

DOI: 10.17586/1023-5086-2023-90-10-03-12

УДК 681.7.013.1

Оптико-геометрический эффект пересечения согласованных коникоидов на примере строчной развёртки луча

Сергей Львович Канделинский¹, Вадим Викторович Ткаченко²✉

Объединённый институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

¹kandelinsky_s@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-4123-3260>

²tkach@newman.bas-net.by

<https://orcid.org/0000-0001-7584-6148>

Аннотация

Предмет исследования. Формирование прямолинейной строчной развёртки лазерного луча с использованием внеосевого параболического отражателя. **Цель работы.** На основе оптико-геометрического эффекта, наблюдаемого в системе согласованных коникоидов, разработать метод его применения для строчной развёртки луча. **Метод.** Решение, как геометрической, задачи получения линии строчной развёртки с параллельным переносом оси лазерного пучка и сохранением падения её по нормали к плоскости сканирования в приближениях геометрической оптики. **Основные результаты.** Выполнен теоретический анализ и численное моделирование оптико-геометрического эффекта, наблюдаемого в системе согласованных коникоидов. Предложен метод его применения для строчной развёртки луча. Для этого с привлечением постулатов аналитической геометрии, а также результатов численного моделирования, нами сформулирована теорема о пересечении согласованных коникоидов (на примере взаимодействия параболоида с лежащим на его оси и с вершиной в его фокусе лучевым конусом). Согласно теореме пересечение распадается на две составляющие её плоские линии — эллиптическую для полости конуса, обращённой к полюсу параболоида и параболическую — для полости конуса, обращённой к раскрытию параболоида. Для случая круговых параболоида и конуса дана оптическая интерпретация сформулированной теоремы. Для параболической составляющей она определяет условия, при которых обеспечивается телецентрический ход лучей в пространстве изображений, а линия пересечения коникоидов и линия строчной развёртки лежат в одной плоскости. Для эллиптической составляющей оптическая интерпретация нашей теоремы охватывает широко известные эллиптические отражатели-формирователи коллинеарных пучков из конических. В этих интерпретациях состоит содержание установленного оптико-геометрического эффекта. Указан также путь формирования лучевого конуса, лежащего на оси родительского параболоида с вершиной в его фокусе. Конус формируется с помощью дефлектора с плоским отражателем, ось вращения которого наклонена к оси родительского параболоида под углом, равным половинному углу раскрытия конуса. Конструкция дефлектора зависит от того, падает ли луч вдоль оси родительского параболоида или вдоль оси вращения отражателя дефлектора. **Практическая значимость.** Разработанный метод формирования строчной развёртки с применением анализируемого эффекта предоставляет возможности улучшения конструктивной геометрии оптических сканирующих систем за счёт увеличения длины растровой строки, в пределах которой сохраняется её прямолинейность и телецентричность хода лучей. Такие свойства актуальны для широко применяемой техники с оптико-механическими системами развёртки: устройств для ввода/вывода графической информации (фотоплоттеры, принтеры и сканеры), технологического оборудования для лазерной

микролитографии, получения голографических изображений и форм полиграфической печати, для силовой лазерной обработки (лазерная резка, сварка, скрайбирование), и в иных случаях использования сканирующих волновых пучков.

Ключевые слова: оптико-геометрический эффект, кониконид, параболоидное зеркало, дефлектор, строчная развёртка

Ссылка для цитирования: Канделинский С.Л., Ткаченко В.В. Оптико-геометрический эффект пересечения согласованных кониконидов на примере строчной развёртки луча // Оптический журнал. 2023. Т. 90. № 10. С. 3–12. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-10-03-12>

Коды OCIS: 000.3870, 080.2740, 080.4228, 080.6755, 350.4600.

Optical-geometric effect of matched conicoids intersection on the example of line beam scanning

SERGEY KANDELINSKY¹, VADIM TKACHENKO²✉

United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

¹kandelinsky_s@mail.ru <https://orcid.org/0000-0002-4123-3260>

²tkach@newman.bas-net.by <https://orcid.org/0000-0001-7584-6148>

Abstract

Subject of study. Forming of a straight-line scanning of a laser beam using a symmetric off-axis parabolic reflector. **Aim of study** is to develop a method of application of the optical-geometric effect observed in a system of matched conicoids for line scanning. **Method.** The solving, as a geometric one, issue of obtaining of scanning line with a parallel transfer of the laser beam axis and maintaining its incidence along the normal to the scanning plane in the approximations of geometric optics. **Main results.** A theoretical analysis and numerical simulation of the optical-geometric effect observed in the system of matched conicoids is carried out. The method of its application for the line beam scanning is proposed. For this purpose, a theorem on the intersection of the matched conicoids (using the example of the interaction of a paraboloid with a ray cone on its axis and a vertex at its focus) involving the postulates of analytic geometry and the results of numerical simulation has been formulated. According to the theorem, the intersection breaks up into two flat lines that make it up — elliptical for the cavity of the cone facing the pole of the paraboloid and parabolic for the cavity of the cone facing the opening of the paraboloid. For the case of the circular paraboloid and cone an optical interpretation of the formulated theorem is presented. For the parabolic component it determines the conditions, under which a telecentric path of rays in the image space is provided, while the line of conicoids intersection and the line of horizontal scanning are in one plane. For the elliptical component the optical interpretation of our theorem covers the well-known elliptical reflectors that form collinear beams from conical beams. These interpretations are the essence of the established optical-geometric effect. A way of forming of the ray cone on the axis of the parent paraboloid with the vertex at its focus is also indicated. The cone is formed using a deflector with a flat reflector, the axis of rotation of which is inclined to the axis of the parent paraboloid at an angle equal to half of the opening angle of the cone. The design of the deflector depends on whether the beam falls along the axis of the parent paraboloid or along the axis of rotation of the deflector's reflector. **Practical significance.** The developed line scan forming method using the analyzed effect provides opportunities for improving the constructive geometry of optical scanning systems by increasing the length of the raster line, within which its straightness and the beam path telecentricity are preserved. Such properties are relevant for widely used equipment with the optical-mechanical scanning systems: devices for input/output of graphic information (photoplotters, printers and scanners), technological equipment for laser microlithography, for making of holographic images and printing forms, for power laser processing (laser cutting, welding, scribing), and in other cases of using scanning wave beams.

