

ОПТИМИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ МАТРИЧНЫХ ПРИЕМНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ “МЕТОДА ОКНА”

© 2010 г. В. И. Федосеев, доктор техн. наук

Научно-производственное предприятие “Геофизика–Космос”, Москва

E-mail: coop@geofizika-cosmos.ru

В статье на базе ранее полученных результатов по оптимизации пространственно-временной обработки сигналов с помощью методов оптимальной нелинейной фильтрации рассматриваются способы реализации пространственной обработки в оптико-электронных системах с матричными приемниками. Отмечается целесообразность использования метода окна, приводятся примеры схем обработки и выбора параметров окна в задачах оценки координат источника излучения и его интенсивности и в задаче обнаружения. Анализ ведется в рамках пуассоновской модели сигналов, применимой к большинству случаев практического использования приемников.

Ключевые слова: пространственно-временная обработка сигналов, оптимальная нелинейная фильтрация, пуассоновская модель, метод окна.

Коды OCIS: 070.4560, 070.6110, 200.3050.

Поступила в редакцию 27.11.2009.

1. Существующие подходы к оптимизации обработки сигналов

В оптико-электронных системах (ОЭС), использующих матричные приемники излучения, возможности реализации самых разнообразных процедур пространственной обработки чрезвычайно широки. Если в системах с оптико-механическим сканированием конструктивные ограничения существенным образом сужают круг выбора способов пространственной обработки, то при электронном сканировании такие ограничения практически отсутствуют. Поэтому для ОЭС с электронным сканированием оптимизация способов пространственной обработки весьма актуальна.

Оптимизации процедур приема пространственных и пространственно-временных сигналов в ОЭС посвящено большое количество работ (например [1–6]), которые основываются на общей теории приема сигналов. Среди методов исследования, используемых в этой теории, можно выделить три группы.

- Методы, основанные на корреляционной теории приема (теории Колмогорова–Винера–Котельникова). Основополагающими здесь являются работы [7–9]. Эти методы наиболее эффективны при решении задач для линейных систем при стационарных воздействиях.

- Методы оптимальной линейной нестационарной фильтрации (фильтрации Калмана–Бьюси) [10]. Эти методы используются при решении как стационарных, так и нестационарных задач в линейных системах.

- Методы оптимальной нелинейной фильтрации, основанные на теории условных марковских процессов. Основополагающей является работа [11], детальное изложение можно найти в [12–14]. Эти методы – наиболее общие, они могут использоваться в линейных и нелинейных задачах, при стационарных и нестационарных воздействиях.

Подавляющее большинство работ по вопросам приема пространственных сигналов в ОЭС базируется на корреляционной теории. В то же время возрастающие возможности цифровых вычислителей, применяемых в составе ОЭС, создают предпосылки для решения задач нестационарных и нелинейных, в которых наиболее успешно могут работать методы нелинейной фильтрации. Однако в отличие от корреляционных методов, для которых пространственная фильтрация является естественным обобщением фильтрации во временной области, для методов нелинейной фильтрации обобщение на пространственную область связано с определенными трудностями математического характера. Эти трудности возможно обойти, если воспользоваться пуассоновской моделью сигналов [15, 16], в рамках кото-

рой можно решать многие задачи приема сигналов в ОЭС [17–21], в том числе и на базе разработанной теории нелинейной фильтрации. В статье [15] показано, что такая модель применима к большинству случаев практического использования различных приемников излучения в ОЭС. При этом решение задач нелинейной фильтрации приводит к единой системе пространственно-временной обработки, в которой обработка в пространственной области и во временной взаимосвязаны.

На практике тот или иной вид пространственной обработки в ОЭС с матричными приемниками реализуется путем выделения из всего массива элементов матрицы некоторой группы элементов (окна), умножения сигналов отдельных элементов этой группы на соответствующие весовые коэффициенты и последующего суммирования. Некоторые наборы весовых коэффициентов для реализации типовых функций пространственной обработки можно найти, например, в [22]. Подобный метод цифровой фильтрации в литературе получил название “метод окна” [23, 24]. Ниже мы рассмотрим в рамках пуассоновской модели сигналов на основе результатов теории нелинейной фильтрации, как могут быть реализованы с помощью метода окна те или иные процедуры обработки пространственно-временных сигналов в ОЭС с матричными приемниками.

2. Формулировки основных задач и общие результаты их решения

В пуассоновской модели пространственно-временных сигналов в качестве наблюдаемого объекта выступает случайное поле событий пуассоновского типа $N(\tau, \xi)$ с интенсивностью $\lambda(\tau, \xi)$, где τ – время, $\xi = (\xi', \xi'')$ – вектор пространственных координат (для наглядности будем считать его двумерным), $\lambda(\tau, \xi)$ – положительная функция, которая может быть как детерминированной, так и случайной (определение такого поля см. [17]). Поле наблюдается в течение времени от 0 до t в области G плоскости, т. е. $\tau \in [0, t], \xi \in G$. Наглядным примером такого поля может служить совокупность событий вылета электронов, генерируемых в фотослое приемника излучения под действием этого излучения и окружающей температуры. В этом примере под реализацией поля $N(\tau, \xi)$, $\tau \in [0, t], \xi \in G$, которую в дальнейшем будем обозначать N_t^G , следует понимать ступенчатую неубывающую функцию с единичными скачками в те моменты времени

τ_i и в тех точках плоскости ξ_i , в которых имели место события поля – вылеты электронов, $i = 1, 2, \dots, n$. В промежутках между событиями эта функция постоянна. Интенсивность поля $\lambda(\tau, \xi)$ равна среднему числу событий в единицу времени на единичной площади и пропорциональна освещенности фотослоя в окрестности точки ξ в момент времени τ . В [15] приводятся соотношения, связывающие интенсивность $\lambda(\tau, \xi)$ с освещенностью и параметрами приемника.

