требует изучения механизма возможных потерь при этом и сведения их к минимуму [1–7]. В частности, поскольку оптоволоконные линии связи ввиду большой протяжённости состояются из отдельных волокон (фрагментов линии связи), то возникают потери из-за соединения таких фрагментов [4, 8]. При рассогласовании апертур или при разных радиусах сердцевин соединяемых волокон существуют простые формулы для определения потерь [9], при соединении маломодовых оптических волокон также существует довольно точный расчёт вносимых потерь [10]. Также возможна деформация составляющих волокон (фрагментов) линии [11, 12]. Целью настоящей работы является анализ потерь при соединении двух волокон (в одномодовом режиме), одно из которых круглое в поперечном сечении, другое — эллиптически деформировано в поперечном сечении по всей длине.

1. ПЕРЕДАВАЕМАЯ МОЩНОСТЬ В ОДНОМODOVOM РЕЖИМЕ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ВОЛОКОН СО СТУПЕНЧАТЫМ ПРОФИЛЕМ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

При соединении двух волокон линии связи — круглого и эллиптически деформированного в поперечном сечении (с одинаковым показателем преломления при нормальном падении волны на поперечное сечение) — передаваемая мощность P определяется интегралом от вектора Пойнтинга \mathbf{S} по площади поперечного сечения f .

$$P = \int_f \mathbf{S} df,$$

а поскольку вектор Пойнтинга квадратичен по электрическому полю \mathbf{E} волны, то можно записать

$$P_{\text{circ}} = \text{const} \int_{f_{\text{circ}}} E_{\text{circ}}^2 df, \quad P_{\text{ell}} = \text{const} \int_{f_{\text{ell}}} E_{\text{ell}}^2 df,$$

$$P_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}} = P_{\text{ell}\rightarrow\text{circ}} = \text{const} \int_{f_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}} E_{\text{circ}} E_{\text{ell}} df, \quad (1)$$

где E_{circ} , E_{ell} — значения полей в поперечных сечениях — круглом и эллиптически деформированном, соответственно.

Для коэффициента прохождения $D_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}$ (аналогично для $D_{\text{ell}\rightarrow\text{circ}}$) имеем

$$D_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}} \equiv P_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}/P_{\text{circ}}, \\ (D_{\text{ell}\rightarrow\text{circ}} \equiv P_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}/P_{\text{ell}}),$$

или, согласно (1)

$$D_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}} = \int_{f_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}} E_{\text{circ}} E_{\text{ell}} df / \int_{f_{\text{circ}}} E_{\text{circ}}^2 df, \\ D_{\text{ell}\rightarrow\text{circ}} = \int_{f_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}} E_{\text{circ}} E_{\text{ell}} df / \int_{f_{\text{ell}}} E_{\text{ell}}^2 df. \quad (2)$$

Потери энергии a_{loss} (в децибелах) при этом в соответствии с [13–15] равны

$$a_{\text{loss}} = -10(\lg D_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}} + \lg D_{\text{ell}\rightarrow\text{circ}}) = \\ = -10 \lg \left\{ P_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}^2 / (P_{\text{circ}} P_{\text{ell}}) \right\} = \\ = -10 \lg \left[\frac{\left(\int_{f_{\text{circ}\rightarrow\text{ell}}} E_{\text{circ}} E_{\text{ell}} df \right)^2}{\left(\int_{f_{\text{circ}}} E_{\text{circ}}^2 df \right) \left(\int_{f_{\text{ell}}} E_{\text{ell}}^2 df \right)} \right]. \quad (3)$$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

2. 1. Мощность энергии, проходящей через поперечное сечение волокна, круглого в сечении

Для поля рассматриваемого нами волокна с круглым поперечным сечением в одномодовом режиме достаточно хорошей моделью может служить обладающее круговой симметрией — симметрией поперечного сечения волокна — гауссово приближение [9] (ось z — вдоль распространения волны, $r^2 = x^2 + y^2$):

$$E_{\text{circ}} = C \exp(-r^2/2r_0^2), \quad (4)$$

где r_0 — радиус модового пятна.

