

УДК 535.321

Экспресс-метод контроля показателя преломления экспериментальных стекол для градиентной оптики

© 2021 г. А. А. Липовский, доктор физ-мат. наук*, **; В. В. Русан***;
Д. К. Таганцев, доктор хим. наук*, ***

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург

**Академический университет им. Ж.И. Алфёрова, Санкт-Петербург

***Научно-производственное объединение «Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова»,
Санкт-Петербург

E-mail: vvrusan@mail.ru

Поступила в редакцию 11.09.2020

DOI:10.17586/1023-5086-2021-88-03-51-60

Рассматривается новый интерференционный экспресс-метод измерения показателя преломления стекол. Метод имеет целевое назначение — измерение показателя преломления экспериментальных стекол для градиентной оптики. Разработана теория метода и проведена его апробация. Показано, что точность предложенного экспресс-метода не хуже, чем 10^{-4} .

Ключевые слова: оптическое стекло, показатель преломления, метрология, интерферометрия, градиентная оптика.

Коды OCIS: 160.2750, 120.0120, 120.3180, 110.2760, 120.5710

ВВЕДЕНИЕ И ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Настоящий метод имеет целевое назначение: он предназначен для использования в лабораторных разработках стекол для градиентной оптики, которые обычно называют просто — градиентные стекла [1]. При разработке градиентных стекол, как и любых других новых стекол, как правило, синтезируются серии стекол одного семейства, близких по составу. Важной характеристикой градиентных стекол является показатель преломления (ПП). В серии стекол одного семейства ПП может отличаться в пределах 0,02. При большом потоке новых экспериментальных стекол необходим оперативный экспресс-метод измерения их ПП с точностью не хуже, чем $\pm 10^{-4}$.

Измерение ПП основано на интерферометрическом методе. Используется интерферометр Маха–Цендера (в России иногда исполь-

зуется другое название — интерферометр Рождественского [2]). Интерферометр настраивается таким образом, чтобы результирующая интерференционная картина на экране интерферометра представляла набор горизонтальных равноотстоящих друг от друга интерференционных полос; частота полос регулируется поворотом одного из зеркал интерферометра на заданный угол. Исследуемый образец стекла, который может иметь произвольную форму, и градиентный эталон, описываемый ниже, одновременно помещаются в оптическую кювету с иммерсионной жидкостью (ИЖ), как показано на рис. 1.

Кювета с образцом и эталоном устанавливается в измерительное плечо интерферометра, диаметр светового пучка которого достаточно велик, чтобы на экран интерферометра (матрицу ПЗС) попали одновременно интерфе-

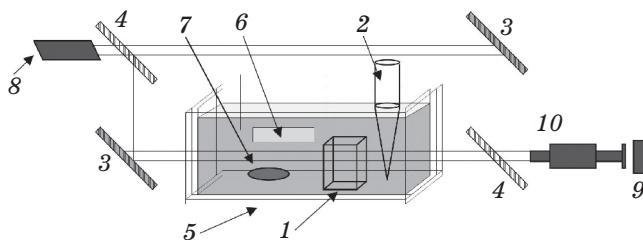


Рис. 1. Интерферометр Маха–Цендера и кювета с градиентным эталоном и образцом. 1 — образец, 2 — эталон, 3 — сплошное зеркало, 4 — полупрозрачное зеркало, 5 — кювета, 6 — нагреватель, 7 — магнитная мешалка, 8 — лазер, 9 — экран (матрица ПЗС), 10 — микроскоп.

ренционные картины от образца и эталона. Кювета оборудована нагревателем для изменения температуры ИЖ и магнитной мешалкой, которая обеспечивает однородность температуры ИЖ. Поскольку ПП большинства ИЖ сильно зависит от температуры, нагревание ИЖ позволяет плавно изменять ее ПП (в среднем изменение показателя преломления ИЖ при нагревании на 20 К составляет примерно 0,01). Очевидно, что при нагревании ИЖ интерференционные картины на контурах эталона и образца будут меняться. Когда в процессе нагревания при некоторой температуре ПП образца и ИЖ совпадают, образец становится невидимым, т.е. интерференционные полосы на контуре образца стекла не исчезают (эффект полного иммерсирования). В этот момент записывается (и затем анализируется) интерференционная картина на контуре градиентного эталона. Градиентным эталоном является оптический элемент с точно известным радиальным градиентом ПП, выполненный в форме конуса или клина (рис. 2). Поскольку радиальное распределение ПП в эталоне точно известно, то по интерференционной картине на контуре эталона можно однозначно рассчитать ПП ИЖ, анализируя форму интерференционных полос на контуре эталона при заданном значении ПП ИЖ. Таким образом, определив ПП ИЖ при температуре, при которой наблюдается эффект полного иммерсирования образца, мы тем самым определяем ПП рассматриваемого образца стекла.