Keywords: optical-geometric effect, conicoid, paraboloidal mirror, deflector, line scanning

For citation: Kandelinsky S.V., Tkachenko V.V. Optical-geometric effect of matched conicoids intersection as illustrated by line beam scanning [In Russian] // Opticheskii Zhurnal. 2023. V. 90. № 10. P. 3–12. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-10-03-12>

OCIS codes: 000.3870, 080.2740, 080.4228, 080.6755, 350.4600.

ВВЕДЕНИЕ

На начальных этапах поиска решений при проектировании технических систем, не исключая оптические, как правило рассматриваются эффекты, лежащие в основе их действия. Наглядность интерпретации этого действия позволяет ориентироваться в поиске эффективных решений и рассматривается нами применительно к системам растровой развёртки, в которых реализуется принцип разложения двумерного изображения в последовательность пикселей с кодированной яркостью его точек, составляющих прямые отрезки — строки растрового описания изображения. Этот принцип широко используется в оптических системах сканирования плоских или цилиндрических поверхностей. Так, например, в устройствах с оптико-механической развёрткой сканирование сфокусированным лазерным пучком рабочей поверхности по нормали к ней может осуществляться с помощью объектива, который установлен на каретке («летающая оптика»), механически перемещаемой вдоль линий кадровой и строчной (или только кадровой) развёртки [1]. Также, наряду с кареточными, используются устройства, в которых с помощью дефлектора — светоотклоняющего устройства с качающимся зеркалом или с вращающейся одно- или многогранной призмой — выполняется угловая развёртка пучка. При этом, зеркало дефлектора входного лазерного пучка размещается в зоне переднего фокуса телецентрического объектива [2] и/или внеосевого полосового параболического зеркала [3].

Далее при анализе и оценивании конструктивных характеристик системы строчной развёртки рассматриваются лучи, совпадающие с осевым направлением сканирующего пучка. При этом из рассмотрения исключаются форма пучка, размеры зоны его фокусировки, но внимание обращается на параметры движения его осевого луча (далее по тексту — луча), от которых зависят такие показатели как длина сканируемой строки (опосредованно — и скорость сканирования или обработки поверхности, далее — производительность), телецентричность

хода лучей в пределах строки (сохранение падения луча по нормали к плоской поверхности) и её прямолинейность, определяемая полосой допусков на отклонение линии сканирования от средней прямой вдоль строки.

Между этими параметрами в указанных видах систем имеются следующие соотношения. Например, хорошую прямолинейность (до микрона на метр длины (около 10^{-5})) обеспечивают машины первого вида, но их производительность невелика (до 3 м/с [1]). Системы с угловой развёрткой имеют относительно высокую производительность (до 25–50 м/с [4], но малый размер сканируемой строки. При этом для линзовых объективов этот размер не превышает фокусное расстояние f и даже менее $0,5f$, что может быть связано с массо-габаритными ограничениями или сложностью достижения телецентричности [5] при допустимой непараллельности осей выходных лучей относительно оси объектива не более $0,1$ рад. [6]. Для возможного случая систем развёртки с внеосевым параболическим зеркалом с угловой развёрткой луча в меридиональной плоскости размер сканируемой строки меньше $2f$, что связано с перекрытием выходных лучей в зоне фокуса параболоида [7], где должен размещаться дефлектор. Для внеосевого (внемерионального) симметричного полосового параболического отражателя длиной более $2f$ имеет место нарушение телецентричности и прямолинейности (порядка нескольких мм/м или 10^{-3} [8]), что, в частности, связано (и на что указывают авторы) с выходом из фокуса отражающей грани при вращении многогранной призмы дефлектора. Поэтому, например, в конструкциях [3, 9] предпочтение отдали производительности, ограничив длину строки значением ниже $2f$. В других примерах для сохранения прямолинейности строки на длине более $2f$ разработчики пошли на усложнение конструкций либо введением следящей системы коррекции углового положения луча по отклонению от линии сканирования [10], либо использованием отражающих фрагментов непараболических поверхностей с отказом

от сохранения телецентричности выходного луча [11]. В целом, в этих и других примерах [3, 8, 9] прямолинейность на уровне относительных отклонений порядка 1 мм/м (10^{-3}) заметно хуже по сравнению с прямолинейностью около 1 мкм/м (10^{-6}) для кареточных систем развёртки (± 3 мкм/м (3×10^{-6}) [12], ± 5 мкм/м (5×10^{-6}) [13]). Необходимо также отметить, что принципы конструирования параболоидных систем с формированием прямых линий на рабочей поверхности в этих публикациях не раскрываются, как и сведения об используемых математических моделях или инженерных методиках.

Таким образом, для достижения значений прямолинейности и телецентричности для развёртывающих систем с внеосевыми полосовыми параболическими зеркалами, характерных для кареточных, остаётся актуальной задача разработки и создания технологически эффективных и простых способов обеспечения гарантированно прямолинейной развёртки луча и его телецентричности при заданном размере зеркала дефлектора и сохранении производительности без дополнительных средств коррекции траектории развёртки для формирования длинной прямой строки раstra.