В этом случае, согласно (1) и (4) (C — постоянная):

$$P_{\text{circ}} = C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho} \exp(-r^2/r_0^2) r dr = \\ = C \pi r_0^2 \{1 - \exp(-\gamma)\}, \quad \gamma \equiv \rho^2/r_0^2, \quad (5)$$

где ρ — радиус круга (радиус поперечного сечения волокна).

Волновод со ступенчатым профилем показателя преломления является одномодовым, если [5]

$$0 < V \equiv (2\pi\rho/\lambda) NA = \\ = (2\pi\rho/\lambda) \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} < 2,405, \quad (6)$$

где n_{co} , n_{cl} — показатели преломления волокна и оболочки соответственно; V , NA , λ — волновое число, числовая апертура и длина волны соответственно. В соответствии с (6) для радиуса модового пятна мы можем воспользоваться выражением, справедливым при $V < 2,5$ [16, 17],

$$r_0 \cong 0,4\lambda / \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} \rightarrow \gamma = \frac{\rho^2}{r_0^2} = 0,16V^2, \quad (7)$$

и результат запишется в виде

$$P_{\text{circ}}(V) = C \pi r_0^2 \{1 - \exp(-0,16V^2)\} = \\ = \frac{6,25C\pi\rho^2}{V^2} \{1 - \exp(-0,16V^2)\}. \quad (8)$$

2.2. Мощность энергии, проходящей через поперечное сечение волокна, эллиптического в сечении по всей длине

Для поля рассматриваемого волокна достаточно хорошей моделью может служить следующее обобщение формулы (4), обладающее эллиптической симметрией — симметрией поперечного сечения волокна [12] (константа та же, что в (4)).

$$E_{\text{ell}} = C \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} \right) \right\}, \quad (9)$$

где A , B — пока неопределённые размеры пятна моды для данного фрагмента.

Согласно уравнению эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \varepsilon \equiv \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}},$$

$$(b \leq \rho \leq a, \varepsilon \in (0,1))$$

(a, b — соответственно большая и малая полуоси, ε — эксцентриситет) в этом случае, переходя к полярным координатам $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ с помощью обозначения

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \rightarrow r \leq \frac{1}{\sqrt{\delta(\varphi, a, b)}},$$

$$\delta(\varphi, a, b) \equiv \frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2} \tag{10}$$

для P_{ell} согласно (1) и (9) получим (C — постоянная, как и в (5))

$$P_{\text{ell}} = \text{const} \int_{\tilde{t}_{\text{ell}}} E_{\text{ell}}^2 df =$$

$$= C \iint_{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1} \exp \left\{ - \left(\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} \right) \right\} r dr d\varphi =$$

$$= \left\{ r \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2}}} \equiv \frac{1}{\sqrt{\delta(\varphi, a, b)}} \right\} =$$

$$= 4C \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \left(\int_0^{\frac{1}{\sqrt{\delta(\varphi, a, b)}}} \exp \left[-r^2 \delta(\varphi, A, B) \right] r dr \right) =$$

$$= (z = \text{tg} \varphi) = C\pi AB \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp \left(-\frac{b^2}{B^2} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{b^2 \left[1 - \left(\frac{A}{a} \frac{b}{B} \right)^2 \right]}{B^2 \left[z^2 + \left(\frac{A}{a} \frac{b}{B} \right)^2 \right]} \right] \frac{dz}{1+z^2} \right\}. \tag{11}$$

Легко увидеть, что

$$P_{\text{ell}}(\varepsilon, V) \Big|_{\varepsilon=0} =$$

$$= P_{\text{ell}}(\varepsilon, V) \Big|_{\substack{\varepsilon=0 \rightarrow \\ b=\rho, \\ A=B=r_0}} = P_{\text{circ}}(V), \tag{12}$$

как и следовало ожидать.