Для осуществления описанных выше измерений надо знать аналитическое выражение для волновой поверхности светового пучка по-

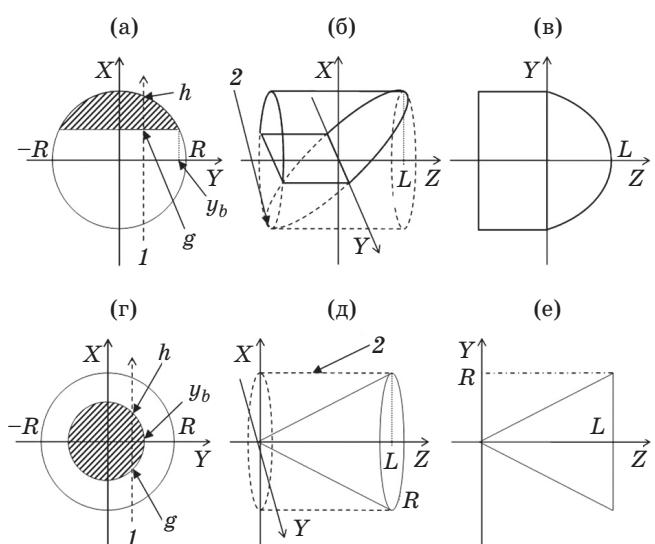


Рис. 2. Сечение, внешняя форма и контур клиновидного (а, б, в) и конусного (г, д, е) эталонов. 1 — траектория луча, 2 — исходный градиентный элемент, g — точка входа луча в эталон, h — точка выхода луча из эталона.

сле прохождения через эталон, помещенный в ИЖ, и найти связь между ПП ИЖ и координатами характерных точек волновой поверхности (т.е. координаты расположения максимумов, минимумов, перегибов и др. у отдельно взятой интерференционной полосы).

Сначала выведем общее выражение, описывающее форму волнового фронта (волновой поверхности) в эталоне, если начальная волновая поверхность была плоской. Следующим шагом определим для эталонов разной формы, что такие характерные точки и каким аналитическим условиям они должны удовлетворять. Затем найдем аналитические выражения, связывающие ПП ИЖ с координатами характерных точек. И в завершение проведем оценку погрешности этих измерений.

ВОЛНОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ЭТАЛОНОВ

Предположим, что все эталоны являются чисто фазовыми объектами и что траектории всех лучей, проходящих через градиентный эталон, являются прямыми. Можно показать, что это предположение верно в том случае, если ПП ИЖ совпадает со средним ПП эталона, а градиент ПП в эталонах не слишком велик. Однако, как будет показано ниже, доказательства этого утверждения

не требуется ввиду специфики выбора характерных точек волновой поверхности.

Исходные оптические элементы, которые используются для изготовления эталонов, имеют форму цилиндра с радиальным распределением ПП вида

$$n(r) = n_0 + \alpha r^2 + \beta r^4 + \gamma r^6, \quad (1)$$

где r — радиальная координата, n_0 — ПП на оптической оси элемента, совпадающей с осью цилиндра, а α , β и γ — постоянные. Из таких оптических элементов можно изготовить разные типы эталонов, отличающиеся формой. Ниже рассмотрим эталоны конической и клиновидной форм, в которых $n(r)$ — монотонно убывающая функция, близкая к параболе с $\alpha < 0$. Это значит, что в качестве исходного оптического элемента может быть использован любой градан [3] с точно известными постоянными α , β и γ в распределении (1). На рис. 2 представлены конический и клиновидный эталоны, их сечения и контуры в декартовой системе координат.

Общее выражение для разности оптических путей (в длинах волн источника света интерферометра) двух соседних лучей, прошедших через кювету, при этом один из них прошел через эталон, а другой напрямую, записывается в следующем виде:

$$P(y, z, n_{oil}) = \frac{\Phi(\delta)}{\lambda} \int_g^h (n(r) - n_{00}) dx, \quad (2)$$

где λ — длина волны, n_{00} — ПП ИЖ, g и h — X -координаты входа луча в эталон и выхода, $\Phi(\delta)$ — функция Хевисайда, которая равна 1, если $\delta \geq 0$, и 0, если $\delta < 0$ (δ является функцией от z и y). Как видно из рис. 2, X -координаты g и h являются также функциями y и z . Наличие функции Хевисайда в выражении (2) обусловлено необходимостью того, чтобы распределение ПП (1) принудительно определялось только на контуре эталона, поскольку ПП эталона имеет физический смысл только в случае, когда r меньше, чем поперечный размер эталона при данном z , тогда как распределение (1) определено на интервале $r [0, \infty]$. Другими словами, если r превышает поперечный размер эталона при данном z , то $P(y, z)$ в выражении (2) нужно принудительно сделать рав-

ным нулю. Таким образом, функция δ должна быть построена таким образом, чтобы она не была равной нулю только в том случае, когда y не выходит за пределы контура эталона. Подставляя $(x^2 + y^2)^{1/2}$ вместо r в выражение (1) и комбинируя выражения (1) и (2), получим

$$P(y, z, n_{00}) = \frac{\Phi(\delta)}{\lambda} \left\{ (h - g) \Delta n + \right. \\ \left. + \int_g^h [\gamma(x^2 + y^2)^3 + \beta(x^2 + y^2)^2 + \alpha(x^2 + y^2)] dx \right\},$$

где $\Delta n = n_0 - n_{00}$. После интегрирования имеем

$$P(y, z, n_{00}) = \frac{\Phi(\delta)}{\lambda} [(\Delta n + a)(h - g) + \\ + b(h^3 - g^3) + c(h^5 - g^5) + d(h^7 - g^7)], \quad (3)$$

где $a = \gamma y^6 + \beta y^4 + \alpha y^2$, $b = \gamma y^4 + (2/3)\beta y^2 + (1/3)\alpha$, $c = (3/5)\gamma y^2 + (1/5)\beta$ и $d = (1/7)\gamma$.