Для решения в работе использован один из возможных подходов к анализу геометрического хода лучей при расчётах и конструировании устройств развёртки, который базируется на известных свойствах объектов аналитической геометрии — коникоидов. Коникоиды (также как и 3D квадратики [14]) — поверхности второго порядка, для которых, согласно определению [15, р. 38], [16] плоское сечение есть коника.

Как будет показано ниже, к коникоидам могут быть отнесены и некоторые развёртывающие поверхности. При согласовании форм и пространственного положения развёртывающих и отражающих поверхностей с одинаковыми кониками может быть получен своего рода геометрический эффект, а с его помощью достигнуто концептуальное решение задачи формирования прямолинейной строчной развёртки лазерного луча с параллельным переносом оси лазерного пучка и сохранением падения её по нормали к плоскости сканирования.

В основу предлагаемого концептуального решения положена модель уединённой пары

пересекающихся коникоидов — параболоида и лучевого конуса. Лучи, образующие этот заранее заданный конус, в ходе развёртки «извлекаются» из виртуальной сферической диаграммы направленности (ДН) специальным инструментом — дефлектором, отклоняющим луч в заданном направлении, — и после отражения от зеркальной поверхности параболоида по линии её пересечения с поверхностью конуса, формируют линию строки сканируемой поверхности.

Известны работы, в которых данный эффект используется, но без существенного раскрытия его сути. Вместе с тем, в [17, 18] в несколько иной терминологии для задачи построения ДН как векторной функции одного аргумента предложен метод проектирования зеркальной поверхности. Для сферического фронта входного пучка поверхность зеркала задаётся огибающей семейства круговых параболоидов. Огибающая поверхность (зеркало) представлена в виде семейства кривых, заданных, как и в случае найденного нами решения для одиночной кривой, пересечениями параболоидов с круговыми конусами лучей от точечного источника. Такое зеркало обеспечивает получение выходного пучка с ДН в виде клина, сходящегося на линии строки, но не позволяет получить попиксельное представление строки.

Цель данной работы — на основе оптико-геометрического эффекта, наблюдаемого в системе согласованных коникоидов, разработать метод его применения для строчной развёртки луча. Задачи — выполнить теоретический анализ, численное моделирование и показать условия практической применимости найденного концептуального решения.

МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ КОНИКОИДОВ

Системные свойства взаимодействия указанных выше конуса и параболоида могут быть представлены решением системы уравнений второй степени

$$\begin{cases} Ax^2 + By^2 + axz = 0 \\ A_1x^2 + B_1y^2 + Dz + d = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

где A, B, a — ненулевые коэффициенты, выделяющие из полного уравнения коникоида

[14–16] уравнение эллиптического конуса, который лежит на оси OZ ; A_1, B_1, D, d — ненулевые коэффициенты для эллиптического параболоида с осью симметрии OZ .

На рис. 1 показан пример, иллюстрирующий случай решения системы (1) для кругового параболоида с фокальным радиусом r , исходящим из начала координат в плоскости XOY ($r = 2f, f$ — фокусное расстояние), при $A_1 = B_1 = 1, D = 4f, d = -4f^2$:

$$x^2 + y^2 = 4f(f - z) \quad (2)$$

и кругового конуса с соответствующими значениями A, B, a из (3):

$$x^2 \cos 2\beta + y^2 \cos^2 \beta + xz \sin 2\beta = 0, \quad (3)$$

где $0 < \beta < \pi/2$ — угол при вершине конуса, на который в соответствии с правилами пре-

образования координат (см., например, [19]) повернута ось конуса в плоскости XOZ к отрицательной полуоси OZ , которая является осью симметрии параболоида, а его фокус и вершина конуса находятся в начале координат. Общее решение системы (1) или (2), (3) имеет три пары корней: одна пара описывает нужное нам параболическое сечение в проекциях на плоскости XOY, YOZ , две другие пары описывают плоский эллипс в проекциях на те же плоскости, но ввиду громоздкости эти выражения здесь не приводятся. Для частного случая, при значениях фокусного расстояния $f = 0,5$ в (2) и угле при вершине конуса $\beta = 1$ в (3) пересечения конуса с параболоидом показаны на рис. 1. Для построения геометрических мест точек пересечения численная модель системы с уравнениями (2), (3) дополнена уравнением плоскости со свободным параметром, определяющим её угол поворота

