РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.42

ПРОСТЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ВИХРИ, СФОРМИРОВАННЫЕ СПИРАЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ ПЛАСТИНКОЙ

© 2007 г. **В. В. Котляр***, доктор физ.-мат. наук; **А. А. Ковалев****, канд. физ.-мат. наук; **Р. В. Скиданов****, канд. физ.-мат. наук; **С. Н. Хонина****, доктор физ.-мат. наук; **О. Ю. Моисеев****, канд. техн. наук; **В. А. Сойфер****, доктор техн. наук, член-корр. РАН

* Институт систем обработки изображений РАН, Москва

** Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара

E-mail: romans@smr.ru

Рассмотрена параксиальная дифракция на спиральной фазовой пластинке ограниченного светового поля, фаза которого постоянная (плоская волна), а амплитуда изменяется как степенная функция с целым показателем степени n (положительным или отрицательным). Показано, что в этом случае дифракция Фраунгофера описывается функцией Бесселя первого рода $(n + 1)$-го или $(n – 1)$-го порядков. Световые поля, формирующие в дальней зоне картины дифракции, описываемые функциями Бесселя, названы простыми оптическими вихрями. Получены выражения для амплитуды картины дифракции Фраунгофера чистых оптических вихрей и гипергеометрических мод. В экспериментальной части работы описано формирование вихревого пучка с распределением интенсивности в виде двойного кольца произвольного радиуса. При этом дифракционные оптические элементы создавались тремя способами: электронной литографией, фотолитографией и с помощью жидкокристаллического дисплея. Приведены эксперименты по вращению микрочастиц в двойном кольце.

Коды OCIS: 050.0050, 050.1970.

Поступила в редакцию 01.02.2007.

1. Введение

В последнее время резко возрос интерес к исследованию оптических вихрей, или оптических полей с фазовой сингулярностью или с дислокациями волнового фронта. В этом позволяет убедиться обзор работ только за 2006 год. Оптические вихри легче всего формируются с помощью спиральной фазовой пластинки (СФП). СФП – это пропускающая свет плоскопараллельная пластинка, на одной стороне которой сформирован рельеф, вносящий фазовую задержку, пропорциональную полярному углу. Поэтому разрабатываются новые методы создания СФП с высоким качеством. В [1] описана СФП высокого качества диаметром 4 мм, изготовленная с помощью прямой записи электронным пучком. СФП на полутоновом фоторезисте SPR-220 с глубиной рельефа до 10 мкм можно изготовить, используя специальные бинарные фазовые решетки [2]. В [3] предложен интерферометрический способ формирования оптических вихрей с помощью призмы Волластона.

Ахроматические СФП позволяют формировать оптические вихри с помощью источников излучения с “широким” спектральным диапазоном в 100 нм [4]. Несколько работ посвящены формированию оптических вихрей с помощью пространственных модуляторов света (ПМС) [5–10]. Так, в [5] описано использование ПМС при формировании оптических вихрей для управления движением нейтральных атомов. С помощью ПМС показана возможность сжатия периферийных колец (боковых лепестков) в дифракционной картине оптического вихря [6]. В [7] ПМС использовался для формирования линейной комбинации соосных оптических вихрей. С помощью ПМС можно сформировать интерференционную картину, которая визуализирует фазу оптического поля с винтовой дислокацией [8]. Применение ПМС позволяет сформировать лазерные пучки Айнса–Гаусса [9]. В [10] показано, что в созданном при использовании ПМС оптическом вихре несимметричная микрочастица, плавающая на поверхности воды, может вращаться в противоположную сторону относительно направления вращения фазы оптического вихря.

В теоретических работах [11, 12] исследуется связь между орбитальным угловым моментом оптического вихря без круговой симметрии и возмож-

ностью вращения поперечного распределения интенсивности лазерного пучка, а также связь между модами Лагерра–Гаусса и новыми пучками Айнса–Гаусса и Эрмита–Лагерра–Гаусса. В [13–15] теоретически и экспериментально исследовалась дифракция плоской и конической волн и гауссова пучка на СФП, а также распространение эллиптического пучка Лагерра–Гаусса. С помощью функций Матье и компьютерной голограммы в [16] были сформированы эллиптические оптические вихри. Распространение полых гауссовых пучков исследуется теоретически в [17, 18], а в [19] рассмотрен непараксиальный вихревой пучок с круговой поляризацией. В [20] показано, что при смещении локальных оптических вихрей с оптической оси и при увеличении их наклонов к оптической оси увеличивается угловой орбитальный момент всего лазерного пучка.

Область применения оптических вихрей постоянно расширяется. В [21] предлагается их использовать для фотолитографии с разрешением $\lambda/10$ (λ – длина волны света). На основе СФП, помещенной в плоскость пространственного спектра оптической 4*f*-системы (*f* – фокусное расстояние сферической линзы), в [22] предложен способ получения спиральных интерферограмм. С помощью спиральной интерферограммы легко различать выпуклые и вогнутые участки волнового фронта. СФП используется также в звездном коронографе [23], в котором свет от яркой звезды преобразуется в кольцо и диафрагмируется, а слабый свет от планет этой звезды проходит через диафрагму и регистрируется.

В [24] показано применение СФП для выполнения радиального преобразования Гильберта. В этой работе описаны новые простые оптические вихри, которые формируются при дифракции светового поля с плоским волновым фронтом и амплитудой, выраженной степенной функцией, на СФП. В экспериментальной части работы описано формирование вихревого пучка с распределением интенсивности в виде двойного кольца произвольного радиуса. При этом дифракционные оптические элементы (ДОЭ) создавались тремя способами: электронной литографией, фотолитографией и с помощью жидкокристаллического дисплея. Приведены эксперименты по вращению микрочастиц в двойном кольце.