Выражение (3) является общим для волновой поверхности эталона любой формы (не только конусного и клиновидного эталонов). Чтобы найти конкретное выражение для каждого эталона, необходимо определить функции g , h и δ с учетом геометрической формы эталона.

ХАРАКТЕРНЫЕ ТОЧКИ ВЛНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГРАДИЕНТНЫХ ЭТАЛОНОВ

Рассмотрим форму интерференционных полос на контуре эталонов в случае, когда интерферометр расстроен таким образом, что фоновые равноотстоящие друг от друга интерференционные полосы на экране интерферометра перпендикулярны оптической оси (оси Z) эталона. Используя общие соображения, можно предсказать возможные формы полос. Во-первых, все полосы на контуре эталона будут осесимметричными в силу симметричности распределения ПП в эталонах. При этом каждая полоса будет иметь экстремум на оси контура эталона. Во-вторых, если ПП ИЖ выше, чем средний ПП области, примыкающей к боковой поверхности эталона, и ниже, чем средний ПП вдоль траектории луча, проходящего через середину эталона, то будут наблюдаться два дополнительных идентичных

экстремума, расположенных симметрично вокруг оси контура. Наличие этих экстремумов можно объяснить тем, что разность оптических путей через середину стандартного эталона и ИЖ положительна, но разница оптических путей через область, примыкающую к поверхности стандартного эталона и ИЖ, отрицательна (если распределение ПП является параболическим и $\alpha < 0$). В таком случае эти экстремумы являются минимумами. В отличие от экстремума на оси контура эталона эти два минимума исчезают, если ПП ИЖ значительно отличается от среднего ПП эталона. Эти минимумы будем называть боковыми минимумами, а экстремум на оси — осевым экстремумом.

Формы интерференционных полос связаны с формой волновых поверхностей эталонов, формирующихся после прохождения измерительного пучка интерферометра через эталон. Определим характерные точки (y_i, z_i) на волновой поверхности как точки, удовлетворяющие одному из трех условий, а именно

$$\frac{\partial P(y_i, z_i, n_{00})}{\partial y} = 0, \text{ если } y_i = (R/L)z_i, \quad (4)$$

$$P(y_i, z_i, n_{00}) = P(y = 0, z_i, n_{00}), \\ \text{если } y_i = (R/L)z_i, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 P(y = 0, z_i, n_{00})}{\partial y^2} = 0. \quad (6)$$

Здесь R — радиус исходного оптического элемента с градиентом ПП, L — длина эталона, а R/L — тангенс половины угла конуса или угол клина эталона, и, следовательно, y_i — половина поперечного размера эталона при $z = z_i$. Полосы, которые проходят через характерные точки, будем называть характерными полосами, а координаты (y_i, z_i) — координатами характерных точек. Для каждого условия (4)–(6) есть только одна полоса характерного вида, которая может быть легко идентифицирована.

Первый вид. Если выполнено условие (4), то это означает, что координаты боковых минимумов поперечного сечения волновой поверхности при $z = z_i$ совпадают с границей (при $y = y_i$) контура эталона. С другой стороны это означает, что в этой точке (z_i, y_i) ПП ИЖ

равен ПП на поверхности эталона, а на интерференционной картине можно наблюдать, как одна из базовых полос входит в контур эталона без какого-либо излома. Полосы такого типа будем называть гладкими, а условие (4) будем называть условием гладкого входа.

Второй вид. Очевидно, что оптический путь через середину эталонов увеличивается по мере того как увеличивается его толщина. Существует единственная Z -координата ($z = z_i$), если таковая имеется, где оптические пути через середину эталона и через слой ИЖ такой же толщины равны. Условие (5) определяет этот случай. Специфической особенностью характерной полосы, связанной с условием (5), является совпадение Z -координаты осевого экстремума (при $y = 0$) и точки входа той же полосы в контур (при $y = y_b$).

Третий вид. Наконец, по условию (6) мы определяем характерную полосу, которую можно определить как полосу, расположенную между двумя полосами на контуре эталона, одна из которых имеет осевой максимум, а другая — осевой минимум. Характерная точка этой полосы расположена на оси контура эталона именно там, где встречаются фронты (волновые поверхности) расходящихся волн (поверхность выпуклой волны) и сходящихся волн (поверхность вогнутой волны).

ЭТАЛОНЫ

Конус

Обозначим длину и радиус основания конуса как L и R соответственно. Для любого z , удовлетворяющего условию $0 < z < L$, радиус эталона $r = (R/L)z$, или $2r$ равно поперечному размеру контура эталона при данном z . Тогда функции g и h могут быть записаны в виде

$$g = -\sqrt{r^2 - y^2}, \quad h = +\sqrt{r^2 - y^2},$$

или

$$g = -\sqrt{(R/L)^2 z^2 - y^2}, \\ h = +\sqrt{(R/L)^2 z^2 - y^2}, \quad (7)$$

где g и h — X -координаты точек входа и выхода луча в случае конусного эталона (рис. 2г).