В теории нелинейной фильтрации используется математический аппарат стохастических интегралов, в частности аппарат стохастических интегралов по пуассоновской мере. Это позволяет получить результаты в компактном и наглядном виде. Описание этого аппарата содержится, например, в [25, 26]; в [21] приведены на эвристическом уровне краткое определение стохастического интеграла по пуассоновской мере и его простейшие свойства.

Далее будем считать, что наблюдается поле пуассоновского типа $N(\tau, \xi)$, $\tau \in [0, t]$, $\xi \in G$ с интенсивностью $\lambda(\tau, \xi) = \lambda(\tau, \xi, \mathbf{x}_t) = \lambda_0(\tau, \xi) + \lambda_1(\tau, \xi, \mathbf{x}_t)$, причем $\lambda_0(\tau, \xi)$ соответствует полю помех, $\lambda_1(\tau, \xi, \mathbf{x}_t)$ соответствует полю полезного сигнала и является детерминированной функцией, а \mathbf{x}_t – n -мерный случайный процесс, удовлетворяющий стохастическому уравнению с известными вектором сноса $\mathbf{a}_t(\mathbf{x}_t)$ и матрицей диффузии $B_t(\mathbf{x}_t)$ (вектор сноса характеризует детерминированную составляющую поведения процесса \mathbf{x}_t , матрица диффузии – чисто случайную, см. [14]). В приведенном выше примере под процессом \mathbf{x}_t можно понимать либо вектор изменяющихся координат изображения источника излучения на фотослое приемника, либо совокупность координат нескольких источников, либо интенсивность излучения этих источников, окружающего фона и т. п. При этих условиях в работах [17, 18] рассмотрены две основные задачи – задача оценивания неизвестного процесса \mathbf{x}_t (задача фильтрации) и задача обнаружения полезного сигнала $\lambda_1(\tau, \xi, \mathbf{x}_t)$.

В задаче фильтрации по результатам наблюдения поля N_t^G требуется найти оценку $\hat{\mathbf{x}}_t$ неизвестного процесса в момент времени t . Решение, полученное для условия высокой апостериорной точности (в гауссовом приближении апостериорной плотности вероятности) записывается в виде следующих стохастических уравнений [17]:

$$d\hat{\mathbf{x}}_t = \mathbf{a}_t dt + D_t \int_G [\partial \lambda(t, \xi, \hat{\mathbf{x}}_t) / \partial \hat{\mathbf{x}}_t] \times \\ \times [(N(dt, d\xi) - \lambda(t, \xi, \hat{\mathbf{x}}_t) d\xi dt) / \lambda(t, \xi, \hat{\mathbf{x}}_t)], \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
dD_t = & (A_t' D_t + D_t A_t'^T + B_t B_t^T) dt + \\
& + D_t \int_G \left[\partial^2 \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) / \partial \hat{x}_t^2 \right] D_t \left[(N(dt, d\xi) - \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) d\xi dt) / \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) \right] - \\
& - D_t \int_G \left[\partial \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) / \partial \hat{x}_t \right] \left[\partial \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) / \partial \hat{x}_t \right]^T D_t \left[N(dt, d\xi) / \lambda^2(t, \xi, \hat{x}_t) \right].
\end{aligned} \quad (2)$$

В этих уравнениях D_t – матрица ковариации вектора-столбца оценки \hat{x}_t в момент времени t , $\partial/\partial \mathbf{x} = (\partial/\partial x', \partial/\partial x'', \dots, \partial/\partial x^{(n)})^T$ – вектор-столбец оператора градиента, $\partial^2/\partial \mathbf{x}^2$ – матрица вторых производных, верхний индекс “т” обозначает транспонирование. При выводе уравнений (1), (2) было принято также, что процесс x_t – гауссов, т. е. его матрица диффузии не зависит от x_t , а вектор сноса зависит от него линейно –

$$\mathbf{a}_t(\mathbf{x}_t) = \mathbf{a}_t + A_t'(\mathbf{x}_t - \hat{x}_t), \quad B_t(\mathbf{x}_t) = B_t. \quad (3)$$

Уравнению (1) для случая одномерного параметра x_t соответствует блок-схема обработки, изображенная на рис. 1. Устройства 1, 3 оперируют с пространственно-временным сигналом, т. е. обрабатывают сигнал с каждого элементарного участка пространства индивидуально. В устройстве 4 происходит сжатие информации (редукция), и все другие блоки ведут обработку только во временной области. Обращает внимание аналогия данного устройства оценки с фильтром Калмана–Бьюси, применяемым для линейной фильтрации гауссовых сигналов (см., например, [27]). В частности, временной фильтр, структура и параметры которого повторяют модель входного воздействия, соответствует аналогичному фильтру при фильтрации Калмана–Бьюси. Принципиальное отличие состоит в наличии пространственной обработки и в зависимости функции прозрачности пространственного фильтра от оценки x_t . Последнее обстоятельство связано с нелинейностью решаемой задачи. В целом процедура оценивания ненаблюдаемого процесса x_t по результатам наблюдения поля N_t^G (которые на бесконечно малых пространственно-временных интервалах представляются как $N(dt, d\xi)$) включает следующие этапы:

1) пространственную фильтрацию, заключающуюся в перемножении наблюдаемого сигнала $N(dt, d\xi)$ на весовой множитель $[\partial \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) / \partial \hat{x}_t] / \lambda(t, \xi, \hat{x}_t)$ и последующем интегрировании по пространственной области наблюдения; упомянутый весовой множитель будем называть функцией прозрачности пространственного фильтра;

2) обработку во временной области, заключающуюся в пропускании сигнала через элемент с переменным коэффициентом передачи, равным дисперсии оценки в данный момент, и через временной фильтр, структура и параметры которого соответствуют модели формирования входного воздействия a_t ;

3) воздействие на параметры пространственного фильтра с целью приведения их в соответствие с величиной оцениваемого параметра;

4) изложенной процедуре обработки предшествует формирование так называемого “обновляющего” процесса $N(dt, d\xi) - \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) d\xi dt$.