2. Оптические вихри, сформированные СФП со степенной амплитудной составляющей

Дифракция Фраунгофера плоской волны, ограниченной круглой диафрагмой радиуса *R* на СФП с функцией пропускания

$$E_{n0p^1}(r,\varphi) = \exp(in\varphi)\mathrm{circl}\left(\frac{r}{R}\right), \qquad (1)$$

где $\mathrm{circ}(r/R) = \{1,\ r \le R;\ 0,\ r > R\}$, описывается комплексной амплитудой вида [13]

$$E_{nfp}(\rho,\theta) = \frac{\exp\left[-i\dfrac{\pi}{2}(n+1)+in\theta\right]}{n!(n+2)}\times \\ \times\left(\frac{kR^2}{f}\right)x^n\,{}_1F_2\left(\frac{n+2}{2},\ \frac{n+4}{2},\ n+1;\ -x^2\right). \qquad (2)$$

Здесь $x = kR\rho/(2f)$, r, φ и ρ, θ – полярные координаты в исходной плоскости и плоскости фурье-спектра, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число света, f – фокусное расстояние сферической линзы, n – целое число (порядок СФП), ${}_1F_2$ – гипергеометрическая функция:

$${}_1F_2(a,b,c;x) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{\Gamma(a+m)\Gamma(b)\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b+m)\Gamma(c+m)}x^m. \qquad (3)$$

Выражение (2) трудно анализировать из-за наличия гипергеометрической функции, которая в данном случае не сводится к другим, более простым, специальным функциям.

Более простое выражение для оптического вихря в дальней зоне получается, если СФП расположить в перетяжке гауссова пучка. Тогда комплексная амплитуда исходного светового поля будет иметь вид

$$E_{n0g}(r,\varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}+in\varphi\right), \qquad (4)$$

где w – радиус перетяжки гауссова пучка, а комплексная амплитуда в зоне дифракции Фраунгофера (в фокальной плоскости сферической линзы) [14]

$$E_{nfg}(\rho,\theta) = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}(n+1)+in\theta-y\right]\times \\ \times\left(\frac{kw^2}{4f}\right)\sqrt{2\pi y}\left[I_{\frac{n-1}{2}}(y)-I_{\frac{n+1}{2}}(y)\right], \qquad (5)$$

где $y = 0{,}5[kw\rho/(2f)]^2$, $I_{(n\pm1)/2}(y)$ – модифицированная функция Бесселя.

[1] Здесь и далее буквенные символы в индексах означают: n – номер СФП, 0 – начальная плоскость ($z = 0$), f – фокальная плоскость ($z = f$), p –падающая плоская волна, g – падающий гауссов пучок, m – номер кольца дифракционной картины, i – степенная возрастающая амплитуда, d – степенная убывающая амплитуда, h – гиперболическая амплитуда, γ – номер логарифмического аксикона, z – произвольная плоскость z, a – аксикон.

В обоих случаях картины дифракции Фраунгофера (2) и (5) имеют вид концентрических колец. Из (2) и (5) можно найти и сравнить радиусы колец

$$\rho_{mp} = \frac{2\gamma_m f}{kR},\ \rho_{mg} = \frac{2\overline{\gamma_m} f}{kw}, \tag{6}$$

где γ_m и $\overline{\gamma_m}$ – числа, которые зависят только от порядка n СФП и от номера кольца m. Из (6) видно, что при $R = w$ радиусы колец оптических вихрей будут различаться только постоянными γ_m и $\overline{\gamma_m}$. В [13] радиус первого кольца вихря приближенно найден в виде

$$\rho_{1,p} \approx \frac{\gamma_{n-1,1} f}{kR}, \tag{7}$$

где $\gamma_{n-1,1}$ – первый корень функции Бесселя $J_{n-1}(\gamma_{n-1,1}) = 0$.

Исходные световые поля (1) и (4) интересны с практической точки зрения, так как могут быть реализованы с помощью фазовых дифракционных оптических элементов [13, 14].

В теоретическом плане интересно рассмотреть другие оптические вихри, картина дифракции которых также состоит из набора концентрических колец, но которые описываются более простыми функциями, например, одной функцией Бесселя первого рода.

Рассмотрим исходное световое поле, комплексная амплитуда которого имеет возрастающую с радиусом функцию амплитуды

$$E_{n0i}(r,\varphi) = \left(\frac{r}{R}\right)^n \exp(in\varphi)\mathrm{circl}\left(\frac{r}{R}\right). \tag{8}$$

Комплексная амплитуда в плоскости фурье-спектра, описывающая дифракцию Фраунгофера ограниченной плоской волны со степенной амплитудой на СФП, будет иметь вид

$$E_{nfi}(\rho,\theta) = \\ = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}(n+1) + in\theta\right]\left(\frac{kR^2}{f}\right)\frac{J_{n+1}(x')}{x'}, \tag{9}$$

где $x' = kR\rho/f$. Первое нулевое кольцо интенсивности картины дифракции, описываемой уравнением (9), будет на расстоянии от центра, равном

$$\rho_{1,0} = \frac{\gamma_{n+1,1} f}{kR},\ J_{n+1}\left(\gamma_{n+1,1}\right) = 0, \tag{10}$$

где $\gamma_{n+1,1}$ – первый нуль функции Бесселя $J_{n+1}(x)$.

Радиус первого кольца вихря (первого максимума интенсивности картины дифракции) можно найти из уравнения

$$x' J'_{n+1}(x') = J_{n+1}(x'), \tag{11}$$

где $J'_{n+1}(x')$ – производная функции Бесселя.

Из (11) следует, что радиус ρ_{1m} первого светлого кольца вихря (9) будет находиться в интервале

$$\rho_{1,d} < \rho_{1,m} < \rho_{1,0}, \tag{12}$$

где $\rho_{1,0}$ – радиус первого темного кольца вихря (кольца с нулевой интенсивностью) (10),

$$\rho_{1,d} = \frac{\gamma'_{n+1,1} f}{kR},\ J'_{n+1}\left(\gamma'_{n+1,1}\right) = 0, \tag{13}$$

$\gamma'_{n+1,1}$ – первый корень (нуль) производной функции Бесселя.

Так как для радиуса ρ_{1p} из (7) можно записать неравенство

$$\frac{\gamma'_{n,1} f}{kR} < \rho_{1,p} < \frac{\gamma_{n,1} f}{kR}, \tag{14}$$

аналогичное (12), и так как при больших порядках СФП ($n \gg 1$) имеют место асимптотики нулей функций Бесселя и ее производной $\gamma_{n,1} \approx n + 1{,}85n^{1/3}$, $\gamma'_{n,1} \approx n + 0{,}81n^{1/3}$, то два неравенства (12) и (14) определяют два пересекающихся множества. Поэтому нельзя определенно сказать, какой из двух радиусов – ρ_{1m} или ρ_{1p} – больше.