Функция δ определяется как $\delta = r - |y|$, или $\delta = Rz/L - |y|$. При этом условии $\Phi(\delta) = 0$, если $|y| \geq r$, и 1, если $|y| < r$. Определив δ и учитывая тот факт, что функции g и h в выражении (7) четны и что $h = -g$, можно записать выражение волновой поверхности для конусного эталона, подставив h из выражения (7) вместо h в выражении (3). Таким образом, мы получаем выражение для поверхности волнового фронта на выходе из конусного эталона

$$P(y, z, n_{00}) = \frac{2\Phi(\delta)}{\lambda} [(\Delta n + a)h + bh^3 + ch^5 + dh^7]. \quad (8)$$

Волновая поверхность конусного эталона с параболическим радиальным распределением ПП представлена на рис. 3.

Теперь определим аналитическую связь между ПП ИЖ и Z -координатой характерных полос. Первая производная выражения для волновой поверхности конусного эталона (8) по y равна

$$\frac{\partial P(y, z, n_{00})}{\partial y} = -\frac{2y\Phi(\delta)}{\lambda h} Q(y, z, n_{00}), \quad (9)$$

где

$$Q(y, z, n_{00}) = \Delta n + \gamma y^6 + \beta y^4 + \alpha y^2 - \alpha h^2 - \frac{1}{3}\beta h^4 - \frac{1}{5}\gamma h^6 - (\gamma h^2 + 3\gamma y^2 + 2\beta)h^2 y^2.$$

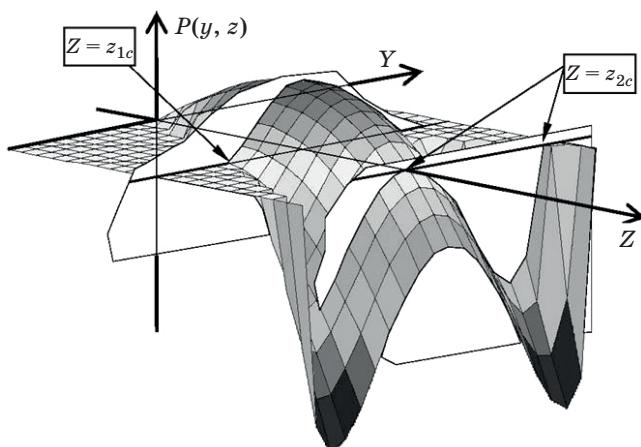


Рис. 3. Волновая поверхность конусного эталона с параболическим радиальным распределением ПП при $n_{00} \approx n(R/2)$.

Из выражения (9) следует, что для выполнения условия (4) необходимо, чтобы $Q = 0$. Кроме того, как упоминалось выше, гладкий вход для одной из фоновых полос может быть реализован, если боковой минимум волнового фронта совпадает с границей контура эталона. Таким образом, условие (4) становится эквивалентным условию

$$Q(y_b, z_{1c}, n_{00}) = 0, \quad (10)$$

где z_{1c} обозначает Z -координату характерной полосы первого типа для конусного эталона и определяется из выражения $y_b = (R/L)z_{1c}$. Здесь y_b является Y -координатой полосы гладкого входа в контур эталона. Учитывая тот факт, что $h_c \rightarrow 0$ при $y \rightarrow y_b$, можно получить уравнение, которое определяет ПП ИЖ как неявную функцию Z -координаты полосы гладкого входа. Переписав эту зависимость в явном виде, получим

$$n_{00} = n_0 + \alpha \left(\frac{R}{L} \right)^2 z_{1c}^2 + \beta \left(\frac{R}{L} \right)^4 z_{1c}^4 + \gamma \left(\frac{R}{L} \right)^6 z_{1c}^6. \quad (11)$$

Это выражение может быть использовано для вычисления n_{00} , подставив в него значение Z -координаты гладкого входа z_{1c} , которое может быть легко определено из интерференционной картины конусного эталона (рис. 4).

Выражение (11) также следует из очень простых соображений. Сравнение выражений (1)

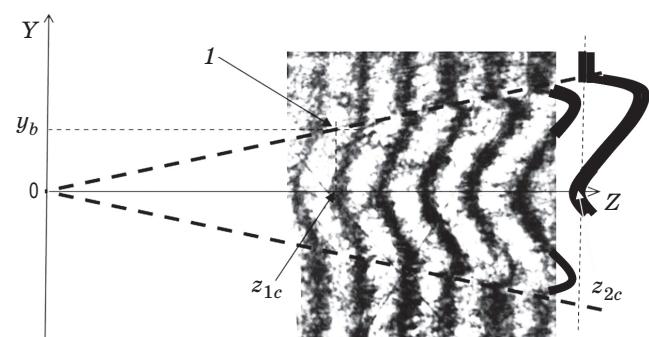


Рис. 4. Интерференционная картина конусного эталона с параболическим радиальным распределением ПП при $n_{00} \approx n(R/2)$. Стрелкой 1 обозначен гладкий вход интерференционной полосы.

и (11) позволяет сделать вывод, что правая часть выражения (11) равна ПП на поверхности конусного эталона, поскольку $(R/L)z_{1c}$ — это поперечный размер (или радиус) эталона при z_{1c} . *A priori* это достаточное и необходимое условие гладкого входа интерференционной полосы. Но мы связали гладкую полосу с положением бокового минимума волновой поверхности, потому что это помогает правильно и легко ее обнаружить по следующему признаку (см. рис. 4): полосы справа от гладкой полосы имеют провал, а слева такого провала не имеют.