Потребуем, далее, чтобы постоянные рас пространения совпадали в первом и втором волокнах, а для этого необходимо, чтобы эксцентриситет ε деформированного фрагмента был невелик ($\varepsilon \ll 1$) и были равны объёмы профилей [12].

Полагая равными объёмы профилей, запишем

$$\pi ab = \pi \rho^2 \rightarrow ab = \rho^2 \rightarrow \varepsilon^2 =$$

$$= \begin{cases} 1 - \frac{\rho^4}{a^4} \\ 1 - \frac{b^4}{\rho^4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \rho(1 - \varepsilon^2)^{-1/4} \\ b = \rho(1 - \varepsilon^2)^{1/4} \end{cases}, \tag{13}$$

В связи со сказанным, рассмотрим случай малой эллиптичности и с точностью до ε^2 включительно запишем [12]

$$\frac{A}{a} = \frac{1}{\sqrt{2 \ln V}} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{1}{(1 + \ln V)} \right\},$$

$$\frac{B}{b} = \frac{1}{\sqrt{2 \ln V}} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{1}{(1 + \ln V)} \right\}, \tag{14}$$

$$(\varepsilon < 1; \ln V > 0 \rightarrow V > 1)$$

и выражение (11), согласно (7, 13, 14), принимает вид

$$P_{\text{ell}} = \frac{C\pi\rho^2}{2 \ln V} \times$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp \left(-2 \ln V \left[1 - \frac{\varepsilon^2}{2(\ln V + 1)} \right] \right) I_1 \right\},$$

$$I_1(\varepsilon, V) \equiv \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{2\varepsilon^2 \ln V}{(\ln V + 1) \left(z^2 + 1 - \frac{\varepsilon^2}{\ln V + 1} \right)} \right] \frac{dz}{1+z^2}.$$

2.3. Мощность энергии, проходящей через пересечение эллиптического сечения с круговым при соединении волокон (интеграл перекрытия)

Решим систему уравнений для определения точек пересечения соосных эллипса и окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \rho^2 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases} \rightarrow x_1 = -x_2 \equiv x_0 = \rho \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon},$$

$$y_1 = -y_2 \equiv y_0 = \sqrt{\rho^2 - x_0^2}.$$

Определим угол α — угол между радиусом, проведённым в точку пересечения с координатами (x_0, y_0) , и осью x .

$$\cos \alpha \equiv \frac{x_0}{\rho} = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon} \rightarrow \alpha = \arccos \left\{ \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon} \right\}. \quad (15)$$

Площадь пересечения рассматриваемых соосных эллипса и окружности равна площади эллипса минус площади эллиптических сегментов при $x \geq x_0$, $x \leq -x_0$ (начало сегмента $x \geq x_0$ при $x > 0$, прямая $x = x_0$ находится под углом 2α из центра) и плюс площади круговых сегментов (также при $x \geq x_0$, $x \leq -x_0$ и под тем же углом из центра). Поскольку

$$\begin{aligned} x \geq x_0 &\rightarrow r \cos \varphi \geq \rho \cos \alpha \rightarrow r \geq \rho \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi}, \\ x \leq -x_0 &\rightarrow r \cos \varphi \leq \rho \cos \alpha \rightarrow r \leq \rho \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi}, \end{aligned}$$

то согласно сказанному, (1), (4), (9) и (10) и обозначения

$$\frac{1}{r_0^2} + \frac{1}{A^2} \equiv \frac{1}{A_1^2}, \quad \frac{1}{r_0^2} + \frac{1}{B^2} \equiv \frac{1}{B_1^2} \quad (16)$$

получим для $P_{\text{circ} \cap \text{ell}}$.

