

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.233.2:535.241.5

ПЕРЕВОД ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В СЕТЕОВЫЕ И СЕТЕОВЫХ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В КАЧЕСТВЕ ИСТОЧНИКА АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА

© 2005 г. В. П. Будин

ВНЦ “Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова”, Санкт-Петербург
E-mail: budin@soi.spb.ru

Рассмотрены способы пересчета энергетических величин в сетевые и сетевых в энергетические. Проанализированы константы, входящие в расчетные формулы, приводимые в различных литературных источниках. Предложена формула, позволяющая при использовании в качестве источника излучения абсолютно черного тела пересчитывать энергетические величины в сетевые и сетевых в энергетические без использования численного интегрирования.

Коды OCIS: 120.5240.

Поступила в редакцию 08.04.2005.

Энергетические фотометрические величины все чаще используются не только в инфракрасной и ультрафиолетовой областях, но и в видимой области спектра. Поэтому актуальным представляется вопрос пересчета энергетических величин в сетевые и сетевых величин в энергетические.

В соответствии с [1] переход от энергетической фотометрической величины X_e к редуцированной X_r осуществляется в соответствии с выражением

$$X_r = K \int_0^{\infty} X_{e,\lambda} S'(\lambda) d\lambda, \quad (1)$$

где $X_{e,\lambda}$ – спектральная плотность энергетической фотометрической величины, K – переводной множитель от энергетических величин к единицам, применяемым в данной системе редуцированных величин, $S'(\lambda)$ – относительная спектральная чувствительность реального или модельного приемника.

Поскольку сетевые (визуальные) величины являются частным случаем редуцированных фотометрических величин, то для них применима та же формула (1), в которой коэффициент перехода $K = 683$ лм/Вт, а $S'(\lambda)$ – функция относительной спектральной световой эффективности светлоадаптированного глаза $V(\lambda)$. Эта функция утверждена Международной комиссией по освещению [2] и принята в России Государственным стандартом [3].

Исходя из этого определения, получаем известное выражение для перевода энергетических величин в сетевые

$$\Phi_v = 683 \int_{0,380}^{0,780} F_{e,\lambda} V(\lambda) d\lambda. \quad (2)$$

Это основная расчетная формула для пересчета энергетических величин в сетевые. Вместо потока в выражении может присутствовать любая фотометрическая величина (яркость L , светимость M , освещенность E , сила света I).

Как показано в [4], обратный переход от сетевых величин к энергетическим можно осуществить по формуле

$$L_e = L_v \int_0^{\infty} L_{e,\lambda} d\lambda / \left(683 \int_0^{\infty} L_{e,\lambda} V(\lambda) d\lambda \right). \quad (3)$$

В [4] переход от сетевых величин к энергетическим записан по отношению к яркости, но, как уже упоминалось выше, он справедлив по отношению к любой фотометрической величине.

Необходимо отметить важный момент. Интегрирование по длинам волн в общем случае осуществляется от нуля до бесконечности. Естественно, при численных расчетах реальных источников интегрирование выполняется в той области, где реально присутствует излучение источника. Однако если при переходе от энергетических величин к визуальным по формуле (2) реально интегрирование осуществляется в области 0,38–0,76 мкм (т. е. там, где произведение функций под знаком интеграла не стремится к нулю,

а оно в данном случае определяется областью спектральной чувствительности глаза, то при использовании формулы (3) верхний интеграл нужно вычислять по всей области, в которой излучает источник. Для многих реальных источников распределение энергии вне видимой области либо неизвестно, либо точно не определено. В этом смысле только использование в качестве модели абсолютно черного тела (АЧТ) дает адекватную величину энергетической величины по визуальной, поскольку область интегрирования можно определить с нужной степенью точности.

Все вышесказанные трудности вычислений привели к поиску методов, позволяющих избежать численного интегрирования хотя бы при каждом акте вычисления.

Для монохроматического излучения приведенные выше два выражения вырождаются в простые соотношения. Из (2) получаем

$$\Phi_v = 683 F_e V(\lambda), \quad (4)$$

а из (3)

$$F_e = \Phi_v / 683 V(\lambda). \quad (5)$$

Для сложного излучения для вычисления по формулам (2) и (3) необходимо выполнять интегрирование. К сожалению, для большинства реальных случаев функции распределения фотометрических величин по спектру не могут быть описаны аналитическим выражением. Тем не менее, в одном практически важном случае функция спектрального распределения светимости имеет аналитическое выражение, а именно для АЧТ. В этом случае спектральное распределение светимости излучения описывается формулой Планка. Для АЧТ спектральная плотность энергетической светимости [2]

$$M_{e,\lambda}(\lambda, T) = \partial M_e(\lambda, T) / \partial \lambda = c_1 \lambda^{-5} (e^{c_2/\lambda T} - 1)^{-1}, \quad (6)$$

где $c_1 = 2\pi h c^2 = (3,7417749 \pm 0,0000022) \times 10^{-16}$ Вт м², $c^2 = hc/k = (1,438769 \pm 0,000019) \times 10^{-2}$ м К, c – скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме, k – постоянная Больцмана. Значения фундаментальных физических констант рекомендованы Государственной службой стандартных справочных данных (ГСССД) [5].