Связь между n_{00} и z_{2c} для характерной полосы второго типа найдем с помощью условия (5). Здесь z_{2c} — Z -координата характерной полосы второго типа для конусного эталона. Подставляя $(R/L)z_{2c}$ вместо y_i и z_{2c} вместо z_i в выражение (5) и учитывая, что $P(y_i, z_{2c}, n_{00}) = 0$ при $y_i = (R/L)z_{2c}$ и что в данном случае $a = 0$, $b = (1/3)\alpha$, $c = (1/5)\beta$, $d = (1/7)\gamma$ и $h = (R/L)z_{2c}$ при $y = 0$, условие (5) для полосы второго типа конусного эталона можно переписать как явную функцию n_{00} от z_{2c}

$$\begin{aligned} n_{00} = & n_0 + \frac{1}{3}\alpha\left(\frac{R}{L}\right)^2 z_{2c}^2 + \\ & + \frac{1}{5}\beta\left(\frac{R}{L}\right)^4 z_{2c}^4 + \frac{1}{7}\gamma\left(\frac{R}{L}\right)^6 z_{2c}^6. \end{aligned} \quad (12)$$

На интерференционной картине эта полоса может быть идентифицирована как полоса с одинаковыми координатами Z при $y = 0$ и при $y \geq (R/L)z_{2c}$ (см. рис. 3). Эта полоса будет совпадать с линией пересечения с XY сечением волновой поверхности в точке z_{2c} и фоновым волновым фронтом только в точке ($y = 0$, $z = z_{2c}$) и в интервале $|y| \geq (R/L)z_{2c}$. На интерференционной картине (рис. 4) эта полоса обозначена штрих-пунктиром z_{2c} .

Характерная полоса третьего типа может быть определена с использованием условия (6). Запишем вторую производную $P_c(y, z, n_{00})$ по y

$$\frac{\partial^2 P(y, z, n_{00})}{\partial y^2} = -\frac{2\Phi(\delta)}{\lambda h} \left(y^2 \frac{Q}{h^2} + y \frac{\partial Q}{\partial y} + Q \right).$$

Приравнивая это выражение к нулю, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P(y=0, z_{3c}, n_{00})}{\partial y^2} = & \\ = -\frac{2\Phi(\delta)}{\lambda h} Q(y=0, z_{3c}, n_{00}) = 0, \end{aligned}$$

где z_{3c} — Z -координата полосы при $y = 0$, которая определяется тем, что соседняя полоса при $z > z_{3c}$ имеет при $y = 0$ осевой минимум (или максимум), а другая соседняя полоса при $z < z_{3c}$ имеет при $y = 0$ осевой максимум (или минимум). Итак, условие (6) сводится к уравнению $Q(y = 0, z_{3c}, n_{00}) = 0$. Поскольку параметр h при $y = 0$ равен $(R/L)z_{3c}$, окончательное соотношение между n_{00} и z_{3c} может быть представлено в явном виде как

$$\begin{aligned} n_{00} = & n_0 - \alpha\left(\frac{R}{L}\right)^2 z_{3c}^2 - \\ & - \frac{1}{3}\beta\left(\frac{R}{L}\right)^4 z_{3c}^4 - \frac{1}{5}\gamma\left(\frac{R}{L}\right)^6 z_{3c}^6. \end{aligned} \quad (13)$$

Полоса такого типа может быть идентифицирована на интерференционной картине как полоса, лежащая между двумя полосами, одна из которых имеет максимум (минимум) при $y = 0$, а другая — минимум (максимум). Такая полоса хорошо видна на интерференционной картине клиновидного эталона (рис. 6).

Таким образом, используя конус в качестве эталона, можно выделить три характерных полосы. Следует отметить, что все полосы не могут наблюдаться одновременно. Например, можно показать, что если полоса первого типа видна в контуре конусного эталона, то полоса третьего типа не может наблюдаться одновременно. Чтобы избежать громоздких выражений, приравниваем β и γ нулю, таким образом, распределение ПП в эталоне будет чисто параболическим. Если ПП ИЖ фиксирован, правая часть выражения (11) может быть приравнена к правой части выражения (13). После упрощения имеем $z_{1c}^2 + z_{3c}^2 = 0$. Очевидно, что для любого $z_{3c} > 0$ не существует реального значения z_{1c} . Такая же процедура может быть выполнена для отдельных полос второго и третьего типа. Это приводит к такому же выводу. Однако связь между Z -координатами характерных точек полос первого и второго типов

может быть легко определена. Приравнивая правые части выражений (11) и (12) (так как n_{00} фиксирован), после упрощения имеем $3z_{1c} = z_{2c}$. Обе полосы (первого и второго типов) будут видны одновременно, если $3z_{1c}$ меньше L , в противном случае z_{2c} становится больше L , но последнее не имеет смысла.