$$\begin{aligned} P_{\text{circ} \cap \text{ell}} &= \text{const} \int_{f_{\text{circ} \cap \text{ell}}} E_{\text{circ}} E_{\text{ell}} df = \\ &= C \iint_{f_{\text{circ} \cap \text{ell}}} \exp \left\{ -\frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{r_0^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2} \right) \right\} d\varphi r dr = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 4C \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\frac{1}{\sqrt{\delta(\varphi, a, b)}}} \exp \left\{ -\frac{r^2}{2} \delta(\varphi, A_1, B_1) \right\} r dr - \\ &- 4C \int_0^{\alpha} d\varphi \int_{\frac{\rho \cos \alpha}{\cos \varphi}}^{\frac{1}{\sqrt{\delta(\varphi, a, b)}}} \exp \left\{ -\frac{r^2}{2} \delta(\varphi, A_1, B_1) \right\} r dr + \\ &+ 4C \int_0^{\alpha} d\varphi \int_{\frac{\rho \cos \alpha}{\cos \varphi}}^{\rho} \exp \left\{ -\frac{r^2}{2} \delta(\varphi, A_1, B_1) \right\} r dr. \quad (17) \end{aligned}$$

Заменой переменной

$$\varphi \rightarrow \text{tg} \varphi = z \rightarrow x = \frac{B_1}{A_1} z$$

формула (17) после интегрирования по переменной r приводится к виду (16) (возвращаемся к прежним обозначениям).

$$\begin{aligned} P_{\text{circ} \cap \text{ell}} &= \frac{2\pi C r_0^2 AB}{\sqrt{(r_0^2 + A^2)(r_0^2 + B^2)}} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp(-f_1) \int_{\gamma}^{\infty} \exp\{-f_1 g_1(x)\} \frac{dx}{1+x^2} - \right. \\ &\left. - \frac{2}{\pi} \exp(-f_2) \times \int_0^{\gamma} \exp\{-f_2 g_2(x)\} \frac{dx}{1+x^2} \right\}; \\ f_1 &\equiv \frac{b^2(B^2 + r_0^2)}{2B^2 r_0^2}, \\ g_1(x) &\equiv \frac{B^2(A^2 + r_0^2) - (1 - \varepsilon^2)A^2(B^2 + r_0^2)}{(1 - \varepsilon^2)A^2(B^2 + r_0^2) + B^2(A^2 + r_0^2)x^2}, \\ g_2(x) &\equiv \frac{(B^2 - A^2)r_0^2}{A^2(B^2 + r_0^2) + B^2(A^2 + r_0^2)x^2}, \\ f_2 &\equiv \frac{\rho^2(B^2 + r_0^2)}{2B^2 r_0^2}, \quad \gamma \equiv \frac{A}{B} \sqrt{\frac{B^2 + r_0^2}{A^2 + r_0^2}} \text{tg} \alpha. \quad (18) \end{aligned}$$

При выводе учтено следствие из (15)

$$\text{tg} \alpha = (1 - \varepsilon^2)^{1/4}.$$

Легко видеть, что

$$P_{\text{circnell}}(\varepsilon, V)|_{\varepsilon=0} = P_{\text{circnell}}(\varepsilon, V)|_{\substack{\varepsilon=0 \rightarrow \\ b=\rho, \\ A=B=r_0}} = P_{\text{circ}}(V), \quad (19)$$

как и следовало ожидать (как и в (12)).

Далее, согласно (7, 13, 14) для (19)

$$P_{\text{circnell}} = \frac{\pi C \rho^2}{f \ln V} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp(-h_1) I_2 + \frac{2}{\pi} \exp(-h_1) \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^\gamma \exp\{-q_1(x)\} \frac{dx}{1+x^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{\pi} \exp(-h_2) \times \int_0^\gamma \exp\{q_2(x)\} \frac{dx}{1+x^2} \right\};$$

$$h_1 \equiv \frac{\ln V [2f(\ln V + 1) - \varepsilon^2(0,08V^2 + f)]}{2(\ln V + 1)},$$

$$h_2 \equiv \frac{\ln V [2f(\ln V + 1) + \varepsilon^2(\ln V + 0,16V^2)]}{2(\ln V + 1)},$$