Для удобства вычислений характеристик АЧТ Фабри [6] предложил вычислять функции Планка в относительных координатах x и y с помощью так называемой изотермической кривой. В этом случае вычисления выполняются по формуле

$$y = A_1 x^{-5} (e^{A_2/x} - 1)^{-1}, \quad (7)$$

где $y = M_\lambda / M_{\lambda_{\max}}$, $x = \lambda / \lambda_{\max}$. Константа A_2 , являющаяся корнем уравнения $x e^x / (e^x - 1) = 5$, по [5] равна 4,96511423. Константа A_1 вычисляется из выраже-

ния $A_1 = (e^{A_2} - 1)$. Значение $\lambda_{\max}$ находится из закона смещения Голицына–Вина

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (8)$$

где $b = (2,897756 \pm 0,000024) \times 10^{-2}$ м К.

Значение максимальной плотности энергетической светимости для данной температуры АЧТ можно найти по формуле [7]

$$M_{\lambda_m}(T) = \beta T^5, \quad (9)$$

причем

$$\begin{aligned} \beta &= (c_1/c_2^5) A_2^5 (e^{A_2} - 1)^{-1} = \\ &= 1,28673042 \times 10^5 \text{ Вт м}^2 \text{ К}^{-5}. \end{aligned} \quad (10)$$

Значения констант c_1 , c_2 , A_2 приведены по ГСССД [5].

Эти формулы и константы положены в основу разработанной автором программы [8], позволяющей рассчитывать характеристики АЧТ. Усовершенствованный вариант этой программы вошел в программный комплекс ФОРЭС (Фотометрический расчет оптических систем) [9], позволяющий кроме расчета характеристик АЧТ вычислять редуцированный (эффективный) коэффициент пропускания по спектральным характеристикам источника приемника и оптической системы, коэффициент пропускания сложной оптической системы, освещенность в плоскости изображения оптической системы по яркости объекта, апертуре и коэффициенту пропускания оптической системы. При тестировании программы автор столкнулся с тем, что результаты, полученные по разработанной им программе, в третьем знаке расходятся с результатами, приводимыми в некоторых литературных источниках. Изучение этого вопроса позволило установить, что значения рассматриваемых констант, приведенные в различных, в том числе и в весьма авторитетных изданиях, различаются между собой, что и приводит к разным результатам вычислений. В табл. 1 собраны значения констант из литературных источников.

Как уже упоминалось выше, при пересчете энергетических величин приходится интегрировать функцию $V(\lambda)$, заданную в виде таблицы, что весьма неудобно при расчетах. Автором [15] было предложено аппроксимировать функцию относительной спектральной световой эффективности кривой нормального распределения Гаусса в следующем виде:

$$V(\lambda) = e^{-k(\lambda - \lambda_0)^2}, \quad (11)$$

где $k = 275 \text{ мкм}^{-2}$, $\lambda_0 = 0,56 \text{ мкм}$. Учитывая, что для АЧТ соотношение между светимостью и яркостью как для ламбертовского излучателя будет определяться формулой

Таблица 1. Значения констант, используемых при расчете характеристик АЧТ, по различным источникам

Лит-ра	Константа				
	$C_1 \times 10^{16}, \text{Вт м}^2$	$C_2 \times 10^2, \text{м К}$	$b \times 10^3, \text{м К}$	A_1	A_2
[2]	$3,74150 \pm 0,0003$	$1,43879 \pm 0,00019$	—	—	$5,6697 \pm 0,0029$
[5]	$3,7417749 \pm 0,0000022$	$1,438769 \pm 0,00000012$	$2,897756 \pm 0,000024$	$142,324921$	$4,96511423$
[6]	3,707	1,4330	2,886	142,32	4,9651
[7]	$3,7415 \pm 0,0003$	$1,43879 \pm 0,00019$	2,8978	142,32	4,9651
[10]	3,71	1,4380	2,896	142,32	4,965
[11]	3,74	1,438	2,896	142,3	4,965
[12]	$3,7417749 \pm 0,0000022$	$1,438769 \pm 0,000012$	$2,897756 \pm 0,000024$	$142,32$	$4,9651$
[13]	3,74015	1,4388	2,8978	—	5,6697
[14]	$3,74150 \pm 0,0003$	$1,43880 \pm 0,00007$	2,898	142,32	5,6687

Примечание. Закон смещения Голицына–Вина используется в шкале длин волн.