Из выражений (11)–(13) следует, что использование только одной характерной полосы позволяет измерять ПП, которые попадают в интервал, равный примерно максимальному перепаду ПП в эталоне δn ($\delta n = n(0) - n(R)$). Однако интервалы ПП ИЖ, которые могут быть измерены с использованием каждой характерной полосы, не совпадают. Этот факт дает возможность измерять ПП ИЖ в интервале, который значительно превышает значение δn . Действительно, минимальный ПП ИЖ, который можно измерить с помощью эталона в виде конуса с параболическим распределением ПП и с использованием полосы первого типа, равен $n_0 + \alpha R^2$ (см. выражение (11) при $z_{1c} = L$ и $\alpha < 0$, а $\beta = \gamma = 0$). В то же время использование полосы третьего типа дает нам $n_{00} = n_0 - \alpha R^2$ (см. выражение (13) при z_{3c} и $\alpha < 0$, $\beta = \gamma = 0$), в этом случае значение n_{00} является максимальным для измерения с помощью конусного эталона. Таким образом, диапазон ПП, измеряемых с помощью конусного эталона, равен $2\delta n$.

Клин

Расположение клиновидного эталона относительно декартовой системы координат представлено на рис. 2а–в. Радиус градиентного элемента, из которого изготовлен клиновидный эталон, обозначим, как и раньше, буквой R , а его длину буквой L . Из рассмотрения произвольного сечения эталона, приведенного на рис. 2а заштрихованной областью, вытекает, что функции h и g в выражении (3), т.е. X -координаты входа и выхода измерительного луча интерферометра в эталон, определяются выражениями

$$h = \sqrt{R^2 - y^2}, \quad g = \left(\frac{R}{L}\right)z. \quad (14)$$

При некоторой заданной величине z ($0 < z < L$) Y -координата границы контура клиновидного эталона y_b определяется следующим образом:

$$\sqrt{R^2 - (Rz/L)^2} \text{ (или } R/L \sqrt{L^2 - z^2}). \quad (15)$$

Значение b следует выбрать таким образом, чтобы при $|y| > y_b$ оно было бы отрицательным. Этому условию удовлетворяет выражение

$$b = \frac{R}{L} \sqrt{L^2 - y^2} - |y|. \quad (16)$$

Аналитическое выражение для волновой поверхности клиновидного эталона $P(y, z, n_{00})$ получим подстановкой выражений (14) и (16) в (3); волновая поверхность клиновидного эталона приведена на рис. 5.

Согласно условию (4), чтобы найти связь между n_{00} и Z -координатой гладкого входа (полоса первого вида), необходимо приравнять производную $\partial P/\partial u$ нулю, а затем подставить выражение для y_b (15) на место y . Данные преобразования очень громоздки (мы их опускаем), они приводят к выводу, что есть только две возможности удовлетворить этому условию, а именно

$$n_{00} = n_0 + \alpha R^2 + \beta R^4 + \gamma R^6, \quad (17)$$

$$L = z_{1w}. \quad (18)$$

Оба выражения не зависят от z_{1w} , где z_{1w} — Z -координата гладкого входа. Это означает, что только одно значение ПП ИЖ удовлетворяет условию гладкого входа и при этом значении все полосы являются гладкими. Значение ПП ИЖ должно быть равно ПП на цилиндрической поверхности эталона, поскольку правая часть выражения (17) является ничем

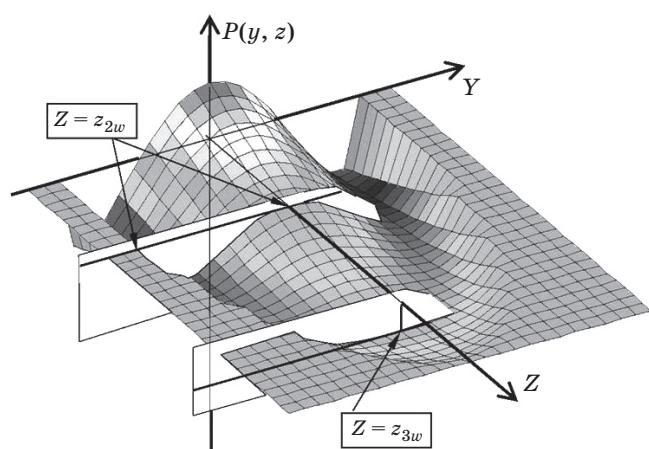


Рис. 5. Волновая поверхность клиновидного эталона с параболическим радиальным распределением ПП при $n_{00} \approx n(R/2)$.

иным, как правой частью выражения (1) при $r = R$, а выражение (18) является частным случаем выражения (17). Таким образом, в случае клиновидного эталона полоса первого вида не представляет интереса, поскольку она может появляться при единственном значении ПП ИЖ. Для определения полосы второго вида следует использовать условие (5). Соотношение между n_{00} и z_{2w} может быть получено так же, как и в случае конусного эталона. Учитывая то, что для клиновидного эталона $a = 0$, $b = (1/3)\alpha$, $c = (1/5)\beta$, $d = (1/7)$ g и $h = R$ при $y = 0$, из выражения для волновой поверхности клиновидного эталона $P(y, z, n_{00})$, получаемого подстановкой выражений (14) и (16) в формулу (3), следует, что

$$\begin{aligned} n_{00} = n_0 + \frac{1}{3}\alpha \frac{R^2}{L^2} \left(\frac{L^3 - z_{2w}^3}{L - z_{2w}} \right) + \\ + \frac{1}{5}\beta \frac{R^4}{L^4} \left(\frac{L^5 - z_{2w}^5}{L - z_{2w}} \right) + \frac{1}{7}\gamma \frac{R^6}{L^6} \left(\frac{L^7 - z_{2w}^7}{L - z_{2w}} \right). \quad (19) \end{aligned}$$

