

## УСЛОВИЕ УСТРАНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИСКАЖЕНИЙ В СТЕРЕОСКОПИЧЕСКОМ МИКРОСКОПЕ ГРЕНУ

© 2008 г. **К. А. Гребенюк; В. В. Петров**, доктор физ.-мат. наук

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

E-mail: KonstantinAG@yandex.ru

С помощью методов коллинеарной оптики и аналитической геометрии найдены условия устранения двух эффектов, снижающих качество трехмерного изображения в стереоскопических микроскопах Грену: расхождения визирных линий по вертикали и искривления стереоскопического изображения. Показано, что оба исследуемых эффекта устраняются при определенном соотношении между углами конвергенции оптических осей объективов и окуляров стереоскопического микроскопа.

Коды OCIS: 080.2740, 180.6900, 330.1400.

*Поступила в редакцию 18.10.2007.*

### Введение

В отличие от микроскопов плоского поля стереоскопические микроскопы обеспечивают возможность наблюдения объекта в двух различных ракурсах. В результате стереоэффекта два монокулярных изображения объекта, наблюдаемые левым и правым глазами зрителя через левую и правую ветви стереомикроскопа соответственно, воспринимаются им как одно трехмерное изображение.

Современные стереомикроскопы изготавливаются по одной из двух оптических схем: по схеме Грену, названной в честь ее изобретателя инженера Горацио Грену (Horatio Greenough), или по схеме с общим объективом (телескопической схеме) [1–4].

Стереомикроскоп Грену состоит из двух монокулярных микроскопов, наклоненных по отношению к плоскости образца, так что оптические оси их объективов сходятся под углом  $10^{\circ}$ – $17^{\circ}$  [1–3, 5].

Стереомикроскоп с общим объективом состоит из двух параллельных телескопических систем, расположенных позади общего объектива большого диаметра (к данному типу относятся, например, стереомикроскопы серии МБС). Общий объектив формирует изображение объекта на бесконечности, и каждая из телескопических систем использует часть параллельного пучка лучей, выходящего из общего объектива, для построения монокулярного изображения соответствующего ракурса объекта.

В [6] было показано, что в случае, когда окуляры у микроскопа с общим объективом располагают непараллельно, возникают два эффекта, снижающие качество наблюдаемого стереоскопического изображения.

Первый эффект, названный в [6] “расхождением визирных линий по вертикали” (в оригинале – “ver-

tical imbalance”), заключается в возникновении условий наблюдения, в которых “для одновременной фиксации двух монокулярных изображений глаза должны повернуться так, что их зрительные оси окажутся некомпланарны с глазной базой”. Глаза мало способны к подобному вращению [6], а значит, в данном случае, и к одновременной фиксации обоих монокулярных изображений, которая необходима для возникновения стереоэффекта. Таким образом, расхождение визирных линий по вертикали (далее – расхождение визирных линий) препятствует наблюдению стереоскопического изображения.

Второй эффект заключается в искривлении плоскости образца и других параллельных ей плоскостей в наблюдаемом с помощью микроскопа стереоскопическом изображении.

Так как данные эффекты затрудняют восприятие достоверного пространственного образа объекта, назовем их пространственными искажениями. Причиной появления обоих рассмотренных пространственных искажений в стереомикроскопе с общим объективом является конвергенция оптических осей окуляров. Тем более данные искажения должны возникнуть в стереомикроскопах Грену, где непараллельны не только окуляры, но и объективы левой и правой ветвей прибора. Действительно, в [2] дано описание расхождения визирных линий при наблюдении изображения через стереомикроскоп Грену (хотя и в других терминах). При этом сказано, что хотя зрительная система обычно способна компенсировать данное искажение, оно может приводить к зрительному утомлению и напряжению [2].

Таким образом, расхождение визирных линий и искривление стереоскопического изображения в стереомикроскопе Грену должны быть устранены или хотя бы сведены к минимуму. Для выполнения

этого требования желательно знать условия устранения этих пространственных искажений. Целью данного исследования явилось нахождение условий устранения расхождения визирных линий и искривления стереоскопического изображения в стереомикроскопе Грену.

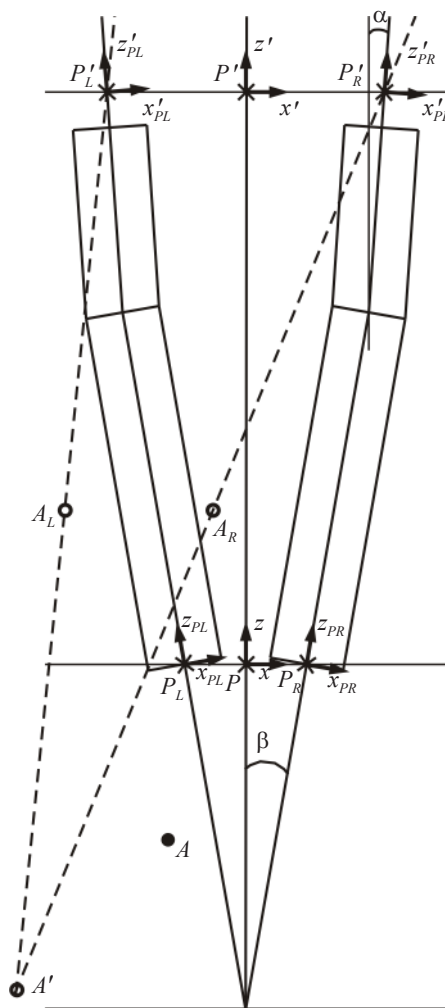
### Формирование пространственного изображения в стереоскопическом микроскопе Грену

Для нахождения условий устранения исследуемых пространственных искажений нами была разработана математическая модель формирования пространственного изображения в стереомикроскопе Грену, рассмотренная ниже. Ее прототипом послужила модель формирования пространственного изображения в стереомикроскопе с общим объективом из [6].