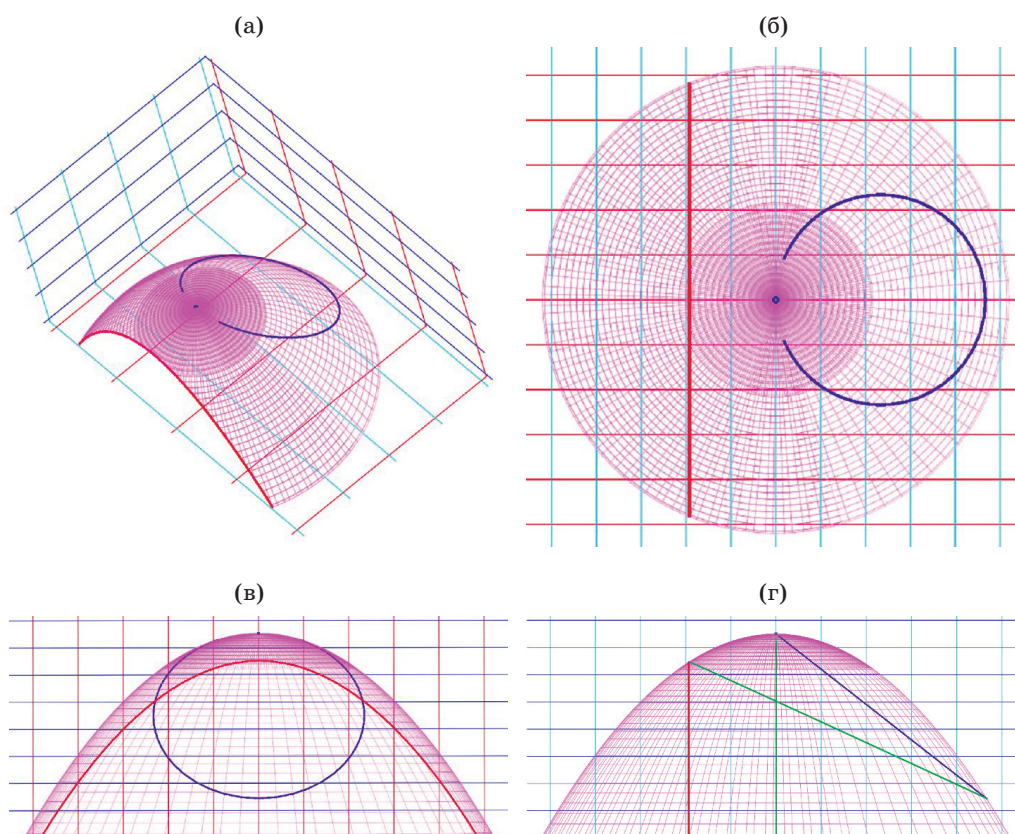


Рис. 1. Визуализация линий пересечения конуса и параболоида (пояснения в тексте). (а) Общий вид; (б) вид сверху, проекция на плоскость XOY ; (в) фронтальный вид на плоскости параболу и эллипс, проекция на плоскость YOZ ; (г) вид сбоку, проекция на плоскость XOZ

Fig. 1. Visualization of cone and paraboloid intersection lines (explanations are in the text). (a) General view; (б) top view, XOY plane projection; (в) flat parabola and ellipse frontal view, YOZ plane projection; (г) side view, XOZ plane projection

вокруг оси OZ . Корни объединялись в системы параметрических уравнений. На рис. 1г: зелёные прямые — проекция конуса (3) на плоскость XOZ , из которых вертикальная — образующая конуса на оси OZ , наклонная в левой её части — образующая для нижней полости конуса, а в правой — для верхней полости, синяя сторона зелёно-синего треугольника — проекция эллипса на плоскость XOZ , параллельная оси OZ красная линия — проекция параболы на плоскость XOZ .

Моделирование по уравнениям (2) и (3) показало два плоских пересечения, что согласуется со следующим утверждением (теоремой), представляющим собой частный случай теоремы о двух пересечениях коникоидов [15] и ранее неопределённым в явном виде в литературе: «Если вершина конуса совпадает с фокусом параболоида и его ось симметрии принадлежит поверхности конуса, их одноимённые плоскости симметрии совпадают, причём фокус принадлежит направляющей параболы в указанной плоскости симметрии, то геометрическим местом точек пересечения конуса с параболоидом являются плоские линии, причём для верхней полости конуса (обращённой к вершине параболоида) это линия эллипса, для другой (нижней) полости конуса (угол между направлениями раскрытия полостей конуса и параболоида является острым) — это парабола, лежащая в плоскости, параллельной оси параболоида».

Случай круговых коникоидов проиллюстрирован на рис. 1, где выделены цветом сиреневая контурная «решётчатая» поверхность — родительский круговой параболоид, линии его пересечения с круговым конусом — плоский эллипс и точка на вершине параболоида — тёмно-синяя линия; парабола — красная линия; на рис. 1б вертикальная красная линия слева — проекция параболы; на рис. 1г наклонная тёмно-синяя — боковая проекция эллипса.

Для упрощения записи общего решения системы (1) нами использован путь, ведущий только к интересующим нас «параболическим» решениям, а именно: подстановка выражения для x^2 из формулы (2) в уравнение (3) даёт решение системы (1) в виде уравнения, описывающего в зависимости от угла β множество линий пересечения конических поверхностей с параболоидом на разных расстояниях $x > 0$ от плоскости, которой принадле-

жит линия пересечения, до оси родительского параболоида:

$$z = (y^2 \sin^2 \beta + 4f^2 \cos^2 \beta) / (4f \cos 2\beta - x \sin 2\beta). \quad (4)$$

Так как все лучи, исходящие из фокуса, имеют направления радиусов параболоида длиной $r = 2f - z$, то луч, лежащий в плоскости XOZ пересекает параболоид в точке $(x_0, 0, z_0)$, которая является вершиной линии пересечения (4) вдоль полосового параболического отражателя. Координаты этой точки $z_0 = f(1 - \operatorname{ctg}^2 \beta)$; $x_0 = 2f \operatorname{ctg} \beta$, откуда следует, что угол $\beta = \operatorname{arccotg}(x_0/2f)$ может быть задан расстоянием $x = x_0$. Подстановка выражения для угла β в (4) приводит к уравнению параболы, лежащей в плоскости $x = x_0$

$$z = f - (x_0^2 + y^2) / (4f). \quad (5)$$

Определённое таким образом геометрическое место лучей, отражения которых от внутренней поверхности параболоида лежат в одной плоскости параболы (5), представляет собой конус с внутренним углом 2β . Одну полость конической поверхности (3), как известно, описывает луч, отражённый от плоского зеркала в точке, вокруг которой зеркало может свободно вращаться. Действительно, векторная форма уравнения, описывающего закон отражения имеет вид

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} - 2\mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{s}), \quad (6)$$

где \mathbf{s}' и \mathbf{s} — единичные векторы (орты) отражённого и падающего лучей, \mathbf{n} — орт нормали к плоскости отражения, $\mathbf{n}\mathbf{s}$ — их скалярное произведение.