Осталось применить условие (6) для нахождения зависимости $n_{00}(z_{3w})$ для клиновидного эталона, где z_{3w} — Z -координата положения полосы (точки) третьего вида. Процедура определения вида зависимости $n_{00}(z_{3w})$ также требует громоздких преобразований и не отличается от нахождения аналогичной зависи-

мости для конусного эталона. Приведем окончательный результат

$$\begin{aligned} n_{00} = n_0 + \alpha R^2 \left(\frac{z_{3w}}{L} \right)^2 + \\ + \frac{1}{3}\beta R^4 \left[1 + 2 \left(\frac{z_{3w}}{L} \right)^3 \right] + \frac{1}{5}\lambda R^6 \left[2 + 3 \left(\frac{z_{3w}}{L} \right)^5 \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Положения полос и точек второго и третьего видов в клиновидном эталоне представлены на рис. 5, они лежат в плоскости соответствующих XY -сечений, также показанных на этом рисунке. Интерференционная картина на контуре клиновидного эталона приведена на рис. 6. Видно, что если воздушный клин интерферометра изменяется и, следовательно, частота фоновых полос становится выше, положение полосы третьего рода не меняется. Здесь необходимо подчеркнуть, что все характерные точки всех рассмотренных эталонов обладают этим свойством.

Таким образом, по значениям Z -координат характерных точек соответствующих эталонов рассчитывается по формулам (11)–(13), (19) и (20) ПП ИЖ, который в момент регистрации интерференционной картины равен ПП исследуемого образца. Очевидно, что диапазон измерений ПП эталонами, изготовленными из градиентного элемента с определенными значениями n_0 и δn ограничен пределами $n_0 \pm \delta n$, поэтому для перекрытия широкого диапазона

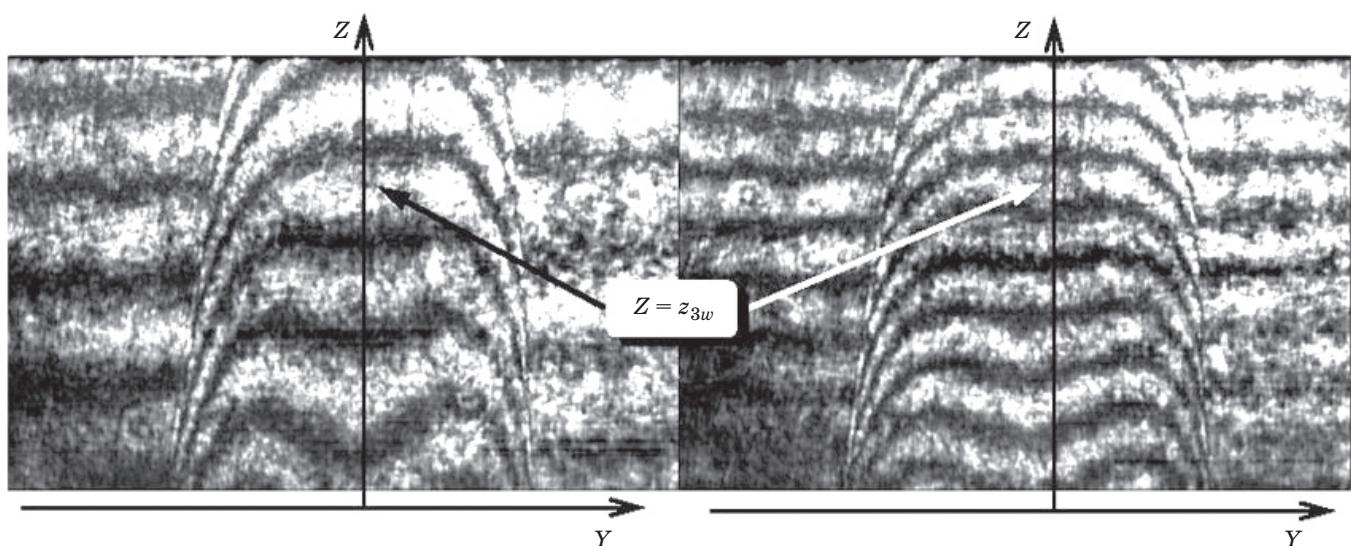


Рис. 6. Интерференционная картина клиновидного эталона с параболическим радиальным распределением ПП при $n_{00} \approx n(R/2)$.

ПП необходимо иметь набор эталонов с различными значениями n_0 и Δn .

Наконец отметим, что упомянутое выше предположение о том, что эталоны рассматриваются как чисто фазовые объекты, т.е. траектории всех световых лучей прямые, не является необходимым, поскольку выбранные характерные точки находятся на траекториях лучей, проходящих через эталоны вдоль градиента ПП, а не поперек.