Другой пример простого оптического вихря можно получить с помощью исходного амплитудно-фазового светового поля, степенная амплитудная составляющая которого с ростом радиуса не возрастает, как в уравнении (8), а убывает:

$$E_{n0d}(r,\varphi) = \left(\frac{R_1}{r}\right)^n \exp(in\varphi)\left[1 - \mathrm{circl}\left(\frac{r}{R_1}\right)\right], \tag{15}$$

где R_1 – радиус диска, закрывающего центральную часть исходного поля. Световое поле с комплексной амплитудой (15) можно не ограничивать при $r \to \infty$, так как энергия такого поля при $n > 1$ имеет конечное значение

$$W = 2\pi\int_{R_1}^{\infty} |E_{n0d}|^2 r dr = \frac{\pi R_1^2}{n-1}. \tag{16}$$

Исходя из уравнения (15), в плоскости пространственного спектра получим оптический вихрь, комплексная амплитуда которого имеет вид

$$E_{nfd}(\rho,\theta) = \\ = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}(n+1) + in\theta\right]\left(\frac{kR_1^2}{f}\right)\frac{J_{n-1}(x_1)}{x_1}, \tag{17}$$

где $x_1 = kR_1\rho/f$. Функция (17) отличается по форме от функции (9) только номером функции Бесселя.

Это приводит к тому, что при том же порядке СФП n первое кольцо с нулевой интенсивностью оптического вихря (17) при $R_1 = R$ будет иметь меньший радиус по сравнению с радиусом первого темного кольца вихря (9):

$$\overline{\rho_{1,0}} = \frac{\gamma_{n-1,1} f}{kR_1}, \; J_{n-1}\left(\gamma_{n-1,1}\right) = 0. \qquad (18)$$

Функция в правой части (17) равна нулю при $\rho = 0$ для любого $n > 2$, так как $\lim\limits_{x\to 0}\left[J_{n-1}(x)/x\right] = 0$ при $n > 2$. Специально надо рассмотреть случай, когда $n = 2$, так как при этом $\lim\limits_{x\to 0}\left[J_1(x)/x\right] = 1/2$. Но так как фаза оптического вихря (17) при $\rho = 0$ неопределенна при любом n, в том числе и при $n = 2$, то амплитуда поля (17) должна быть равна нулю при $\rho = 0$ и $n = 2$. Это следует из интеграла

$$\int_{R_1}^{\infty} \frac{J_2(cx)}{x} dx = 0 \;\text{ при } c = 0. \qquad (19)$$

Поэтому корректная запись комплексной амплитуды оптического вихря, сформированного исходным полем (15), отличается от (17) и при $n \geq 2$ должна иметь вид

$$E_{nfd}(\rho,\theta) = \\ = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}(n+1) + in\theta\right]\left(\frac{kR_1^2}{f}\right)\frac{J_{n-1}\left(x_1\right)}{x_1}\theta\left(x_1\right), \qquad (20)$$

где

$$\theta\left(x_1\right) = \begin{cases} 1 \text{ при } x_1 > 0, \\ 0 \text{ при } x_1 = 0. \end{cases} \qquad (21)$$

Из (20) видно, что комплексная амплитуда при $n = 2$ не имеет физической интерпретации, так как картина дифракции такого оптического вихря представляет собой картину дифракции Эйри с "выколотой" точкой в центре. Такая "нефизическая" картина дифракции следует из того, что исходное поле (15) не было ограничено при $r \to \infty$. В практическом случае поле (15) следует ограничить кольцевой диафрагмой, тогда вместо (15) получим

$$E_{n0d}(r,\varphi) = \\ = \left(\frac{R_1}{r}\right)^n \exp(in\varphi)\left[\operatorname{circl}\left(\frac{r}{R}\right) - \operatorname{circl}\left(\frac{r}{R_1}\right)\right], \qquad (22)$$

где $R_1 < R$, R – радиус внешнего кольца диафрагмы. Тогда в фурье-плоскости сформируется простой оптический вихрь с комплексной амплитудой

$$\bar{E}_{nfd}(\rho,\theta) = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}(n+1) + in\theta\right]\times \\ \times\left(\frac{kR_1^2}{f}\right)\left[\frac{J_{n-1}\left(x_1\right)}{x_1} - \left(\frac{R_1}{R}\right)^{n-2}\frac{J_{n-1}\left(x'\right)}{x'}\right], \qquad (23)$$

где $x' = kR\rho/f$, $x_1 = kR_1\rho/f$.

При $R \to \infty$ амплитуда $\bar{E}_{nfd}$ будет стремиться к E_{nfd} и при любом R в центре фурье-плоскости ($\rho = 0$) будет равна нулю.

3. Простой оптический вихрь почти без боковых лепестков

В [6] для устранения (сжатия) боковых лепестков в картине дифракции оптического вихря предлагается использовать специальную СФП, параметры которой находятся простым перебором. Ниже предлагается другой способ формирования оптического вихря почти без боковых лепестков. На рис. 1 показана предлагаемая оптическая 4f-схема.