$$L = M/\pi, \quad (12)$$

получим, например, для визуальной яркости АЧТ выражение

$$L = \frac{683}{\pi} \int_{0,38}^{0,76} e^{-k(\lambda-\lambda_0)^2} c_1 \lambda^{-5} (e^{c_2/\lambda T} - 1)^{-1} d\lambda. \quad (13)$$

Это аналитическое выражение можно вычислить с помощью методов вычислительной математики, не прибегая к ручному вводу функции $V(\lambda)$. Как показали расчеты, разница для АЧТ между результатами, полученными при использовании интегрирования с табличной функцией $V(\lambda)$ и аналитической, не превышает третьего знака, т. е. находится в пределах разности, обусловленной расхождением между константами, принятыми при вычислении характеристик АЧТ.

Тем не менее, полезно хотя бы для ориентировочных расчетов вычислить световые характеристики АЧТ, не прибегая к численному интегрированию при каждом акте вычислений. Об интересе к этому вопросу говорит ряд методик, предложенных ранее и которые критически рассмотрены ниже. Кроме того, представлено эмпирическое выражение для вычисления световых величин, найденное автором.

В книге Сакина [16] приводится формула, связывающая, по мнению автора, энергетические и световые величины:

$$F_e = \frac{\Phi_v}{683k} = \frac{\Phi_v}{170}. \quad (14)$$

Эта формула происходит, по сути, от формулы (3), в которой интегралы заменены на эмпирический коэффициент, который, как следует из предыдущего текста, равен 0,25 для “интегрального белого света” и учитывает только спектральную чувствительность глаза, причем не совсем корректно. Поскольку к тому же совершенно не учитываются спектральные свойства приемника, то формула (14) дает заведомо некорректный результат. Как показали расчеты автора, переходный коэффициент от энергетических величин к световым для АЧТ меняется от 0,08 для температуры 1500 К до 73 для температуры 10000 К, достигая максимума при температуре 6650 К, равного 95,4 (по [16] переходный коэффициент равен 170 для “интегрального белого света”). Таким образом, результаты пересчета световых величин в энергетические по формуле (14) будут заведомо заниженными.

Более корректно к этому вопросу подошел Павлов [11]. У него для расчетов используется вспомогательная величина η – коэффициент использования глазом потока излучения, или просто КПД глаза

Таблица 2. Зависимость КПД глаза от температуры АЧТ по различным формулам и источникам

Температура АЧТ	КПД глаза			
	Данные работы [11]	Расчет автора с константами, принятыми в работе [11]	Расчет автора с константами по ГСССД [5]	Расчет по приближенной формуле (20)
1400	$5,6 \times 10^{-5}$	$5,151 \times 10^{-5}$	$5,148 \times 10^{-5}$	$5,734 \times 10^{-5}$
2000	$2,45 \times 10^{-3}$	$2,366 \times 10^{-3}$	$2,351 \times 10^{-3}$	$2,553 \times 10^{-3}$
3000	$3,09 \times 10^{-2}$	$3,034 \times 10^{-2}$	$3,026 \times 10^{-2}$	$3,108 \times 10^{-2}$
4500	$1,03 \times 10^{-1}$	$1,023 \times 10^{-1}$	$1,022 \times 10^{-1}$	$1,020 \times 10^{-1}$
5000	$1,19 \times 10^{-1}$	$1,192 \times 10^{-1}$	$1,191 \times 10^{-1}$	$1,187 \times 10^{-1}$
6500	$1,37 \times 10^{-1}$	$1,396 \times 10^{-1}$	$1,396 \times 10^{-1}$	$1,395 \times 10^{-1}$
10000	$9,88 \times 10^{-2}$	$1,074 \times 10^{-1}$	$1,075 \times 10^{-1}$	$1,076 \times 10^{-1}$
20000	$3,06 \times 10^{-2}$	$3,166 \times 10^{-2}$	$3,170 \times 10^{-2}$	$3,039 \times 10^{-2}$
30000	$1,18 \times 10^{-2}$	$1,121 \times 10^{-2}$	$1,217 \times 10^{-2}$	$1,074 \times 10^{-2}$

$$\eta = \int_0^{\infty} P(\lambda) V(\lambda) d\lambda / \int_0^{\infty} P(\lambda) d\lambda, \quad (15)$$

где $P(\lambda)$ – спектральное распределение мощности источника.