Как следует из сказанного, полная система обработки представляет собой следящую систему.

В задаче обнаружения заранее неизвестен факт наличия сигнала $\lambda_1(t, \xi, \mathbf{x}_t)$: согласно гипотезе H_1 полезный сигнал есть, согласно гипотезе H_0 его нет. На основе результатов наблюдения поля N_t^G необходимо определить, имеется ли полезный сигнал или его нет.

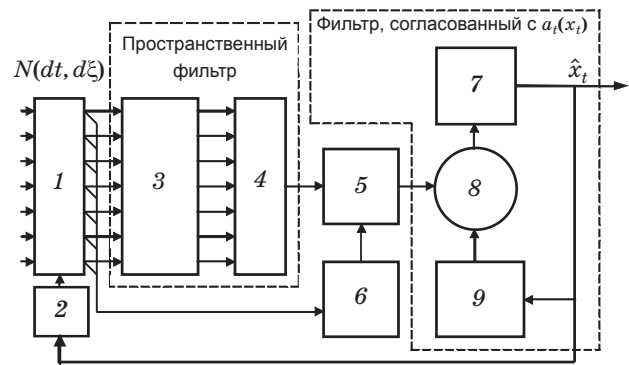


Рис. 1. Блок-схема квазиоптимального устройства оценивания ненаблюдаемого процесса x_t . 1 – устройство вычитания (формирователь “обновляющего” процесса), 2 – формирователь сигнала $\lambda(t, \xi, \hat{x}_t)$ с учетом оценки \hat{x}_t , 3 – устройство умножения на весовой множитель $[\partial \lambda(t, \xi, \hat{x}_t) / \partial \hat{x}_t] [\lambda(t, \xi, \hat{x}_t)]^{-1}$, 4 – интегратор по пространственным координатам, 5 – устройство умножения на D_t , 6 – блок вычисления дисперсии D_t , 7 – интегратор по времени, 8 – устройство суммирования, 9 – генератор детерминированной части вектора сноса a_t .

Как известно, при различных критериях оптимизации решение задачи обнаружения сводится к вычислению отношения правдоподобия и сравнению его с порогом (или с порогами). Выражение для логарифма отношения правдоподобия в рассматриваемой задаче получено в [18] и имеет вид

$$l_t = - \int_0^t \int_G \hat{\lambda}_1(\tau, \xi) d\xi d\tau + \int_0^t \int_G \ln \left[1 + \hat{\lambda}_1(\tau, \xi) / \hat{\lambda}_0(\tau, \xi) \right] N(d\tau, d\xi), \quad (4)$$

где

$$\hat{\lambda}_1(\tau, \xi) = M \{ \lambda_1(\tau, \xi) | N_t^G, H_1 \}, \\ \hat{\lambda}_0(\tau, \xi) = M \{ \lambda_0(\tau, \xi) | N_t^G, H_0 \} -$$

условные математические ожидания, оценки интенсивностей полезного сигнала и помех соответственно.

Использование соотношений (1)–(4) для построения конкретных схем обработки сигналов и их физическую интерпретацию рассмотрим ниже.

3. Оценка координат движущегося источника излучения

Будем считать, что источник излучения движется с постоянной скоростью и создает в области наблюдения распределение интенсивности $\lambda(\xi - x_t)$, где параметр x_t характеризует положение источника излучения. Область наблюдения будем считать одномерной, представляющей собой отрезок прямой $[a, b]$; интенсивность $\lambda(\xi - x_t)$ – отличающейся от постоянной лишь на малом участке внутри этого отрезка, а скорость – неизвестной и равной c . Для этого случая в [17] из уравнений (1), (2) получены следующие уравнения для оценок координаты \hat{x}_t , скорости \hat{c}_t и элементов матрицы ковариации D_{xx}, D_{cc}, D_{xc} :

$$d\hat{x}_t = \hat{c}_t dt - (D_{xx} + D_{xc}t) \int_a^b [\lambda'(\xi - \hat{x}_t) / \lambda(\xi - \hat{x}_t)] N(dt, d\xi), \quad (5)$$

$$d\hat{c}_t = -(D_{xc} + D_{cc}t) \int_a^b [\lambda'(\xi - \hat{x}_t) / \lambda(\xi - \hat{x}_t)] N(dt, d\xi),$$

$$dD_{xx} = 2D_{xc}dt + (D_{xx} + D_{xc}t)^2 \int_a^b [\ln \lambda(\xi - \hat{x}_t)]'' N(dt, d\xi), \\ dD_{cc} = (D_{xc} + D_{cc}t)^2 \int_a^b [\ln \lambda(\xi - \hat{x}_t)]'' N(dt, d\xi), \quad (6)$$

$$dD_{cx} = D_{cc}dt + (D_{xx} + D_{xc}t)(D_{xc} + D_{cc}t) \int_a^b [\ln \lambda(\xi - \hat{x}_t)]'' N(dt, d\xi).$$

Если перейти к дискретным координатам с величинами шагов $\Delta \xi$ и Δt , то этим уравнениям можно поставить в соответствие блок-схему, представленную на рис. 2.

Четыре этапа обработки, отмеченные в предыдущем разделе, в схеме рис. 2 также присутствуют. Интересно отметить, что воздействие на пространственный фильтр для учета результата оценивания сводится к перемещению зоны прозрачности этого фильтра вслед за перемещающимся источником сигнала (реализуется слежение).