$$q_1(x) \equiv \frac{2\varepsilon^2 f \ln V (f + 0,08V^2)}{(1 - \varepsilon^2) F_+ + F_- x^2},$$

$$q_2(x) \equiv \frac{\varepsilon^2 f (\ln V)^2}{(1 - \varepsilon^2) F_+ + F_- x^2},$$

$$F_\pm \equiv 2f(\ln V + 1) \pm \varepsilon^2 \ln V,$$

$$I_2 \equiv \int_0^\infty \exp\{-q_1(x)\} \frac{dx}{1+x^2},$$

$$\gamma \equiv 1 - \frac{\varepsilon^2 (f + 0,16V^2)}{4 f (\ln V + 1)}, \quad f \equiv 1 + \frac{0,08V^2}{\ln V}. \quad (20)$$

2.4. Потери энергии при соединении круглого и эллиптически деформированного оптических волокон

Согласно (1)–(3), (8), (20), имеем, учитывая малость эксцентриситета (условие применения формулы (13)),

$$a_{\text{loss}}(\varepsilon, V) = 10 \lg \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} I_1(\varepsilon, V) \times \right.$$

$$\left. \times \exp \left[-2 \ln V \left[1 - \frac{\varepsilon^2}{2(\ln V + 1)} \right] \right] \right\} +$$

$$+ 10 \lg \left\{ 3,125 \frac{f^2 \ln V}{V^2} (1 - \exp(-0,16V^2)) \right\} -$$

$$- 20 \lg \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp(-h_1) I_2(\varepsilon, V) + \frac{2}{\pi} \exp(-h_1) \times \right.$$

$$\left. \times I_3(\varepsilon, V) - \frac{2}{\pi} \exp(-h_2) I_4(\varepsilon, V) \right\}, \quad (21)$$

где

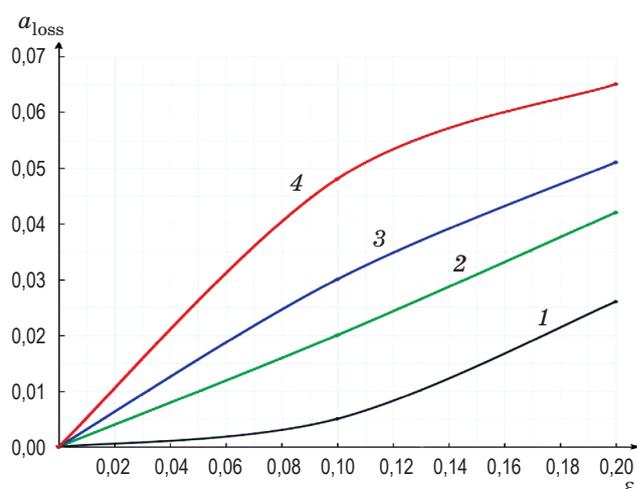
$$I_1 \equiv \int_0^\infty \exp[-q_0(x)] \frac{dx}{1+x^2}, \quad (22)$$

$$I_2 \equiv \int_0^\infty \exp[-q_1(x)] \frac{dx}{1+x^2},$$

$$I_3 \equiv \int_0^\gamma \exp[-q_1(x)] \frac{dx}{1+x^2},$$

$$I_4 \equiv \int_0^\gamma \exp[q_2(x)] \frac{dx}{1+x^2},$$

$$q_0(x) \equiv \frac{\varepsilon^2 \left(\frac{2 \ln V}{\ln V + 1} \right)}{1 - \frac{\varepsilon^2}{\ln V + 1} + x^2},$$



Зависимость потерь энергии a_{loss} от эксцентриситета ε при различных значениях волнового параметра $V_1 = 1,3$ (1); $V_2 = 1,6$ (2); $V_3 = 1,9$ (3); $V_4 = 2,2$ (4).