Для простейшего случая, когда ось вращения \mathbf{v} лежит в плоскости отражающей поверхности и удовлетворяет условию $\mathbf{n}\mathbf{v} = 0$ после скалярного умножения левой и правой частей уравнения (6) на \mathbf{v} получим векторное уравнение

$$\mathbf{v}\mathbf{s}' = \mathbf{v}\mathbf{s} - 2\mathbf{v}\mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{s}) \text{ или} \quad \mathbf{s}'\mathbf{v} = \mathbf{s}\mathbf{v} = \cos(\mathbf{v}\hat{\mathbf{s}}); \mathbf{s}'\mathbf{v} \pm \cos \beta = 0, \quad (7)$$

которое характеризует поверхность конуса с внутренним углом 2β . Возможности и ограничения использования зеркального дефлектора для практического использования рассматриваемого оптико-геометрического эффекта в системе строчной развёртки рассмотрены ниже.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты математического рассмотрения подтверждены компьютерным моделированием кругового случая системы коникоидов, как было показано выше (рис. 1). На рис. 2 показана аксонометрическая проекция хода лучей, рассчитанного для значений $\beta = 1$ рад и $f = 1/2$, при которых $z_0 = 0,294$; $x_0 = 0,642$.

Лучи, исходящие из фокуса в начале координат по образующим 5 конуса 3 с указанной стрелками ориентацией после отражения, будут расположены в плоскости пересечения параболоида и конуса (рис. 1, 2). Ограничимся нижней полостью конуса. Лучи 7 (7.1–7.2) (рис. 2), исходящие из фокуса параболоида 1 по образующим 5 конуса 3 с указанной ориентацией (направляющая 4) пересекают параболоид 1 в точках, принадлежащих параболе сечения 6 и параболом своих осевых сечений параболоида. Поэтому, согласно известному его оптическому свойству, все отражения лучей 7 от его поверхности будут представлены параллельными лучами 8 (8.1–8.2), принадлежащими плоскости параболы 6, нормально падающими на плоскость XOY или параллельные ей плоскости вдоль прямой линии 9

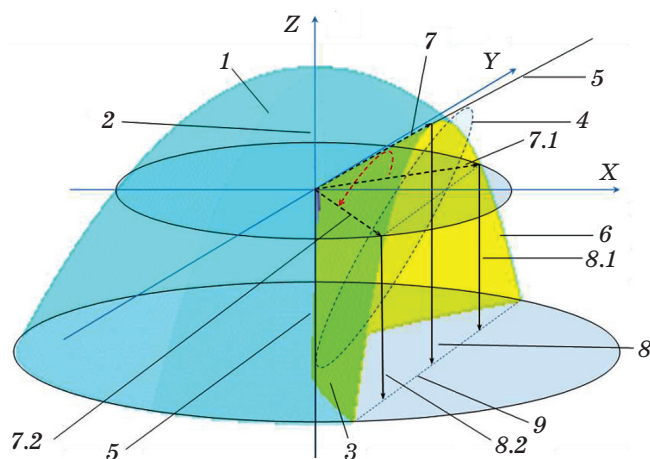


Рис. 2. Ход лучей в системе коникоидов параболоид–конус. 1 — параболоид, 2 — ось симметрии, 3 — конус, 4 — направляющая конуса, 5 — образующие конуса, 6 — параболическое сечение, 7 — падающие лучи, 8 — отражённые лучи, 9 — линия сканирования

Fig. 2. Path of rays in the conicoid system “paraboloid–cone”. 1 — paraboloid, 2 — symmetry axis, 3 — cone, 4 — cone director, 5 — cone generators, 6 — parabolic section, 7 — incident rays, 8 — reflected rays, 9 — scan line

пересечения плоскости параболы 6 и плоскостей, параллельных плоскости XOY , $z < 0$.

При указанных условиях для круговых коникоидов — параболоида и конуса — на основе этой теоремы возможна следующая интерпретация оптических свойств системы:

1. Оптические лучи, заполняющие конус верхней полости (рис. 1), отражаются от поверхности параболоида, вырезанной вдоль эллипса, в виде коллимированного цилиндрического пучка, параллельного оси параболоида. Линия эллипса (тёмно-синяя линия на рис. 1) может быть рассмотрена как плоский край эллиптического параболоидально-внеосевого зеркала (касающегося оси (полюса) родительского параболоида, рис. 1г — верхний жёлто-синий треугольник), который «освещает» привершинную часть параболоида. Это зеркало — представитель известного семейства широко используемых внеосевых параболических коллиматоров оптического излучения (например, [20, 21]), офсетных антенн диапазона СВЧ [22]. В этом состоит первое интегративное свойство названного оптико-геометрического эффекта (это лишь попутный, неосновной результат).

2. Второе интегративное свойство — основное и менее тривиальное для нашего оптико-геометрического эффекта. Исходящий из фокуса родительского параболоида 1 (рис. 2) оптический луч 7 перемещается как образующая нижней полости конуса 3 по круговой стрелке в заданном угловом интервале из положения 7.1 в положение 7.2, отражается от внеосевой полосы в сечении 6 параболоида 1 оси параболы (5) сечения 6 и оси параболоида. При смещении исходящего луча 7 отражённый луч 8 перемещается параллельно оси параболы (5), оставаясь в её плоскости между положениями 8.1 и 8.2, согласно нашей теореме. Отражённый оптический луч 8 в каждый следующий момент взаимодействует с очередной точкой геометрически прямого отрезка линии 9 на рабочей поверхности. В соответствии с круговой стрелкой в направлении справа налево вдоль отрезка линии 9 и должна осуществляться строчная развёртка. Это свойство также значимо в инженерной практике для формирования гарантированно прямолинейного раstra.