Плоская волна, ограниченная окружностью радиуса R и амплитудой $E_0(r) = \operatorname{circl}(r/R)$, формирует в частотной плоскости первой сферической линзы с фокусным расстоянием f известную картину Эйри:

$$E_{2f}(r) = -i\left(\frac{kR^2}{f}\right)\frac{J_1(x')}{x'}, \qquad (24)$$

где $x' = kR\rho/f$. Если в частотной плоскости первой линзы на рис. 1 расположить СФП с $n = 2$, то на выходе оптической 4f-схемы образуется оптический вихрь типа "кратер вулкана" с амплитудой

$$E_{2ff_1}(r,\varphi) = \\ = \left(-\frac{f}{f_1}\right)\left(\frac{\bar{R}}{r}\right)^2 \exp(2i\varphi)\left[1 - \operatorname{circl}\left(\frac{\rho}{\bar{R}}\right)\right], \qquad (25)$$

где $\bar{R} = f_1 R/f$, f_1 – фокусное расстояние второй линзы. Это следует из интеграла [25]

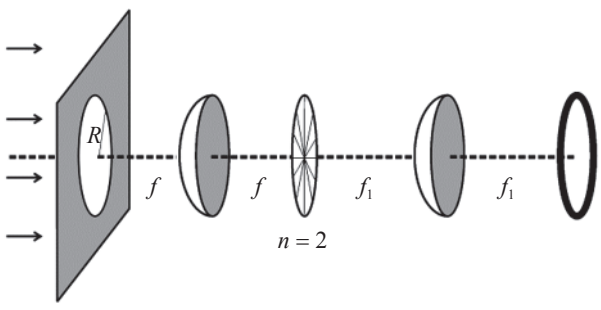


Рис. 1. Оптическая 4f-схема: на входе круглое отверстие в экране, в частотной плоскости первой сферической линзы расположена СФП ($n = 2$), в частотной плоскости второй сферической линзы формируется световое кольцо.

$$\int_0^\infty J_{\nu-1}(bx)J_\nu(cx)dx = \frac{b^{\nu-1}}{c^\nu}\begin{cases}1 \text{ при } 0<b<c,\\ 0 \text{ при } 0<c<b.\end{cases} \quad (26)$$

Из (25) следует, что радиус оптического "кратера" второго порядка ($n = 2$) определяется радиусом R входного отверстия в диафрагме при $f_1 = f$.

4. Дифракция Фраунгофера для чистых оптических вихрей

Если в уравнении (15) при $n = 2$ в амплитудной части устремить радиус ограничивающего диска R_1 к нулю, то исходное поле (15) примет вид

$$E_{n0d}(r,\varphi) = \frac{\exp(in\varphi)}{r^2}. \quad (27)$$

Световое поле с комплексной амплитудой (27) имеет бесконечную энергию. Фурье-преобразование от комплексной амплитуды (27) имеет вид

$$E_{nfd}(\rho,\theta) = \frac{(-i)^{n+1}k}{f}\exp(in\theta)\int_0^\infty \frac{J_n\left(\frac{k}{f}\rho r\right)}{r}dr = \\ = \frac{(-i)^{n+1}k}{f}\exp\left(in\theta\right)\begin{cases}n^{-1}, \rho>0,\\ 0, \rho=0.\end{cases} \quad (28)$$

Из (28) следует, что в фурье-плоскости сформируется оптический вихрь n-го порядка с постоянной интенсивностью везде, кроме центральной точки $\rho = 0$, в которой будет нулевая амплитуда. Кроме того, из уравнения (28) следует, что амплитудно-фазовая функция вида

$$E_{nfp}(\rho,\theta) = \frac{(-i)^{n+1}f}{k}\frac{n\exp(in\theta)}{\rho^2} \quad (29)$$

является фурье-образом "чистого оптического вихря" [26], который формируется при дифракции неограниченной плоской волны на СФП и описывается комплексной амплитудой

$$E_{n0p}(r,\varphi) = \exp(in\varphi). \quad (30)$$

Уравнение (29) следует из интеграла ($n > 0$)

$$\frac{(-i)^{n+1}k\exp(in\theta)}{f}\int_0^\infty J_n\left(\frac{k}{f}\rho r\right)rdr = \\ = \frac{(-i)^{n+1}f\exp(in\theta)}{k\rho^2}\begin{cases}n, \rho>0,\\ 0, \rho=0.\end{cases} \quad (31)$$

5. Дифракция Фраунгофера для гипергеометрических оптических вихрей

Замечательным свойством обладают функции вида

$$E_{n0h}(r,\varphi) = \frac{\exp(in\varphi)}{r}. \quad (32)$$

Фурье-преобразование функции (32) имеет вид

$$E_{nfh}(\rho,\theta) = (-i)^{n+1}\begin{cases}\dfrac{\exp(in\theta)}{\rho}, \text{ если } \rho>0,\\ 0, \text{ если } \rho=0.\end{cases} \quad (33)$$

Из сравнения (32) и (33) видно, что с точностью до постоянного множителя $(-i)^{n+1}$ и за исключением точки $\rho = 0$ функция (32) является фурье-инвариантной. Функции вида (32) с дополнительным логарифмическим аксиконом и параметром $0 < \gamma < \infty$ образуют полный ортогональный базис [27]

$$E_{n0\gamma}(r,\varphi) = \frac{\exp(in\varphi + i\gamma\ln r)}{r}. \quad (34)$$

Функции вида (34) порождают набор гипергеометрических мод (полный ортогональный базис), так как при распространении в свободном пространстве в зоне дифракции Френеля они, меняясь масштабно, сохраняют структуру своей поперечной интенсивности. Действительно, преобразование Френеля от функции (34) дает комплексную амплитуду вида

$$E_{nz\gamma}(\rho,\theta) = \frac{\exp\left[-i\frac{\pi}{4}(n+1-i\gamma)+in\theta+ix_3\right]}{n!}\times \\ \times\left(\frac{2z}{k}\right)^{\frac{i\gamma-1}{2}}x_3^{n/2}\Gamma\left(\frac{n+i\gamma+1}{2}\right){}_1F_1\left(\frac{n+i\gamma+1}{2}, n+1, -ix_3\right), \quad (35)$$

где $x_3 = k\rho^2/(2z)$, $\Gamma(x)$ – гамма-функция, ${}_1F_1(a, b, x)$ – конфлюэнтная гипергеометрическая функция. Функции (35) в [28] названы гипергеометрическими модами. Эти моды, как и известные моды Бесселя [27] и плоские волны, имеют бесконечную энергию [29]. На практике исходную амплитудно-фазовую функцию (34) следует ограничивать кольцевой диафрагмой, чтобы избежать особенности амплитуды при $\rho \to 0$ и ограничить функцию (34) при $\rho \to \infty$. Уравнение (35) следует из справочного интеграла [25]

$$\int_0^\infty x^{\alpha-1}\exp\left(-px^2\right)J_\nu(cx)dx = c^\nu p^{-\frac{\nu+\alpha}{2}}2^{-\nu-1}\Gamma\left(\frac{\nu+\alpha}{2}\right)\Gamma^{-1}(\nu+1){}_1F_1\left(\frac{\alpha+\nu}{2}, \nu+1, -\frac{c^2}{4p}\right). \quad (36)$$