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

В этом разделе оценивается точность метода, а затем определяются наиболее предпочтительные условия измерений с помощью описанных выше эталонов. Для этого найдем дифференциалы dn_{00} для выражений, описывающих связь между n_{00} и Z -координатами характерных точек. Рассмотрим конусный эталон. Для простоты пусть $\beta = \gamma = 0$. Учет этих параметров необходим для расчета ПП ИЖ, но для оценки точности метода можно пренебречь этими параметрами, поскольку используемое здесь распределение ПП близко к параболическому. Кроме того, если предположить, что такие параметры как α , R и L известны с точностью, достаточной для вычисления значения n_{00} с точностью до $\pm 10^{-5}$, то выражения для расчета ПП ИЖ можно рассматривать как функции только одного аргумента, а именно Z -координаты характерных точек. Таким образом, интересующий нас дифференциал может быть записан в виде

$$dn_{00} = 2C\alpha \left(\frac{R}{L}\right)^2 z_j dz_j, \quad (21)$$

где z_j — Z -координата конкретной характерной полосы, а C — постоянная, которая может быть равна 1, -1 или $1/3$ в зависимости от используемого эталона и вида полосы (см. выражения (11)–(13)).

Из выражения (21) следует, что точность метода определяется константами α и C , квадратом тангенса половины угла при вершине конусного эталона $(R/L)^2$, Z -координатой характерной полосы z_j и точностью определения положения этой полосы dz_j . Пределы параметров эталонов, которые достижимы на практике, а именно $R \approx 0,5$ мм, $L \approx 15$ мм и $\alpha \approx -0,1$ (если максимальный перепад ПП в эталоне

составляет примерно 0,025), позволяют представить выражение (21) в виде

$$dn_{00} \approx 10^{-4} z_j dz_j. \quad (22)$$

Из этого выражения с очевидностью следует, что замена дифференциалов на приращения возможна, если координата характерной точки (z_j) расположена далеко от нуля. Пусть $z_j = 10$ мм. Тогда выражение (22) можно переписать как

$$dn_{00} \approx 10^{-3} \Delta z_j. \quad (23)$$

Значение Δz_j определяется разностью Z -координат двух соседних интерференционных полос. Эта разность (или частота фоновых полос) зависит от воздушного клина интерферометра, которым можно управлять, поворачивая одно из зеркал интерферометра. Выбирать частоту нужно так, чтобы характерная полоса определялась однозначно. Опыт показывает, что частота порядка 50 полос на миллиметр, включая белые и черные полосы, обеспечивает необходимое разрешение, чтобы точно идентифицировать полосы. Это означает, что значение Δz_j составляет 0,02 мм (фактически это расстояние между соседними полосами). Из выражения (23) следует, что если положение характерной полосы далеко от нуля, точность измерения ПП ИЖ равна 2×10^{-5} .

Чтобы оценить точность измерений, если положение (z_j) характерной полосы близко к нулю, необходимо интегрировать выражение (22) от точки z_j до точки $z_j + \Delta z_j$. После интегрирования имеем

$$\Delta n_{00} = \int_{z_j}^{z_j + \Delta z_j} dn_{00} = 10^{-4} \int_{z_j}^{z_j + \Delta z_j} z_j dz_j \approx \\ \approx 10^{-4} z_j^2 \Delta z_j. \quad (24)$$

Таким образом, если Z -координата конкретной полосы находится вблизи нуля, например, $z_j = 1$ мм, погрешность измерения ПП ИЖ равна примерно $\pm 2 \times 10^{-6}$. Следует отметить, что в этом случае частота фоновых полос должна быть уменьшена в 2 раза, чтобы отличить характерную полосу от других. Это приводит к тому, что точность измерения ПП ИЖ не превышает $\pm 4 \times 10^{-6}$.

Таким образом, наилучшее условие для измерения с помощью конусного эталона может быть достигнуто в том случае, если характерная точка волновой поверхности попадает в область, расположенную рядом с острой вершиной этого эталона. Если имеется возможность наблюдать две характерные полосы одновременно (как в случае, представленном на рис. 4), следует выбрать полосу, которая расположена ближе к острой вершине контура эталона.

Точность измерения ПП с помощью клиновидного эталона можно оценить таким же способом, дифференцируя выражения (19) и (20). Здесь мы опустим ход рассуждений (они такие же, как и для конусного эталона) и приведем окончательный результат. Точность определения ПП ИЖ с помощью клиновидного эталона не хуже, чем $\pm 10^{-5}$.

Очевидно, что в данных оценках точности не учитывались факторы, связанные с неидеальностью геометрической формы эталонов

(соосность оптических осей с осью конуса, погрешности в определении R и L), а также с точностью определения постоянных α , β и γ . Анализ влияния перечисленных факторов на погрешность измерений ПП обоими эталонами показал, что предложенный метод обеспечивает точность измерения ПП ИЖ не хуже $\pm 10^{-4}$, что соответствует предъявленным к данному экспресс-методу требованиям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен и описан новый экспресс-метод измерения показателя преломления экспериментальных стекол для градиентной оптики. Разработана теоретическая основа метода и проведена его апробация, которая продемонстрировала действие метода на практике. Теоретический анализ показал, что точность предложенного экспресс-метода определения показателя преломления стекол не хуже, чем 10^{-4} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Архипова Л.Н., Карапетян Г.О., Таганцев Д.К. Проблемы градиентной оптики // Приборостроение. 1996. Т. 39. № 5–6. С. 31–62.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, 848 с.
3. Ильин В.Г., Карапетян Г.О., Ремизов Н.В. и др. Оптика граданов // Успехи научной фотографии. 1985. № 23. С. 106–121.