Уравнения (5), (6) и соответствующая им схема рис. 2 дают оценки, близкие к оптимальным, при условии “высокой апостериорной точности”. Количественное формулирование этого условия

содержится в [17], а физический смысл состоит в том, что, во-первых, оцениваемый параметр должен изменяться медленно по сравнению с темпом генерации событий наблюдаемого поля и, во-вторых, должен иметься некоторый предварительный объем информации перед началом оценивания. Если первая часть этого условия выполняется для подавляющего большинства практически важных задач, то выполнение второй части условия – наличия предварительной информации – часто может не обеспечиваться. Такая ситуация имеет место прежде всего в начальные моменты работы системы обработки, когда информация об оцениваемом параметре либо отсутствует, либо крайне скудна. В эти начальные моменты времени процедуры филь-

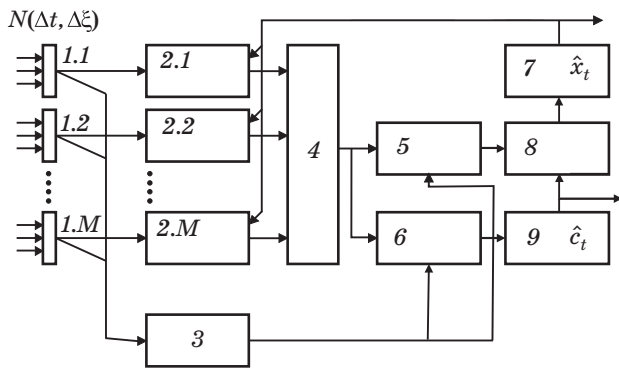


Рис. 2. Блок-схема квазиоптимального устройства оценивания координаты и скорости движущегося источника излучения. 1.1, 1.2, ..., 1.M – элементарные регистраторы наблюдаемого сигнала в соответствующих элементах пространства; 2.1, 2.2, ..., 2.M – устройства умножения на весовой множитель $[\partial\lambda(\xi_i - \hat{x}_t)/\partial\hat{x}_t][\lambda(\xi_i - \hat{x}_t)]^{-1}$, $i = 1, 2, \dots, M$; 3 – блок вычисления ковариаций; 4 – блок суммирования 1; 5 – усилитель с переменным усилением 1; 6 – усилитель с переменным усилением 2; 7 – интегратор 1, формирующий оценку координаты; 8 – блок суммирования 2; 9 – интегратор 2, формирующий оценку скорости.

трации, описываемые уравнениями (5), (6), далеки от оптимальных, что в реальных условиях может привести к длительным переходным процессам установления нормального режима работы. Для решения проблемы может быть введен специальный режим поиска с целью получения грубой оценки либо в некоторых случаях использован прием “импульсной аппроксимации” полезного сигнала.

Суть последнего приема состоит в следующем. Интенсивность наблюдаемого поля представляется в виде

$$\lambda(t, \xi, x_t) = \Lambda_1 f(\xi - x_t) + \lambda_0, \quad (7)$$

где Λ_1, λ_0 – параметры, характеризующие соответственно интенсивность полезного сигнала и фона, а функция $f(x)$, характеризующая распределение интенсивности полезного сигнала в пространстве, отлична от нуля лишь в малой части наблюдаемого пространства, неотрицательна и $\int_G f(\xi - x_t) d\xi = 1$. Далее предполагается, что плотность распределения вероятности параметра $x_t - p(x_t | N_t^G)$ – мало меняется в области наблюдения (т. е. информации об оцениваемом параметре мало), в частности, в начальный момент априорное распределение параметра x_t равно-

мерно на отрезке длиной s . При этих условиях тем же путем, что и уравнения (5), (6), для начального момента времени и близких к нему может быть получено уравнение оценки

$$d\hat{x}_t = a_t dt + (\Lambda_1 / s \hat{\lambda}) \int_G (\xi - \hat{x}_t) [N(dt, d\xi) - \hat{\lambda} d\xi dt]. \quad (8)$$

Анализируя уравнения (5), (8), можно проследить эволюцию характера пространственной обработки наблюдаемого поля в процессе оценивания неизвестного параметра x_t . Рисунок 3 иллюстрирует изменение вида функции прозрачности пространственного фильтра по мере накопления результатов наблюдения: от линейной в начале наблюдения до функции вида $[\partial\lambda(\xi)/\partial\hat{x}_t][\lambda(\xi)]^{-1}$

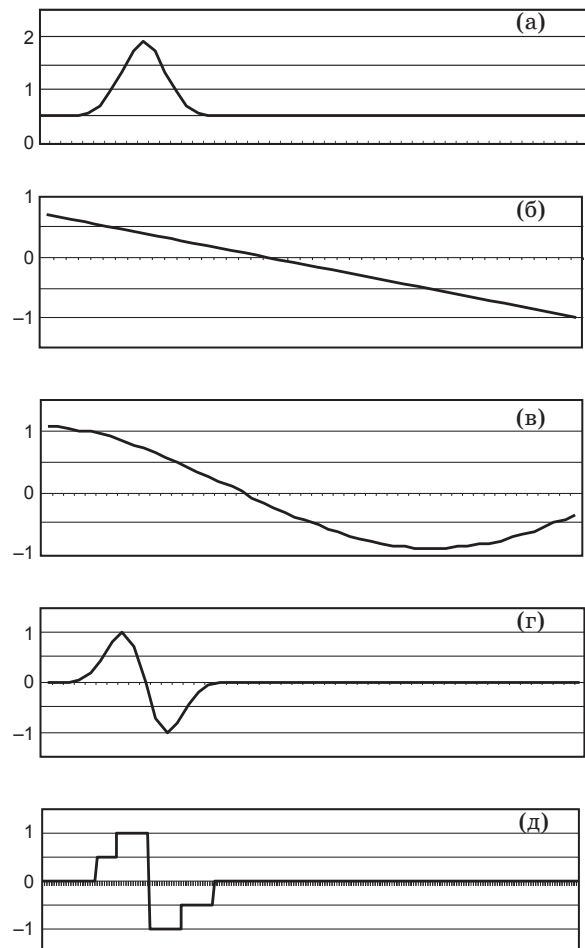


Рис. 3. Эволюция функции прозрачности пространственного фильтра в процессе оценивания неизвестной координаты источника сигнала. а – распределение интенсивности в области наблюдения, б – вид функции прозрачности в начальный момент наблюдения, в и г – то же в последующие моменты, д – ступенчатая аппроксимация функции прозрачности для режима точных измерений.