Интеграл (36) можно использовать также, чтобы получить комплексную амплитуду в плоскости пространственного фурье-спектра для исходного поля (34)

$$E_{nf\gamma}(\rho,\theta) =$$

$$= \rho^{-1}\exp\left[-i\frac{\pi}{2}(n+1)+in\theta+i\gamma\ln 2-i\gamma\ln\left(\frac{k\rho}{f}\right)+\right.$$
$$\left.+2i\arg\Gamma\left(\frac{1+n+i\gamma}{2}\right)\right]\begin{cases}1, & \rho>0,\\ 0, & \rho=0.\end{cases} \quad (37)$$

6. Формирование двойного кольца с помощью составного вихревого аксикона

Известно, что при оптическом захвате в области фокуса, где градиент интенсивности максимальный, диэлектрические микрочастицы "втягиваются" в области с максимальной интенсивностью, а поглощающие микрочастицы, наоборот, "выталкиваются" в область с минимальной интенсивностью. Поэтому, чтобы манипулировать частицами обоих видов (поглощающими и непоглощающими свет), в распределении интенсивности должны быть области с повышенной и пониженной интенсивностью. Примером являются так называемые лазерные пучки "в виде бутылки" [30]. Для вращения диэлектрических слабопоглощающих микрочастиц использовались полые лазерные пучки, в сечении которых интенсивность имеет вид кольца [10, 14].

Пример светового пучка, формирующего двойное кольцо, рассмотрен в [31], где используя электронную литографию, был изготовлен двойной аксикон диаметром 4 мм и высотой 3,5 мкм. Однако использовался он для оптического захвата микрочастиц в ближней зоне, где диаметр темного пятна в центре пучка составил всего 10 мкм. В эту область пониженной интенсивности втягивались полые силиконовые сферы диаметром 10 мкм.

Единственной возможностью для формирования двойного светового кольца, диаметр которого много больше ширины кольца, является использование (ДОЭ. На рис. 2а показана бинарная фазовая функция ДОЭ: белый цвет – фаза π, черный цвет – фаза 0. Функция пропускания ДОЭ, фаза которого показана на рис. 2а, имеет вид

$$T_{n0a}(r,\varphi) = \operatorname{sgn}\left[\cos S(r,\varphi)\right], \quad (38)$$

где

$$S(r,\varphi) = \begin{cases}\alpha_1 r + n\varphi + \beta r\cos\varphi, & r < R_1,\\ \alpha_2 r + n\varphi + \beta r\cos\varphi, & R_1 \le r < R.\end{cases} \quad (39)$$

Здесь α_1, α_2 – параметры двух аксиконов с одинаковыми номерами n, которые формируют два двойных кольца (плюс и минус первого порядка); β – пространственная несущая частота. Знаковая функция $\operatorname{sgn}(x) = \{1,\ x \ge 0;\ -1,\ x < 0\}$. Бинарный ДОЭ с пропусканием (38) будет формировать два двойных

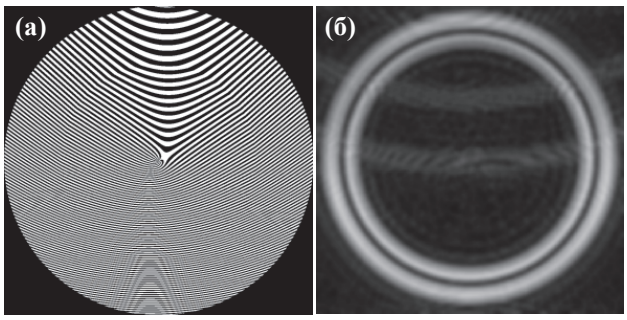


Рис. 2. а – бинарная фаза составного ДОЭ, функция пропускания которого описывается уравнениями (38), (39); б – рассчитанная интенсивность картины дифракции Фраунгофера в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием f = = 100 мм. Размер фазы ДОЭ 5×5 мм, размер картины дифракции 2×2 мм.

кольца с эффективностью около 40% каждый. Чтобы они пространственно разделились в плоскости фурье-спектра, требуется выполнить условие

$$\beta > \max\{\alpha_1, \alpha_2\}, \quad (40)$$

а чтобы интенсивность обоих колец двойного кольца была одинаковой, радиус малого круга R_1 апертуры ДОЭ следует выбирать из уравнения

$$R_1^3 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} R\left(R^2 - R_1^2\right) = 0. \quad (41)$$

В нашем случае для изготовления ДОЭ были выбраны следующие параметры: $\alpha_1 = 75$ мм$^{-1}$, $\alpha_2 = 90$ мм$^{-1}$, $\beta = 100$ мм$^{-1}$, $R = 2$ мм, $R_1 = 1{,}25$ мм, $n = 10$.

Далее ДОЭ с фазой на рис. 2а реализовывался тремя разными способами:

по технологии электронной литографии прямой записью электронным лучом на резисте,

по технологии оптической литографии путем изготовления бинарного фотошаблона и жидкостного травления стеклянной подложки,

с помощью жидкокристаллического дисплея или динамического пространственного модулятора света.

На рис. 2б показана рассчитанная интенсивность в картине дифракции Фраунгофера при $R = 2$ мм, $\lambda = 532$ нм, $f = 100$ мм. Показан только минус первый порядок дифракции.

6.1. Изготовление ДОЭ по технологии электронной литографии

Дифракционный элемент был изготовлен на подложке из плавленого кварца диаметром 1 дюйм и толщиной 3 мм. Сначала на верхнюю поверхность подложки из SiO_2 был нанесен PMMA-резист толщиной 200 нм, затем на подложку – слой меди тол-

щиной 15 нм, что необходимо для обеспечения электропроводимости. После этого с помощью электронно-лучевой машины Leica Lion LV1 проводилась экспозиция. После экспозиции проводящий слой удалялся с помощью HNO_3. Затем на полученный рельеф наносился слой хрома толщиной 50 нм. Травление SiO_2-подложки выполнялось пошагово путем реактивного ионного травления в атмосфере CHF_3/Ar. После травления хромовая маска удалялась влажным травлением. Измеренная глубина рельефа ДОЭ для длины волны 532 нм составила 578 нм.