Конус развёртки луча и ось вращения v грани светоотклоняющего элемента дефлекто-

ра с центром в фокусе родительского параболоида должны быть коаксиальны. Ось конуса отклонена на угол β от отрицательной полуоси OZ в плоскости XOZ . Выбор β при вершине лучевого конуса \mathcal{Z} (рис. 2) в соответствии с уравнением (7) вместе с расстоянием x_0 , в соответствии с (4), (5), от линии развёртки \mathcal{Z} до оси OZ зависит от ограничений, связанных с требованиями к длине прямой линии растра, параметрам пучка, конструкции дефлектора. В частности, для зеркального дефлектора, у которого ось v в (7) вращения или колебаний зеркала находится в его отражающей плоскости, входной пучок направляют вдоль оси родительского параболоида через его вершину. В этом случае, чтобы исключить перекрытие сканирующего пучка, угол β должен быть не больше, чем $(\pi/2) - \delta_{\min}$, где $\delta_{\min} \geq \arctg((s_M + s_B)/(2f))$ — угол между осью OZ и нормалью к зеркалу дефлектора в тот момент, когда оно ортогонально плоскости XOZ , и равен углу наклона оси вращения к оси OX ; s_B и s_M — ширина выходного пучка ($s_B = 0$ в лучевом приближении) и габариты подвижной части дефлектора вдоль оси OX . Если луч падает на его грань вдоль оси вращения в точку их пересечения, то условие будет выполнено, если эта грань наклонена к оси под углом $(\pi/4) \pm \delta_{\min}$. Выбор знака \pm зависит от того, с какой стороны оси падает пучок. Для достижения максимальной длины строки растра отражающая полоса должна быть вблизи угла δ_{\min} . Согласованно с длиной этой строки, реальная коническая развёртка охватывает лишь заданный угловой сектор лучевого геометрического конуса. Рассмотрение более сложных случаев выходит за рамки данной статьи.

К перспективам практического использования оптико-геометрического эффекта системы коникойдов относится возможность формирования телецентрической развёртки заданной протяжённости, а с её помощью — длинной (потенциально более $2f$) прямой строки. Возможна разработка строчных развёртывающих устройств с телецентрическим ходом лучей с большой апертурой и относительно небольшой массы, и на их основе — промышленных средств лазерной обработки, визуализации, голографирования [23].

В дальнейшем ставится задача оценки абберационных характеристик внеосевого

параболоидного отражателя с длиной отражающей полосы более $2f$ с учётом методов и результатов, изложенных в [21, 24], выбор типа и конструкции дефлектора, расчёт и оптимизация конструктивных параметров оптической системы в целом с учётом требований к размерам и глубине резкости сканирующего пятна, нелинейности и равномерности скорости сканирования применительно к решению конкретных инженерных задач, которые могут быть предметом отдельных публикаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для задачи обеспечения непрерывной прямолинейности строки растра и телецентричности развёртки луча в плоскости параболоидного отражателя при определённом размере зеркала дефлектора предложено концептуальное решение, не требующее специальной коррекции траектории развёртки. Построена формальная модель для выбора конструкторских решений на начальной стадии проектирования такой системы.

На основе построенной модели установлена геометрическая закономерность, которая сформулирована в виде теоремы. В соответствии с основной частью теоремы «линия пересечения коникойдов, параболоида и конуса, является параболой, плоскость которой параллельна оси параболоида, тогда и только тогда, когда образующая конуса лежит на оси параболоида, вершина — в его фокусе, а угол между направлениями раскрывов параболоида и конуса является острым».

Установленной в работе геометрической закономерности дана оптическая интерпретация как системного эффекта взаимодействия круговой конусной развёртки оптического (лазерного) луча и внеосевого параболоидального полосового отражателя. Функция этого эффекта — преобразование криволинейной, конической, развёртки в плоскую телецентрическую.

Посредством моделирования указанной системы коникойдов на основе законов геометрической оптики показаны условия формирования развёртывающей плоскости для телецентрического хода лучей вдоль линии строчной развёртки с потенциальной длиной более $2f$, в пределах которой обеспечивается непрерыв-

ная геометрически прямая линия строчной развёртки на сканируемой поверхности.