при точном слежении. Напомним, что указанные выше уравнения фильтрации получены исходя из критерия минимизации среднеквадратической ошибки. Для практических целей к минимуму ошибки имеет смысл стремиться только в режиме точного измерения. В переходном режиме важно обеспечить его малую длительность, поэтому критерий его оптимизации должен быть другим. В практических реализациях информационных систем такой переходной режим представляется в виде режима поиска с критерием оптимизации – минимум времени поиска.

При использовании матричных приемных структур требуемый вид функции прозрачности пространственного фильтра для режима точного измерения может быть реализован с помощью метода окна. Возникает вопрос о целесообразной точности дискретного представления функции прозрачности синтезируемого пространственного фильтра, фактически – о выборе шага пространственной дискретизации. Этот выбор зависит как от вида пространственного распределения полезного сигнала, так и от решаемой задачи. Для “точечного” сигнала вопрос исследовался в [19]. Качественно характер пространственного распределения сигнала и вид функции прозрачности фильтра для этого случая могут иметь вид рис. 3а и 3г соответственно. При аппроксимации распределения сигнала в плоскости анализа функцией вида $(2\pi r^2)^{-1} \exp[-(x^2 + y^2)/2r^2]$ (гауссоида) имеют место следующие результаты:

- с уменьшением шага дискретности дисперсия оценки координат источника излучения монотонно уменьшается, приближаясь к дисперсии квазиоптимальной оценки;
- при отношении шага дискретности к радиусу гауссоиды r , равном 0,8, дисперсия оценки всего на 10% превышает дисперсию квазиоптимальной оценки и при дальнейшем уменьшении этого шага точность оценки повышается мало.

Из последнего положения следует, что для оценки координаты “точечного” источника достаточно иметь “окно” размером в 4×4 шага дискретности, величина шага должна соответствовать упомянутому положению. На рис. 3д приведена ступенчатая аппроксимация функции прозрачности для этого случая, которая реализуется с помощью метода окна.

Функция прозрачности пространственного фильтра, используемого в методе окна, должна отличаться от нуля лишь в тех местах пространства анализа, где производная от интенсивности сигнала по оцениваемой координате не равна

нулю. Поэтому в случае протяженного источника для тех мест изображения, где интенсивность излучения не изменяется в зависимости от пространственных координат, функция прозрачности фильтра должна быть равна нулю. Эти части изображения не несут информации об оцениваемой координате. На рис. 4 в качестве примера для изображения, имеющего форму круга с несколько размытыми краями, пред-

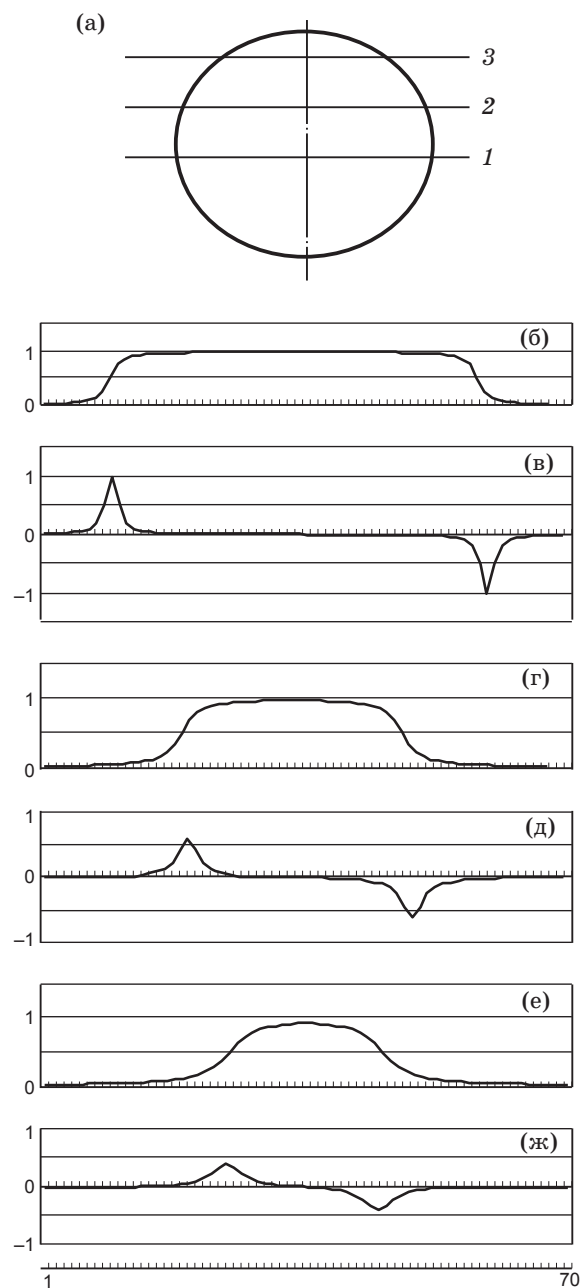


Рис. 4. Изображение источника сигнала в плоскости анализа в виде круга (а), распределения интенсивности сигнала и вид функции прозрачности пространственного фильтра соответственно вдоль прямой 1 – (б) и (в), вдоль прямой 2 – (г) и (д), вдоль прямой 3 – (е) и (ж).

ставлены распределения интенсивности сигнала и вид функции прозрачности фильтра в трех сечениях изображения (для режима точного измерения). Эти иллюстрации носят качественный характер, получение количественных рекомендаций – предмет дальнейших исследований.