6.2. Изготовление ДОЭ с помощью фотолитографии

По синтезированному изображению фазы ДОЭ (рис. 2а) был изготовлен фотошаблон на стеклянной подложке с напыленным слоем хрома. Запись фотошаблона проводилась на станции лазерной записи CLWS-200 с точностью позиционирования 50 нм и разрешением 0,6 мкм. Изготовление самого ДОЭ производилось стандартными методами жидкостной фотолитографии на стеклянной подложке толщиной 2,5 мм с показателем преломления 1,5. Глубина травления составила 0,5 мкм, погрешность травления по высоте – около 50 нм. На рис. 3а показан бинарный профиль центральной части ДОЭ (38) размером 260×350 мкм, измеренный с помощью интерферометра NewView 5000 Zygo. Высота рельефа 0,5 + 0,05 мкм для длины волны λ = 532 нм. Травилась стеклянная подложка толщиной 2,5 мм с показателем преломления 1,5.

Сечение одного периода модуляции рельефа поверхности представлено на рис. 3б. Из рисунка видно, что для длины волны лазерного света 532 нм глубина травления стекла составила 0,5 мкм. Трапециевидность отдельной ступеньки не превышает 25% от ее ширины (примерно 20 мкм).

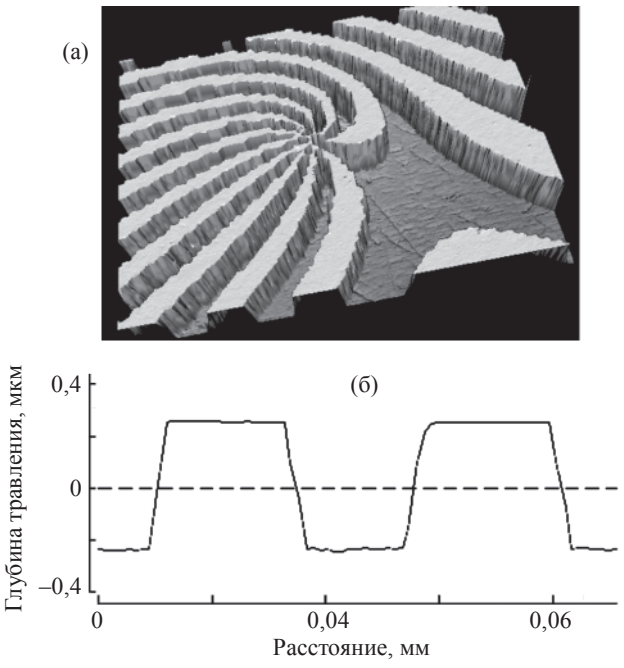


Рис. 3. а – центральная часть рельефа ДОЭ размером 260×350 мкм, б – сечение центральной части микрорельефа ДОЭ.

6.3. Формирование ДОЭ с помощью жидкокристаллического дисплея

На микродисплей CRL OPTO SXGA LCOS с активной областью 1316×1024 (1280×1024 без учета граничной области) пикселов (размер одного пиксела равен 15 мкм) выводилось изображение фазы ДОЭ с числом отсчетов 512×512. Микродисплей формирует фазовое изображение за счет отражения поляризованного лазерного света от разных плоскостей: в закрытом состоянии отдельного элемента разрешения микродисплея свет отражается от внешней поверхности тонкой пленки, в открытом состоянии – от внутренней поверхности. В результате получается бинарный ДОЭ с диаметром 6,5 мм. Формируемое на микродисплее изображение обновляется с частотой 63 Гц. При этом время переключения отдельных пикселов не превышает 10 мкс.

6.4. Оптическая микроманипуляция с помощью двойного светового кольца

В эксперименте, схема которого показана на рис. 4, был использован твердотельный лазер с длиной волны 532 нм и мощностью 500 мВт. В целях минимизации потерь мощности при отражениях на преломляющих поверхностях пучок не коллимируется, а нужный размер достигается путем увеличения расстояния между лазером и первым поворотным зеркалом. Поворотное зеркало M_1 направляет световой пучок на ДОЭ, затем микрообъектив L_1 ($40^{\times}$, водная иммерсия, фокусное расстояние 4,3 мм) фокусирует пучок в рабочую область внутри кюветы V с микрочастицами, микрообъектив L_2 ($20^{\times}$) формирует изображение рабочей области, а зеркало M_2 поворачивает световой пучок в направлении горизонтально расположенной телекамеры. В качестве микрочастиц использовались полистироловые шарики диаметром 5 мкм с показателем преломления 1,56.

Полистироловые микрочастицы захватываются световыми кольцами и движутся вдоль них с примерно постоянной скоростью. Различные стадии движения микрочастиц через интервал 2,5 с в двойном световом кольце представлены на рис. 5.

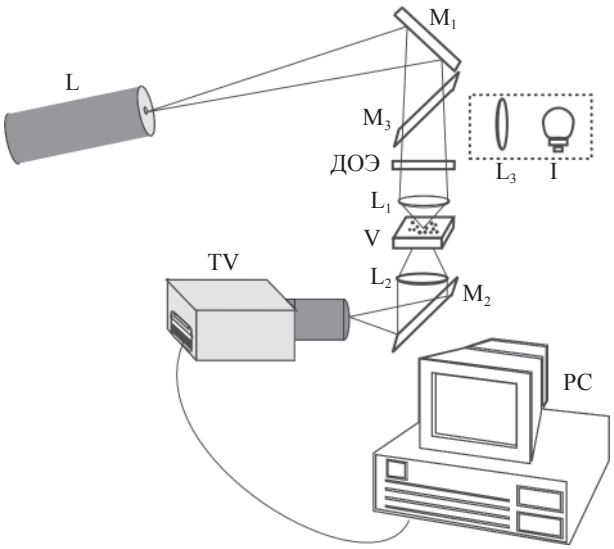


Рис. 4. Схема экспериментальной установки для манипуляции микрообъектами. L – твердотельный лазер, M_1 – первое зеркало, M_2 – второе поворотное зеркало, M_3 – полупрозрачное зеркало для освещения рабочей области, L_1 – фокусирующий микрообъектив($40^{\times}$); L_2 – микрообъектив, строящий изображение рабочей области($20^{\times}$), L_3 – линза осветителя, I – лампа осветителя, V – кювета с микрочастицами, TV – видеокамера, PC – компьютер.