Оптико-механические системы растровой развёртки, несмотря на их длительную историю, не исчерпали свой эволюционный ресурс.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Development of "Laser scribe for thin-film solar cells. March 2, 2012. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.ntnglobal.com/en/news/new_products/news201200014.html. свободный. Яз. рус. (дата обращения 09.09.2022)
2. Самарин, Ю. Н. Конструирование и расчет формного оборудования: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГУП, 1999. С. 73–75.
3. Wollmann Chr., Wenert L., Ihlefeld J., Grieser R. Sensor unit, process and device for inspecting the surface of an object // Patent US № 6449036. 2002.
4. Gečys P., Markauskas E., Nishiwaki S., Buecheler S., De Loor R., Burn A., Romano V., Račiukaitis G. CIGS thin-film solar module processing: case of high-speed laser scribing // Sci. Rep. 2017. № 7. P. 40502. <https://doi.org/10.1038/srep40502>
5. Боднарчук А.И., Хацевич Т.Н. Дисторсия в F-THETA объективах // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. XVII Междунар. науч. конгр. Сб. материалов в 8 т. Т. 8. Новосибирск: СГУГиТ, 2021. С. 25–32. <https://doi.org/10.33764/2618-981X-2021-8-25-32>
6. Юревич В.И. Выбор силового телецентрического объектива лазерной технологической установки // Ритм индустрии. 2020. № 4. С. 26–31. www.ritm-magazine.ru
7. Черномырдин Н.В., Щадько А.О., Лебедев С.П., Спектор И.Е., Толстогузов В.Л., Кучерявенко А.С., Малахов К.М., Командин Г.А., Горелик В.С., Зайцев К.И. Широкоапертурная асферическая оптика для формирования субволновой каустики пучка терагерцового электромагнитного излучения // Журнал технической физики. Оптика и спектроскопия. Январь 2018. Т. 124. Вып. 3. <https://doi.org/10.21883/OS.2018.03.45664.250-17>
8. Young A.E. Scanning light beam lumber defect position system and method of using same // Patent US № 4286880. 1981.
9. Nakazawa M., Takahara K., Oogushi O. Optical scanning device and laser machining device // Patent US № 9529190. 2016.
10. Kondo K. Widefield epi-illumination type beam machine // Japan Patent № 2011000625. 2011.
11. Nakazawa M. Light irradiation device and optical reading device // Japan Patent № 6877951. 2021.
12. Liu C.-H., Chen J.-H., Teng, Y.-F. Development of a straightness measurement and compensation system with multiple right-angle reflectors and a lead zirconate titanate-based compensation stage // Review of Scientific Instruments. 2009. V. 80. № 11. P. 115105. <https://doi.org/10.1063/1.3254018>.
13. Schillinger H., Pahl H.-U., Patel R., Bovatsek J., Desailly R., Bulgakova N.M., Bonse J., Endert H. High speed laser scribe system for large area thin film solar cell manufacturing // 24th European Photovoltaic Solar Energy Conference. 21–25 September 2009. Hamburg. Germany. 3BV.4.6. P. 2763–2765. <https://doi.org/10.4229/24thEUPVSEC2009-3BV.4.6>

Введённое понятие «оптико-геометрический эффект пересечения согласованных коник-идов» оказалось продуктивным концептом при проектировании оптических систем развёртки.

REFERENCES

1. Development of "Laser scribe for thin-film solar cells. March 2, 2012. [Electronic resource]. Access mode: https://www.ntnglobal.com/en/news/new_products/news201200014.html. Free. Lang. Russ. (Accessed 09.09.2022)
2. Samarin Yu.N. Design and calculation of uniform equipment: A textbook for universities. Moscow: MGUP publishing house. 1999. P. 73–75. (In Russ).
3. Wollmann Chr., Wenert L., Ihlefeld J., Grieser R. Sensor unit, process and device for inspecting the surface of an object // Patent US № 6449036. 2002.
4. Gečys P., Markauskas E., Nishiwaki S., Buecheler S., De Loor R., Burn A., Romano V., Račiukaitis G. CIGS thin-film solar module processing: case of high-speed laser scribing // Sci. Rep. 2017. № 7. P. 40502. <https://doi.org/10.1038/srep40502>
5. Bodnarchuk A.I., Khatsevich T.N. Distortion in F-THETA lenses // Interexpo GEO-Siberia. XVII Intern. scientific Congr. Novosibirsk: SGUGiT, 2021. V. 8. P. 25–32. <https://doi.org/10.33764/2618-981X-2021-8-25-32>
6. Yurevich V.I. The choice of power telecentric lens of the laser technological installation // Rhythm of the industry. 2020. № 4. P. 26–31. www.ritm-magazine.ru
7. Chernomyrdin N.V., Shchadko A.O., Lebedev S.P. et al. Wide-aperture aspherical optics for the formation of subwavelength caustic of a terahertz electromagnetic radiation beam // Journal of Optics and spectroscopy. 2018. V. 124. P. 428–436. <https://doi.org/10.1134/S0030400X18030086>
8. Young A.E. Scanning light beam lumber defect position system and method of using same // Patent US № 4286880. 1981.
9. Nakazawa M., Takahara K., Oogushi O. Optical scanning device and laser machining device // Patent US № 9529190. 2016.
10. Kondo K. Widefield epi-illumination type beam machine // Japan Patent № 2011000625. 2011.
11. Nakazawa M. Light irradiation device and optical reading device // Japan Patent № 6877951. 2021.
12. Liu C.-H., Chen J.-H., Teng Y.-F. Development of a straightness measurement and compensation system with multiple right-angle reflectors and a lead zirconate titanate-based compensation stage // Review of Scientific Instruments. 2009. V. 80(11). P. 115105. <https://doi.org/10.1063/1.3254018>
13. Schillinger H., Pahl H.-U., Patel R., Bovatsek J., Desailly R., Bulgakova N.M., Bonse J., Endert H. High speed laser scribe system for large area thin film solar cell manufacturing // 24th European Photovoltaic Solar Energy Conference. 21–25 September 2009. Hamburg, Germany. Session: 3BV.4.6. P. 2763–2765. <https://doi.org/10.4229/24thEUPVSEC2009-3BV.4.6>
14. Mathematical Encyclopedia / Ch. ed. Vinogradov I.M. V. 2. M.: "Soviet Encyclopedia", 1979. 1104 p.