4. Оценка интенсивности источника излучения при наличии мешающего фона

Будем считать, что в представлении (7) интенсивности наблюдаемого поля параметр x_t отсутствует, т. е.

$$\lambda(t, \xi) = \Lambda_1 f(\xi) + \lambda_0. \quad (9)$$

Параметры Λ_1 и λ_0 – не известны и подлежат оцениванию, вид функции $f(\xi)$ – такой же, как в (7), площадь области G равна S . При этих условиях из уравнений (1), (2) для оценок $\hat{\Lambda}_1, \hat{\lambda}_0$ и элементов матрицы ковариации

$$D = \begin{bmatrix} D_{00} & D_{01} \\ D_{01} & D_{11} \end{bmatrix}$$

могут быть получены следующие уравнения [17]:

$$\begin{aligned} d\hat{\lambda}_0 &= -(D_{01} + D_{00}S)dt + \\ &+ \int_G \left\{ [D_{01}f(\xi) + D_{00}] / [\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0] \right\} N(dt, d\xi), \\ d\hat{\Lambda}_1 &= -(D_{11} + D_{01}S)dt + \\ &+ \int_G \left\{ [D_{11}f(\xi) + D_{01}] / [\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0] \right\} N(dt, d\xi), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} dD_{00} &= - \int_G [D_{01}f(\xi) + D_{00}]^2 \times \\ &\times N(dt, d\xi) / [\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0]^2, \\ dD_{11} &= - \int_G [D_{11}f(\xi) + D_{01}]^2 \times \\ &\times N(dt, d\xi) / [\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0]^2, \\ dD_{01} &= - \int_G [D_{11}f(\xi) + D_{01}] [D_{01}f(\xi) + D_{00}] \times \\ &\times N(dt, d\xi) / [\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0]^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Анализируя уравнения (10), можно отметить следующее:

1) поскольку λ_0 и Λ_1 – независимые случайные величины, то априорное значение D_{01} следует положить равным нулю; поэтому для начального момента времени и близких к нему функции прозрачности пространственных фильтров, фигурирующие в уравнениях (10), будут иметь вид

$f(\xi) [\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0]^{-1}$ для оценки $\hat{\Lambda}_1$ и $[\hat{\Lambda}_1 f(\xi) + \hat{\lambda}_0]^{-1}$ для оценки $\hat{\lambda}_0$;

2) если предположить, что параметр λ_0 известен, т. е. $D_{00} = D_{01} = 0$, то в уравнении для оценки $\hat{\Lambda}_1$ будет фигурировать та же функция прозрачности, что и в п. 1) для этой оценки;

3) если предположить, что параметр $\hat{\Lambda}_1$ известен, т. е. $D_{11} = D_{01} = 0$, то в уравнении для оценки $\hat{\lambda}_0$ будет фигурировать та же функция прозрачности, что и в п. 1) для этой оценки.

Поэтому функции прозрачности, указанные в п. 1), можно назвать базовыми для оценки параметров $\hat{\Lambda}_1$ и $\hat{\lambda}_0$. В качестве примера на рис. 5 представлен вид этих функций для “точечного”

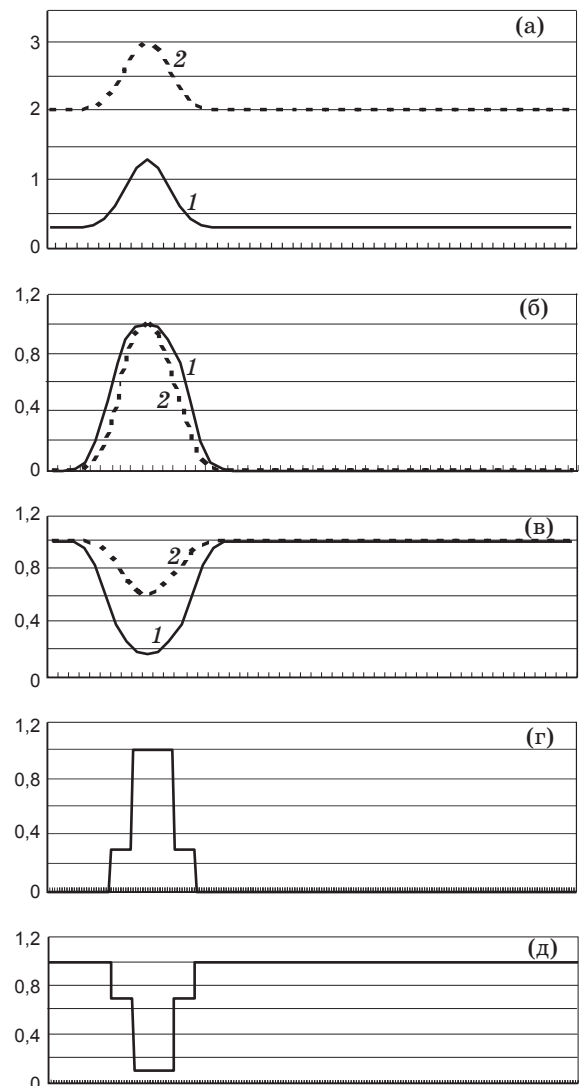


Рис. 5. Распределение интенсивности в области наблюдения (а), функции прозрачности пространственных фильтров для оценки интенсивности полезного сигнала (б) и фона (в), 1 – малый фон, 2 – большой фон; ступенчатая аппроксимация функций прозрачности фильтров для оценки сигнала (г) и фона (д).

источника, создающего распределение интенсивности излучения $f(\xi)$.

Реализация пространственных фильтров с помощью метода окна путем дискретной аппроксимации их функции прозрачности для оценивания интенсивности источника излучения рассмотрена также в [19], где получены следующие результаты:

- для протяженного источника, изображение которого занимает m элементов на матрице и $m \gg 1$, при соответствующем выборе весовых коэффициентов элементов “окна” размер элемента матрицы практически не влияет на погрешность оценки при соблюдении условия $m \gg 1$;

- для “точечного” источника, размеры изображения которого соизмеримы с размерами элемента, уменьшение размера элемента вообще приводит к снижению погрешности оценки; однако существует некоторый разумный предел такого уменьшения – при распределении интенсивности в виде “гауссоиды” и отношении размера элемента к радиусу “гауссоиды”, равном 1,2, дисперсия оценки с помощью “окна” лишь на 10% превышает дисперсию квазиоптимальной оценки.