Радиус внутреннего кольца составлял 37 мкм, радиус внешнего кольца 48 мкм. Как видно из рис. 5, наблюдается устойчивое движение микрочастиц вдоль внутреннего светового кольца со средней скоростью около 3–4 мкм/с и движение микрочастиц вдоль внешнего светового кольца со скоростью 0,5–0,7 мкм/с. Такая разница в скорости движения обусловлена различными интенсивностями колец, а разница интенсивностей колец вызвана тем, что ДОЭ освещается гауссовым пучком с радиусом, меньшим радиуса ДОЭ (для уменьшения потерь при фокусировке).

7. Заключение

Рассмотрена параксиальная дифракция на спиральной фазовой пластинке порядка n ограниченного светового поля, фаза которого постоянная (плоская волна), а амплитуда изменяется как степенная функция с целым показателем степени n (положительным или отрицательным). Показано, что в этом случае дифракция Фраунгофера описывается функцией Бесселя первого рода $(n + 1)$-го или $(n - 1)$-го порядков.

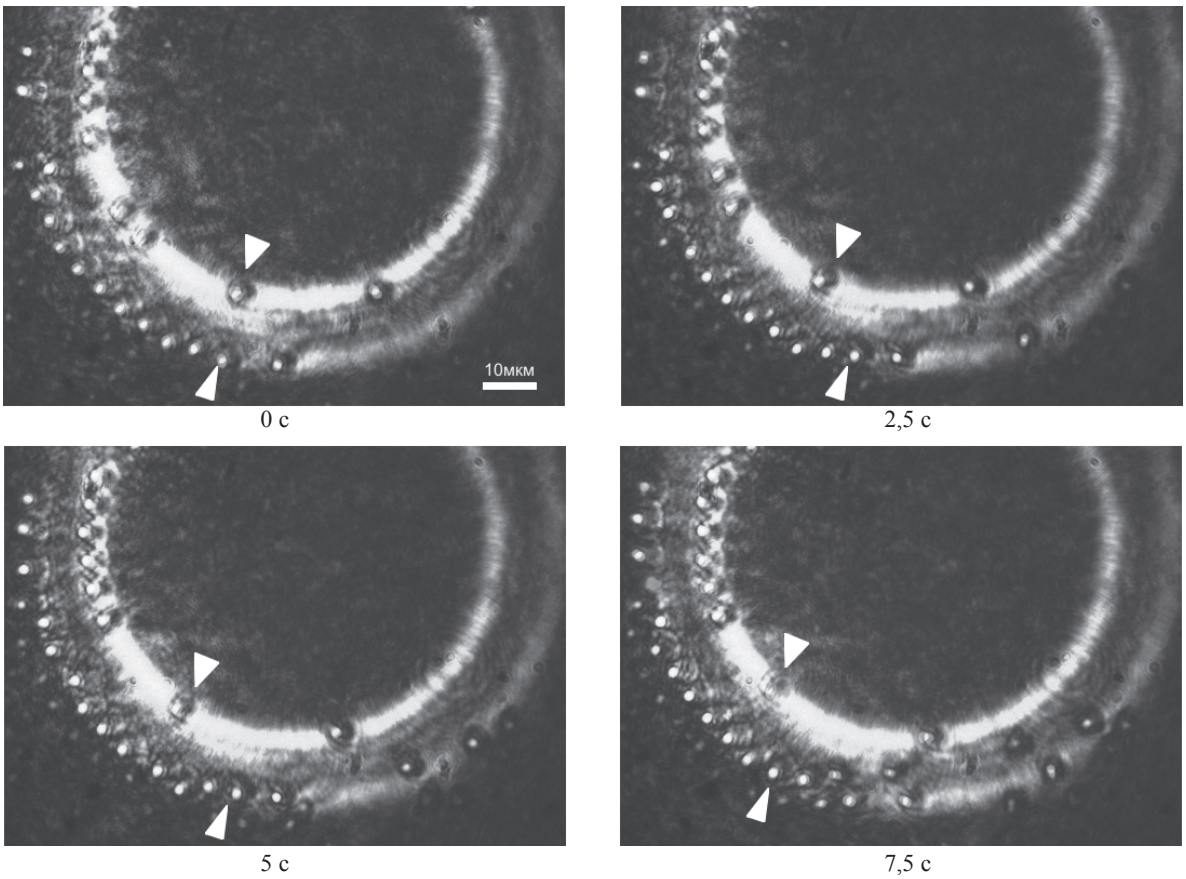


Рис. 5. Различные стадии движения микрочастиц в двойном световом кольце, сформированном составным аксиконом, фаза которого показана на рис. 2а.

Получены выражения для амплитуды картины дифракции Фраунгофера чистых оптических вихрей и гипергеометрических мод. Эти световые поля имеют бесконечную энергию и формируются при падении неограниченной плоской волны на спиральную фазовую пластинку или на спиральный (вихревой) логарифмический аксикон.

Тремя разными способами (электронной литографией, фотолитографией и с помощью жидкокристаллического дисплея) был синтезирован один и тот же бинарный фазовый дифракционный оптический элемент – составной аксикон с несущей пространственной частотой. Этот составной аксикон формирует в дальней зоне двойное световое кольцо с одинаковой плотностью энергии в каждом кольце.

С помощью двойного светового кольца, радиус которого в 10 раз превышал диаметр микрочастиц, экспериментально получено одновременное вращение около 20 диэлектрических шариков диаметром 5 мкм. При этом частицы вращались с разной скоростью в обоих кольцах.

