

РАСЧЕТ ХОДА КОСЫХ ЛУЧЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЕ

© 2005 г. А. В. Гитин, доктор физ.-мат. наук

Научное общество WiGB, Берлин, Германия

С помощью методов гамильтоновой оптики доказано, что расчет хода косых лучей через оптические системы с цилиндрическими линзами можно вести в меридиональной плоскости, если реальные показатели преломления цилиндрических линз заменить на "фиктивные показатели преломления".

Коды OCIS: 080.2720.

Поступила в редакцию 28.06.2004.

В современной оптике: в анаморфотных объективах [1], в оптических установках для фазово-пространственной томографии [2], в микрооптике [3] и т. д. — широко используются цилиндрические линзы. Волосов высказал гипотезу [4, 5], что расчет хода "косого" светового луча, направленного под углом θ , к меридиональной плоскости системы цилиндрических линз, сводится к расчету хода луча в меридиональной плоскости, если реальные показатели преломления n , цилиндрических линз заменить на "фиктивные показатели преломления" $\tilde{n}_i = n \cos \theta_i$. Однако предложенное им обоснование этой гипотезы не совсем понятно. Известен парадокс изобретателя [6]: чем в более общей форме поставлена задача, тем проще ее решить.

Цель настоящей работы — обосновать это утверждение, используя математический аппарат наиболее фундаментальной теории лучевой оптики — оптики Гамильтона.

Чтобы уменьшить размерность оптической задачи и в полной мере использовать математический аппарат Гамильтона, Люнебург предложил [7] расстояние вдоль оптической оси системы z интерпретировать как независимую переменную — аналог времени в механике. В этом случае в каждом сечении $z = \text{const}$ положение светового луча в пространстве задается четырьмя числами (x, y, p, q) , где x и y — координаты светового луча в горизонтальном и вертикальном направлениях, а (p, q) — "импульс", где $p = n \cos \theta_x$, $q = n \cos \theta_y$ — произведение направляющих косинусов светового луча в точке (x, y, z) на показатель преломления среды n в этой точке в горизонтальном и вертикальном сечениях (рисунок а).

Известно, что в общем случае распространение светового луча $x(z)$, $y(z)$, $p(z)$, $q(z)$ через пространство, заполненное средой с плавно изменяющимся коэффициентом преломления $n(x, y, z)$, описывается каноническими уравнениями Гамильтона

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1a)$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\partial H}{\partial q}, \quad \frac{dq}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad (1б)$$

где $H(x, y, p, q; z) = -\sqrt{n^2(x, y, z) - p^2 - q^2}$ — гамильтониан.

Подчеркнем, что, хотя в приведенных выше рассуждениях предполагалась непрерывность оптической среды, это ограничение несущественно, так как в большинстве практически важных случаев можно считать, что линзы имеют "мягкие" преломляющие поверхности с ограниченным по величине градиентом показателя преломления.

Рассмотрим оптическую систему, состоящую из цилиндрических линз с параллельными оси Oy образующими, т. е. с распределением показателя преломления вида $n(x, y, z) = n(x, z)$. Гамильтониан такой системы зависит только от координат x, z, p, q , но не от y :

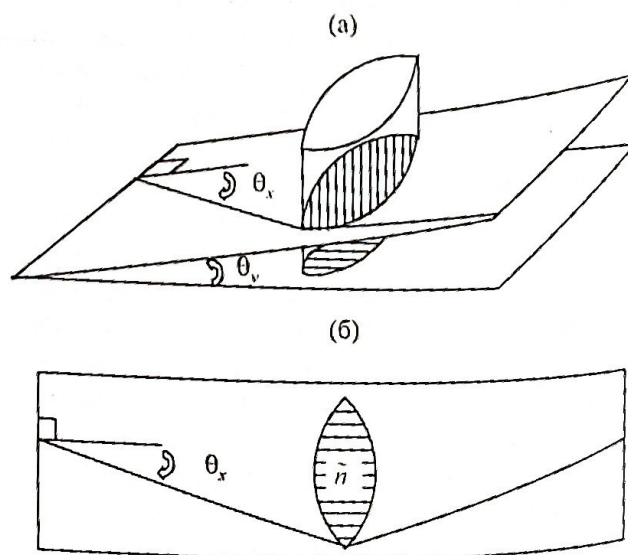
$$H(x, p, q; z) = -\sqrt{n^2(x, z) - p^2 - q^2}. \quad (2)$$

В этом случае канонические уравнения (1) упрощаются

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (3a)$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\partial H}{\partial q}, \quad \frac{dq}{dz} = 0. \quad (3б)$$

Из выражения (3б) видно, что хотя световой луч, идущий в плоскости (yz) , параллельной образующим цилиндрических линз, при входе в цилиндри-



Ход косого луча через цилиндрическую линзу с показателем преломления n (а) и через меридиональную проекцию этой линзы с "фиктивным показателем преломления" $\tilde{n}$ (б).

ческую линзу и выходе из нее меняет свое направление, но его оптический орт q при этом не меняется. Если зафиксировать величину этого оптического орта

$$\bar{q} = \text{const},$$

то гамильтониан оптической системы (2) упрощается:

$$H(x, p; z) = -\sqrt{\bar{n}^2(x; z) - p^2}, \quad (4)$$

где $\bar{n}_i = -\sqrt{n^2(x; z) - \bar{q}^2} = n(x; z) \cos \theta_y$ — “фиктивный показатель преломления”, а θ_y — угол наклона косо́го луча по отношению к меридиональной плоскости (x, z) .

Это упрощает анализ хода световых лучей в “косых” сечениях цилиндрических линз. Действительно, если реальные показатели преломления n_i цилиндрических линз заменить “фиктивными показателями преломления” $\bar{n}_i = -\sqrt{n_i^2 - \bar{q}^2}$ (рисунок б), то расчет хода “косого” светового луча с импульсом q через

систему цилиндрических линз сводится к расчету хода луча в меридиональной плоскости ($q = 0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гутин А.В. Анаморфоза и дисторсия // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. С. 472.
2. Raymer M.G., Beck M., McAlister D.F. Complex wave-field reconstruction using phase-space tomography // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. № 8. P. 1137–1140.
3. Schreiber P., Höfer B., Dannberg P. Mikrooptik für die Faserkopplung von Hochleistungs-Diodenlasern // Photonik. 2003. № 6. S. 50–52.
4. Волосов Д.С. Фотографическая оптика. М.: Искусство. 1971. 543 с.
5. Волосов Д.С., Печатникова Ш.Я. Основы теории и метода широкоугольных анаморфотных систем // ОМП. 1957. № 2. С. 20–28.
6. Лойа Д. Как решать задачу. М.: Гос. уч.-пед. изд-во, 1961. 208 с.
7. Luneburg R.K. Mathematical Theory of Optics. Berkely-Los Angeles: Univ. of California Press, 1964. 448 p.