Из последнего следует, что “окно” размером 4×4 шага дискретности, величина которого выбрана из условия обеспечения малой погрешности оценивания координат (см. предыдущий раздел), позволяет получить также малую погрешность оценки интенсивности излучения “точечного” источника. На рис. 5г и 5д приведена ступенчатая аппроксимация функций прозрачности фильтров для оценки интенсивности сигнала “точечного” источника и фона, которые могут быть реализованы с помощью метода окна.

5. Обнаружение “точечного” источника

Как следует из выражения (4), решение задачи обнаружения при заранее неизвестных интенсивностях полезного сигнала и фона включает в себя нахождение оценок этих неизвестных параметров. Мы рассмотрим задачу обнаружения в той постановке, в которой она возникает при поиске точечного источника сигнала на дискретной решетке пространственных координат [18]. Область наблюдения G представляет собой совокупность элементов пространства g_i , $i = 1, 2, \dots, m$, $G = \bigcup_{i=1}^m g_i$, площадь каждого элемента равна s , время наблюдения в каждом элементе θ . Интенсивность наблюдаемого поля не зависит от времени, причем интенсивность

излучения источника сигнала отлична от нуля только в одном элементе с номером j , т. е.

$$\lambda_0(\tau, \xi) = \lambda_0(\xi) = \lambda_{0i}, \quad \xi \in g_i,$$

$$\lambda_1(\tau, \xi) = \lambda_1(\xi) = \lambda_1, \quad \xi \in g_j,$$

или

$$\lambda_1(\tau, \xi) = \lambda_1(\xi) = 0, \quad \xi \notin g_j.$$

Величины λ_{0i} будем считать случайными, λ_1 – неизвестной константой, превышающей некоторое минимальное значение $\lambda_{1\min}$. По результатам наблюдения поля N_0^G необходимо определить, в каком из элементов g_i находится источник сигнала.

Решение такой задачи сводится к решению задачи обнаружения поочередно для каждого из элементов g_i , которое в свою очередь заключается в нахождении отношения правдоподобия с помощью формулы (4) и сравнении его с порогом. Определение фигурирующих в (4) оценок $\hat{\lambda}_0$ и $\hat{\lambda}_1$ должно проводиться по-разному ввиду различных статистических свойств величин λ_0 и λ_1 . Интенсивность поля помех λ_0 в соседних элементах имеет достаточно сильную корреляцию, поэтому оценка $\hat{\lambda}_0$ вычисляется с учетом наблюдений во всех элементах. Интенсивность сигнала λ_1 до начала наблюдений в данном элементе неизвестна, поэтому в качестве оценки $\hat{\lambda}_1$ необходимо принять ее априорное значение, в качестве которого в рассматриваемой ситуации разумно выбрать $\lambda_{1\min}$. Далее по мере накопления наблюдений эта оценка может уточняться.

С учетом введенных обозначений для случая дискретных координат формула (4) может быть переписана в виде

$$l_i = -\lambda_{1\min} s \theta + \ln(1 + \lambda_{1\min} / \hat{\lambda}_{0i}) N(\theta, g_i). \quad (12)$$

При $\lambda_{1\min} / \hat{\lambda}_{0i} \ll 1$ (при большом фоне) из (12) с помощью несложных преобразований получим правило принятия решения для элемента с номером i

$$N(\theta, g_i) - \hat{\lambda}_{0i} s \theta < c \rightarrow H_0,$$

$$N(\theta, g_i) - \hat{\lambda}_{0i} s \theta > c \rightarrow H_1. \quad (13)$$

Здесь c – порог, не зависящий от результатов наблюдений в элементе i , но зависящий от $\lambda_{1\min}$, $\hat{\lambda}_{0i}$, λ_{0i} . Правило (13) остается в силе и при $\lambda_{1\min} / \hat{\lambda}_{0i} \approx 1$, изменится лишь значение константы c . В этом можно убедиться, если воспользоваться аппроксимацией $\ln(1+x) \approx x/(1+0,4x)$, которая дает погрешность не более 8% при $x < 5$ [18]. Таким образом, процедура проверки нали-

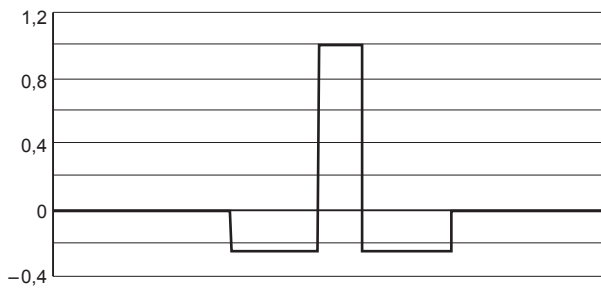


Рис. 6. Функция прозрачности пространственного фильтра для обнаружения точечного источника.

чия (обнаружения) источника сигнала в элементе g_i включает следующие операции:

- 1) вычисление оценки интенсивности помех $\hat{\lambda}_{0i}$,
- 2) вычитание из результата наблюдения $N(\theta, g_i)$ ожидаемого значения сигнала помех $\hat{\lambda}_{0i}s\theta$,
- 3) сравнение полученной разности с порогом.

Как показано в разделе 4, п. 1), для нахождения квазиоптимальной оценки уровня помех необходимо использовать результаты наблюдений во всех элементах области наблюдения. Однако для целей обнаружения точечного источника нет необходимости иметь оценку уровня помех с минимальной погрешностью. Достаточно иметь погрешность этой оценки в несколько раз меньшую, чем погрешность результата наблюдения в одном элементе. Поэтому для вычисления оценки уровня помех достаточно использовать данные наблюдений небольшого количества элементов, расположенных вблизи анализируемого элемента g_i . Учитывая это обстоятельство, для выполнения перечисленных выше операций 1), 2) удобно использовать метод окна с соответствующим образом выбранной функцией прозрачности пространственного фильтра. Для иллюстрации этого на рис. 6 представлена функция прозрачности пространственного фильтра, реализующего вышеуказанные операции 1), 2) в одномерном случае. Более сложные варианты пространственных фильтров, пригодные для практического использования при обнаружении, рассмотрены в [28].