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы “Фундаментальные исследования и высшее образование” (BRHE), гранта CRDF REC-Sa-014-02, а также грантов РФФИ 07-07-97600, 05-08-50298.6

Авторы выражают благодарность группе Яри Турунена (Jari Turunen, Department of Physics, University of Joensuu, Finland) за изготовление дифракционного элемента, описанного в разделе 6.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Moh K.J., Yuan X.C., Cheong W.C., Zhang L.S., Lin J., Ahluwalia B.P.S., Wang H.* High-power efficient multiple optical vortices in a single beam generated by a kinoform-type spiral phase plate // Appl. Opt. 2006. V. 45. № 6. P. 1153–1161.

2. *Sung J.W., Hockel H., Brown J.D., Johnson E.G.* Development of a two-dimensional phase-grating mask for fabrication of an analog-resist profile // Appl. Opt. 2006. V. 45. № 1. P. 33–43.

3. *Kurzynowski P., Woźniak W.A., Frączek E.* Optical vortices generation using the Wollaston prism // Appl. Opt. 2006. V. 45. № 30. P. 7898–7903.

4. *Swartzlander G.A.* Achromatic optical vortex lens // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 13. P. 2042–2044.

5. *Chattrapiban N., Rogers E.A., Arakelyan I.V., Roy R., Hill W.T.* Laser beams with embedded vortices: tools for atom optics // JOSA. B. 2006. V. 23. № 1. P. 94–103.

6. *Lin J., Yuan X.C., Tao S.H., Burge R.E.* Variable-radius focused optical vortex with suppressed sidelobes // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 11. P. 1600–1602.

7. *Lin J., Yuan X., Tao S.H., Burge R.E.* Synthesis of multiple collinear helical modes generated by a phase-only element // JOSA. A. 2006. V. 23. № 5. P. 1214–1218.

8. *Bentley J.B., Davis J.A., Albero J., Moreno I.* Self-interferometric technique for visualization of phase patterns encoded onto a liquid-crystal display // Appl. Opt. 2006. V. 45. № 30. P. 7791–7794.

9. *Bentley J.B., Davis J.A., Bandres M.A. Gutiérrez-Vega J.C.* Generation of helical Ince-Gaussian beams with a liquid-crystal display // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 5. P. 649–651.

10. *Jesacher A., Fürhapter S., Maurer C., Bernet S., Ritsch-Marte M.* Reverse orbiting of microparticles in optical vortices // Opt. Lett. 2006 V. 31. № 19. P. 2824–2826.

11. *Bekshaev A., Soskin M.* Rotational transformations and transverse energy flow in paraxial light beams: linear azimuthons // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 14. P. 2199–2201.

12. *Dennis M.R.* Rows of optical vortices from elliptically perturbing a high-order beam // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 9. P. 1325–1327.

13. *Kotlyar V.V., Khonina S.N., Kovalev A.A., Soifer V.A., Elfstrom H., Turunen J.* Diffraction of a plane, finite-radius wave by a spiral phase plate // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 11. P. 1597–1599.

14. *Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Khonina S.N., Skidanov R.V., Soifer V.A., Elfstrom H., Tossavainen N., Turunen J.* Diffraction of conic and Gaussian beams by a spiral phase plate // Appl. Opt. 2006. V. 45. № 12. P. 2656–2665.

15. *Kotlyar V.V., Khonina S.N., Almazov A.A., Soifer V.A., Jefimovs K., Turunen J.* Elliptic Laguerre-Gaussian beams // JOSA. A. 2006. V. 23. № 1. P. 43–56.

16. *Chakraborty R., Ghosh A.* Generation of an elliptic hollow beam using Mathieu and Bessel functions // JOSA. A. 2006. V. 23. № 9. P. 2278–2282.

17. *Cai Y., He S.* Propagation of hollow Gaussian beams through apertured paraxial optical systems // JOSA. A. V. 23. № 6. P. 1410–1418.

18. *Mei Z., Zhao D.* Controllable elliptical dark-hollow beams // JOSA. A. 2006. V. 23. № 4. P. 919–925.

19. *Zhan Q.* Properties of circularly polarized vortex beams // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 7. P. 867–869.

20. *Izdebskaya Y., Fadeyeva T., Shvedov V., Volyar A.* Vortex-bearing array of singular beams with very high orbital angular momentum // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 17. P. 2523–2525.

21. *Menon R., Smith H.I.* Absorbance-modulation optical lithography // JOSA. A. 2006. V. 23. № 9. P. 2290–2294.

22. *Jesacher A., Fürhapter S., Bernet S., Ritsch-Marte M.* Spiral interferogram analysis // JOSA. A. 2006. V. 23. № 6. P. 1400–1409.

23. *Palacios D.M., Hunyadi S.L.* Low-order aberration sensitivity of an optical vortex coronagraph // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 20. P. 2981–2983.

24. *Guo C., Han Y., Xu J., Ding J.* Radial Hilbert transform with Laguerre-Gaussian spatial filters // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 10. P. 1394–1396.

25. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.

26. *Kotlyar V.V., Almazov A.A., Khonina S.N., Soifer V.A., Elfstrom H., Turunen J.* Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate // JOSA. A. 2005. V. 22. № 5. P. 849–861.

27. *Miller W.* Symmetry and separation of variables. Addison-Wesley Pub. Com., Reading, MA, 1977.

28. *Котляр В.В., Хонина С.Н., Алмазов А.А., Сойфер В.А.* Оптические чистые вихри и гипергеометрические моды // Компьютерная оптика. 2005. В. 27. С. 21–28.

29. *Rozas D., Law C.T., Swartzlander G.A.* Propagation dynamics of optical vortices // JOSA. B. 1997. V. 14. № 11. P. 3054.

30. *Arlt J., Padgett M.J.* Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam // Opt. Lett. 2000. V. 25. № 4. P. 191–193.

31. *Ahluwalia B.P.S., Cheong W.C., Yuan X.C., Zhang L.S., Tao S.H., Bu J., Wang H.* Design and fabrication of a double-axicon for generation of tailorable self-imaged three-dimensional intensity voids // Opt. Lett. 2006. V. 31. № 7. P. 987–989.