14. Математическая энциклопедия. Т. 2. М.: «Советская энциклопедия», 1979. 1104 с.
15. Smith Ch. An elementary treatise on solid geometry. 4th edit. London: Macmillan and Co., 1893. 243 p.
16. Abhyankar S.S., Bajaj C. Automatic rational parameterization of curves and surfaces I: Conics and conicoids // Department of Computer Science Technical Reports. 1986. Paper 502. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.lib.purdue.edu/cstech/502>. Свободный. Яз. англ. (Дата обращения 19.09.2022).
17. Doskolovich L.L., Kazanskiy N.L., Kharitonov S.I., Perlo P., Bernard S. Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram // Journal of Modern Optics. 2005. V. 52. № 11. P. 1529–1536. <https://doi.org/10.1080/09500340500058082>
18. Досколович Л.Л., Харитонов С.И. Расчет формы поверхности зеркала для формирования изображения в виде линии // Оптический журнал. 2005. Т. 72. № 4. С. 34–37.
19. Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы. М.: Ленанд, 2021. 160 с.
20. Valušis G., Lisauskas A., Yuan H., Knap W., Roskos H.G. Roadmap of terahertz imaging // Sensors. 2021. V. 21. № 12. P. 4092. <https://doi.org/10.3390/s21124092>
21. Zeng X. Configuration optimization of off-axis parabolic mirror for enhancing the focusability of a laser beam // Chinese Optics Letters. 2021. V. 19. Iss. 3. <https://doi.org/10.3788/COL202119.032601>
22. Yingxi L., Handong W., Yuhui R. Multimode reflector antenna suitable for construction of a high intensity radiated field // High Power Laser and Particle Beams. 2023. V. 35. 000000. <https://doi.org/10.11884/HPLPB202335.220341>
23. Ткаченко В.В., Канделинский С.Л. Конструктивная геометрия системы записи image-matrix голограмм // HOLOEXPO 2022: XIX международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям. 20–22 сентября 2022 г. Санкт-Петербург. Тезисы докладов / ООО «Оптикоголографические приборы». Барнаул: ИП Колмогоров И.А., 2022. С. 216–218.
24. Смирнов А.П. Методика расчетов оптических систем с плоскостной симметрией // Автореф. докт. дисс. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. 43 с. <https://tekhnosfera.com/metodika-raschetov-opticheskikh-sistem-s-ploskostnoy-simmetriy>
15. Smith Ch. An elementary treatise on solid geometry. 4th ed. London: Macmillan and Co., 1893. 243 p.
16. Abhyankar S.S., Bajaj C. Automatic rational parameterization of curves and surfaces: Conics and conicoids // Department of Computer Science Technical Reports. 1986. Paper 502. [Electronic resource]. Access mode: <https://docs.lib.purdue.edu/cstech/502>
17. Doskolovich L.L., Kazanskiy N.L., Kharitonov S.I., Perlo P., Bernard S. Designing reflectors to generate a line-shaped directivity diagram // Journal of Modern Optics. 2005. V. 52. № 11. P. 1529–1536. <https://doi.org/10.1080/09500340500058082>
18. Doskolovich L.L., Kharitonov S.I. Calculating the surface shape of mirrors for shaping an image in the form of a line // Journal of Optical Technology. 2005. V. 72. № 4. P. 318–321. <https://doi.org/10.1364/JOT.72.000318>
19. Efimov N.V. Quadratic forms and matrices. M.: Lenand, 2021. 160 p. (in Russ)
20. Valušis G., Lisauskas A., Yuan H., Knap W., Roskos H.G. Roadmap of terahertz imaging 2021 // Sensors. 2021. V. 21. № 12. P. 4092. <https://doi.org/10.3390/s21124092>
21. Zeng X. Configuration optimization of off-axis parabolic mirror for enhancing the focusability of a laser beam // Chinese Optics Letters. 2021. V. 19. Iss. 3. P. 032601. <https://doi.org/10.3788/COL202119.032601>
22. Yingxi L., Handong W., Yuhui R. Multimode reflector antenna suitable for construction of a high intensity radiated field // High Power Laser and Particle Beams. 2023. V. 35. P. 000000. <https://doi.org/10.11884/HPLPB202335.220341>
23. Tkachenko V.V., Kandelinsky S.L. Constructive geometry of the image-matrix hologram recording system // HOLOEXPO 2022: XIX International Conference on Holography and Applied Optical Technologies. Saint Petersburg. 20–22 Sep 2022. Abstracts. "Opticoholographic devices" LLC. Barnaul: IE Kolmogorov I.A., 2022. P. 216–218.
24. Smirnov A.P. Method of calculation of optical systems with planar symmetry. SPb.: SPbSU ITMO, 2008. 43 p. <https://tekhnosfera.com/metodika-raschetov-opticheskikh-sistem-s-ploskostnoy-simmetriy>

АВТОРЫ

Сергей Львович Канделинский — научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, 220012, Минск, Беларусь; <https://orcid.org/0000-0002-3082-3521>, kandelinsky_s@mail.ru

Вадим Викторович Ткаченко — канд. техн. наук, доцент, заведующий лабораторией, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, 220012, Минск, Беларусь; Scopus ID: 35975352800, <https://orcid.org/0000-0001-7584-6148>, tkach@newman.bas-net.by

AUTHORS

Sergey L. Kandelinskiy — Research Associate, Joint Institute of Computer Science Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, 220012, Minsk, Belarus; <https://orcid.org/0000-0002-3082-3521>, kandelinsky_s@mail.ru

Vadim V. Tkachenko — PhD, Docent, Head of the Laboratory, Joint Institute of Computer Science Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, 220012, Minsk, Belarus; Scopus ID: 35975352800, <https://orcid.org/0000-0001-7584-6148>, tkach@newman.bas-net.by

Статья поступила в редакцию 30.11.2022
Одобрена после рецензирования 25.05.2023
Принята к печати 18.08.2023

The article was submitted to the editorial office 30.11.2022
Approved after review 25.05.2023
Accepted for publication 18.08.2023