Поскольку величина η , как показывает сравнение с формулой (3), заменяет отношение интегралов, то формула (3), записанная по отношению к потоку (обозначим к.п.д. глаза для АЧТ как $\eta_{\text{АЧТ}}$), перейдет в выражение

$$\Phi_v = F_e \eta_{\text{АЧТ}} 683, \quad (16)$$

и, соответственно, при переходе от энергетических величин к световым и в случае использования в качестве источника АЧТ

$$F_e = \Phi_v / \eta_{\text{АЧТ}} 683, \quad (17)$$

где $\eta_{\text{АЧТ}}$ – КПД глаза для АЧТ с соответствующей температурой. Далее в работе [11] приведена в табличной форме зависимость КПД глаза от температуры АЧТ, позволяющая переходить от световых величин к энергетическим и обратно по формулам (17) и (16) без численного интегрирования. Автор настоящей статьи повторил вычисления КПД глаза по компьютерной программе [9], в которую была введена возможность расчета КПД глаза. Отметим, что для разных температур совпадение с данными [11] составило от одной до трех значащих цифр. Поскольку расчет проводился по единой компьютерной программе, а отклонения результатов носят не систематический характер, то можно предположить, что расхождение полученных результатов с [11] вызвано прежде всего ошибками вычислений в цитируемой работе. В табл. 2 сопоставлены данные автора и из работы [11].

В дальнейшем можно использовать для пересчета скорректированные значения КПД глаза, но для ориентировочных расчетов в отсутствие специали-

зированной программы более целесообразно аппроксимировать зависимость КПД глаза от температуры АЧТ. Как показал регрессионный анализ, наиболее подходящая по точности и не очень сложная зависимость представляется в виде

$$\ln y = a + b \ln x + c/x. \quad (18)$$

Подставляя соответствующие обозначения величин, получим

$$\eta_{\text{АЧТ}} = e^{a+b \ln T + c/T}, \quad (19)$$

где $a = 32,706129$, $b = -3,53611525$, $c = -23597,788$.

После преобразования и округления коэффициентов до той точности, пока они перестают ограничивать точность вычислений, в окончательном виде имеем

$$\eta_{\text{АЧТ}} = 1,61 \times 10^{14} T^{-3,536} e^{-23600/T}. \quad (20)$$

Как показали расчеты, в области температур АЧТ 2800–20000 К погрешность вычисления КПД глаза не превышает 4%, а в области 1400–30 000 К – 10%, что вполне достаточно для расчетов в области реально существующих температур. В области максимального КПД (3900–8000 К) погрешность не превышает 0,5%.

Таким образом, используя формулы (16), (17) и (20), можно легко перейти от энергетических величин к световым величинам и от световых величин к энергетическим при использовании в качестве модельного источника АЧТ с соответствующей температурой.

ЛИТЕРАТУРА

- ГОСТ 26848-84. Фотометрия. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 1984. 25 с.
- Международный светотехнический словарь 3-е изд. / Под. ред. Лазарева Д.Н. М.: Русский язык, 1979. 252 с.

3. ГОСТ 8.332-78. Функция относительной спектральной световой эффективности монохроматического излучения для дневного зрения. М.: Изд-во стандартов, 1984. 25 с.
4. Волькенштейн А.А., Кувалдин Э.В. Фотоэлектрическая импульсная фотометрия. Л.–М.: Машиностроение, 1978. 384 с.
5. ГСССД 1-87. Государственная служба стандартных справочных данных. Таблицы стандартных справочных данных. Фундаментальные физические константы. М.: Изд-во стандартов, 1989. 8 с.
6. Фабри Ш. Общее введение в фотометрию. М.: Гостехиздат, 1937. 156 с.
7. Мирошников М.М. Оптико-электронные приборы. М.: Машиностроение, 1978. 384 с.
8. Будин В.П. Программа расчета характеристик абсолютно черного тела // Сб. тр. V Междунар. конф. “Прикладная оптика”. СПб. Оптическое общество им. Д.С. Рождественского, 2002. Т. 3. С. 67–70.
9. Будин В.П. Программный комплекс “ФОРΟΣ” для расчета фотометрических характеристик оптических систем // Сб. тр. VI Междунар. конф. “Прикладная оптика”. СПб. Оптическое общество им. Д.С. Рождественского, 2004. Т. 3. С. 113–117.
10. Справочник конструктора оптико-механических приборов. 3-е изд. / Под общ. ред. Панова В.А. Л.: Машиностроение, 1980. 742 с.
11. Павлов А.В. Оптико-электронные приборы (Основы теории и расчета). М.: Энергия, 1974. 360 с.
12. Эпштейн М.И. Измерения оптического излучения в электронике. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1980. 254 с.
13. Stimson A. Photometry and Radiometry for Engineers. N. Y.: John Wiley & Sons Inc., 1974. 448 p.
14. Брамсон М.А. Инфракрасное излучение нагретых тел. М.: Наука, 1964. 226 с.
15. Будин В.П. Аппроксимация функции относительной спектральной световой эффективности зрения // ОМП. 1984. № 8. С. 14–16.
16. Сакин И.Л. Инженерная оптика. Л.: Машиностроение, 1976. 288 с.