С целью демонстрации количественных результатов работы рассмотренных схем квазиоптимальной обработки пространственно-временных сигналов на рис. 7 представлены реализации, полученные при статистическом моделировании схем, соответствующих уравнениям

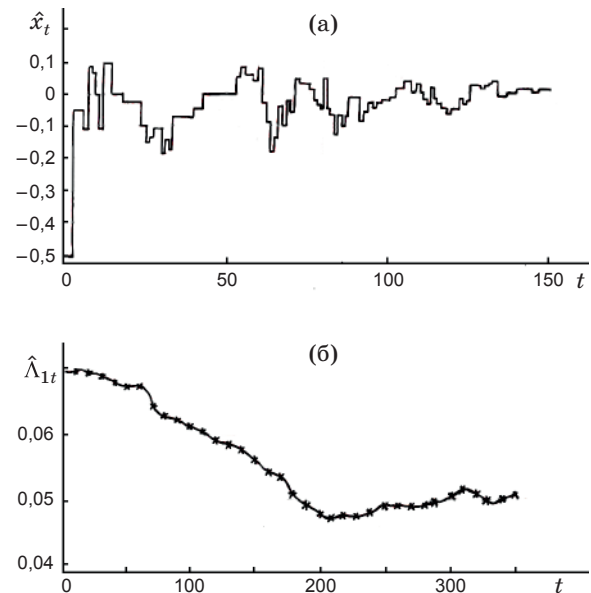


Рис. 7. Реализации, полученные при статистическом моделировании схем квазиоптимального оценивания параметров. а – при оценивании координаты x источника излучения, $\lambda = 0,05 + 0,05 \exp[-0,18(\xi - x)^2]$, истинное значение $x = 0$, априорные значения $\hat{x}(0) = -0,5$, $D_{xx}(0) = 1$; б – при оценивании интенсивности Λ_1 источника излучения, $\lambda = 0,05 + \Lambda_1 \exp[-0,18\xi^2]$, истинное значение $\Lambda_1 = 0,05$, априорные значения $\hat{\Lambda}_1(0) = 0,07$, $D_{11}(0) = 6 \times 10^{-4}$.

(5), (6) и (10), (11). Более полная информация по моделированию содержится в [17, 18].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П.А., Выгон В.Г., Курикша А.А., Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Некоторые вопросы теории приема световых сигналов // Проблемы передачи информации. 1966. Т. 2. В. 4. С. 39–55.
2. Шестов Н.С. Выделение оптических сигналов на фоне случайных помех. М.: Сов. радио, 1967. 348 с.
3. Левшин В.Л. Пространственная фильтрация в оптических системах пеленгации. М.: Сов. радио, 1971. 200 с.
4. Курикша А.А. Квантовая оптика и оптическая локация. М.: Сов. радио, 1973. 184 с.
5. Смирнов В.А. Введение в оптическую радиоэлектронику. М.: Сов. радио, 1973. 206 с.
6. Гальярди Р.М., Карп Ш. Оптическая связь. М.: Связь, 1988. 424 с.
7. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1941. Т. 5. В. 1. С. 3–14.

8. Wiener N. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series. N.Y.: J. Wiley and sons, 1949. 163 p.
9. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Госэнергоиздат, 1956. 151 с.
10. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Journal of basic engineering. 1960. № 1. P. 35–45.
11. Стратонович Р.Л. Применение теории процессов Маркова для оптимальной фильтрации сигналов // Радиотехника и электроника. 1960. Т. V. № 11. С. 1751–1763.
12. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966. 319 с.
13. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974. 696 с.
14. Григелионис Б.И. О стохастических уравнениях нелинейной фильтрации случайных процессов // Литовск. матем. сборник. 1972. Т. XII. № 4. С. 37–51.
15. Федосеев В.И. О пуассоновской модели сигналов фотоприемников // ОМП. 1982. № 7. С. 18–20.
16. Федосеев В.И. О пуассоновской модели сигналов в оптико-электронных системах // Изв. вузов. Приборостроение. 1985. Т. 28. № 6. С. 49–53.
17. Федосеев В.И., Широков Ф.В. Пространственно-временная нелинейная фильтрация для пуассоновских случайных полей // Проблемы передачи информации. 1976. Т. 12. № 1. С. 29–40.
18. Федосеев В.И. Обнаружение пуассоновских полей // Проблемы передачи информации. 1979. Т. 15. № 3. С. 93–98.
19. Федосеев В.И. Анализ оптических сигналов матричными фотоприемниками // Изв. вузов. Приборостроение. 1984. Т. 27. № 7. С. 70–79.
20. Федосеев В.И. Оптимизация сканирования в системах анализа пуассоновских случайных полей // Автоматика и телемеханика. 1983. № 6. С. 117–125.
21. Федосеев В.И., Широков Ф.В. Обнаружение и оценка положения источника излучения, модулирующего пуассоновское случайное поле // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 2. С. 246–252.
22. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982. Кн. 2. 473 с.
23. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. Изд. дом “Питер”, 2007. 750 с.
24. Оппенгейм А., Шифер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2007. 856 с.
25. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. Киев: Изд. “Наукова думка”, 1968. 354 с.
26. Григелионис Б.И. Случайные точечные процессы и мартингалы // Литовск. матем. сборник. 1975. Т. XV. № 3. С. 101–103.
27. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов. радио, 1972. Т. 1. 744 с.
28. Ежов О.М. Сравнительный анализ алгоритмов обнаружения звезд для приборов ориентации с матрицами ПЗС // Оптический журнал. 1998. Т. 65. № 8. С. 56–60.