$$\left(\begin{array}{l} 0 < \varepsilon < 1 \rightarrow u(\varepsilon) \approx u(\varepsilon)|_{\varepsilon=0} + u'(\varepsilon)|_{\varepsilon=0} \varepsilon + \\ + \frac{1}{2} u''(\varepsilon)|_{\varepsilon=0} \varepsilon^2, \quad V > 1 \end{array} \right),$$

где $u(\varepsilon)$ — произвольная функция от эксцентриситета. Также, согласно (3), (12) и (19), запишем:

$$a_{\text{loss}}(\varepsilon, V)|_{\varepsilon=0} = 0. \quad (23)$$

Численные расчёты по формулам (21–23) дают следующую графическую зависимость (рис.). Для расчётов выбраны следующие значения параметра V : $V_1 = 1,3$; $V_2 = 1,6$; $V_3 = 1,9$; $V_4 = 2,2$. Согласно условию (14), для эксцентриситета ε достаточно выбрать интервал $(0; 0,2)$.

3. ВЫВОДЫ

Условие совпадения постоянной распространения в соединяемых волокнах (круглого и эллиптического в поперечном сечении по всей длине) приводит к равенству объёмов их профилей и к малому эксцентриситету. Полученное выражение для энергетических потерь при выполнении этих требований зависит не только от эксцентриситета, но и от волноводного параметра, как видно из рисунка. С ростом эксцентриситета потери увеличиваются с увеличением волноводного параметра, причём чем ближе параметр V к частоте отсечки $V_c = 2,405$ (для ступенчатого профиля), тем больше увеличение потерь, и чем ближе, тем круче.

Таким образом, интервал $\varepsilon \in (0; 0,2)$ можно считать допустимым эксцентриситетом эллиптически деформированного в поперечнике (по всей длине) волокна при соединении его с волокном, везде круглым в поперечнике, для совпадения постоянных распространения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мидвинтер Дж. Волоконные световоды для передачи информации. М.: Радио и связь, 1983. 336 с.
2. Окоси Т., Окамото К., Оцу М. и др. Волоконно-оптические датчики. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.
3. Чео П.К. Волоконная оптика: Приборы и системы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 280 с.
4. Семенов Н.А. Оптические кабели связи: Теория и расчет. М.: Радио и связь, 1981. 152 с.
5. Убайдуллаев Р.Р. Волоконно-оптические сети. М.: ИТЦ Эко-Трендз, 2000. 268 с.
6. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974. 576 с.
7. Дмитриев А.Л. Оптические системы передачи информации. Учебное пособие. СПб: СПбГУИТМО, 2007. 96 с.
8. Унгерн Х.Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980. 646 с.
9. Воронин В.Г., Наний О.Е., Туркин А.Н. и др. Интегральные потери в элементах волоконно-оптических линий связи. М.: МАКС Пресс, 2012. 51 с.
10. Бурдин А.В., Жуков А.Е., Прапорщиков Д.Е. Расчет вносимых потерь на стыке слабонаправляющих волоконных световодов с произвольным профилем показателя преломления в маломодовом режиме передачи оптических сигналов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 4. С. 60–66.
11. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984. 512 с.
12. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
13. Franco M.A.R., Vasconcellos L.C., Machado J.M. Coupling efficiency between optical fiber and Ti:LiNbO₃ channel waveguide // Revista Científica Periódica — Telecomunicações. 2004. V. 7. P. 54–59.
14. Буров Н.В., Лин Дж., Ромашова В.Б. Высокомощные волоконные объединители // Фотоника. 2018. Т. 12. № 1. С. 16–28.
15. Григорьев Л.В. Кремниевая фотоника. Учебно-методическое пособие по практическим работам. СПб: Университет ИТМО, 2015. 93 с.
16. Листвин В.Н., Трещиков В.Н. DWDM — системы // Фотон — экспресс. 2012. № 7. С. 30–32.
17. Гладких В.А. Расчет мощности поля, проникающего во внешнюю оболочку слабонаправляющего одномодового волоконного световода // Компьютерная оптика. 2019. Т. 43. № 4. С. 557–561.