На рисунке представлена схема формирования пространственного изображения в стереомикроскопе Грену. Левая и правая ветви стереомикроскопа представлены своими входными зрочками  $P_L$  и  $P_R$ , находящимися в пространстве предметов, и выходными зрочками  $P'_L$  и  $P'_R$ , находящимися в пространстве изображений. Оптические оси объективов левой и правой ветвей микроскопа сходятся под углом  $\beta$ , а оптические оси окуляров – под углом  $\alpha$ , причем в общем случае  $\alpha \neq \beta$ .

Левая и правая системы стереомикроскопа формируют монокулярные изображения произвольной предметной точки  $A$  в точках  $A_L$  и  $A_R$ . Если зрочки левого и правого глаза наблюдателя располагаются в выходных зрочках соответствующих ветвей стереомикроскопа, наблюдатель увидит стереоскопическое изображение предметной точки  $A$  в точке  $A'$  пересечения визирных линий  $P'_L A_L$  и  $P'_R A_R$  [4, 6]. С физической точки зрения, эти линии будут продолжениями главных лучей световых пучков, проходящих к наблюдателю от монокулярных изображений  $A_L$  и  $A_R$  [4, 6].

Введем прямоугольную систему координат пространства предметов с началом в точке  $P$  и систему



**Рис. 1.** Схема формирования стереоскопического изображения в стереомикроскопе Грену.  $PP'$  – ось симметрии стереомикроскопа;  $xuz$  и  $x'y'z'$  – системы координат пространства предметов и пространства изображений. Остальные пояснения см. в тексте.

координат пространства изображений с началом в точке  $P'$ . Положение  $(x'_S, y'_S, z'_S)$  стереоскопического изображения  $A'$  предметной точки  $A$  в пространстве изображений может быть найдено по аналогии с [6] с помощью нескольких последовательных преобразований координат

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{Пространство} & & \text{Входные} & & \text{Выходные} & & \text{Пространство} & & \text{Пространство} \\
 \text{предметов} & \rightarrow & \text{зрочки} & \rightarrow & \text{зрочки} & \rightarrow & \text{изображений} & \rightarrow & \text{изображений} \\
 (x_0, y_0, z_0) & & (x_{PL}, y_{PL}, z_{PL}) & & (x'_{PL}, y'_{PL}, z'_{PL}) & & (x'_L, y'_L, z'_L) & & (x'_S, y'_S, z'_S) \\
 & & (x_{PR}, y_{PR}, z_{PR}) & & (x'_{PR}, y'_{PR}, z'_{PR}) & & (x'_R, y'_R, z'_R) & & 
 \end{array} \quad (1)$$

где  $(x_0, y_0, z_0)$  – координаты точки  $A$  в пространстве предметов;  $(x_{PL}, y_{PL}, z_{PL})$  и  $(x_{PR}, y_{PR}, z_{PR})$  – координаты точки  $A$  в системах координат входных зрочков ле-

вой и правой ветвей стереомикроскопа (см. рис. 1);  $(x'_{PL}, y'_{PL}, z'_{PL})$  и  $(x'_{PR}, y'_{PR}, z'_{PR})$  – координаты монокулярных изображений  $A_L$  и  $A_R$  точки  $A$  в системах коорди-

нат выходных зрачков;  $(x'_L, y'_L, z'_L)$  и  $(x'_R, y'_R, z'_R)$  – координаты изображений  $A_L$  и  $A_R$  в пространстве изображений;  $(x'_S, y'_S, z'_S)$  – координаты стереоскопического изображения  $A'$  в пространстве изображений.

Первое, третье и четвертое преобразования в последовательности (1) сводятся к задачам аналитической геометрии. Для описания второго преобразования воспользуемся формулами коллинеарной оптики.

Рассмотрим в отдельности оптическую развертку одной из ветвей стереомикроскопа. Будем считать ее аксиально симметричной идеальной оптической системой. Поместим начало координат пространства предметов в передний главный фокус развертки, а начало координат пространства изображений – в задний главный фокус. Тогда положения предмета и изображения будут связаны соотношениями вида [7, 8]

$$x' = \frac{fx}{z}, \quad y' = \frac{fy}{z}, \quad z' = \frac{ff'}{z}, \quad (2)$$

где  $x, y, z$  и  $x', y', z'$  – координаты положения предмета в пространстве предметов и изображения предмета в пространстве изображений соответственно;  $f$  и  $f'$  – переднее и заднее эквивалентные фокусные расстояния оптической развертки ветви стереомикроскопа.

Так как стереомикроскопы применяются без иммерсии, будем считать  $f = -f'$ . Кроме того, перенесем начало координат пространства предметов во входной зрачок развертки ветви стереомикроскопа, а начало координат пространства изображений – в ее выходной зрачок. Тогда преобразования (2) примут вид

$$x' = \frac{fx}{z+p}, \quad y' = \frac{fy}{z+p}, \quad z' = \frac{f^2 z}{p(z+p)}, \quad (3)$$

где  $p$  – координата входного зрачка развертки ветви стереомикроскопа относительно ее переднего главного фокуса.

Формулы (3) позволяют осуществить переход от координат  $x_{PL}, y_{PL}, z_{PL}$  и  $x_{PR}, y_{PR}, z_{PR}$  к координатам  $x'_{PL}, y'_{PL}, z'_{PL}$  и  $x'_{PR}, y'_{PR}, z'_{PR}$  в последовательности преобразований (1).

### Условие устранения расхождения визирных линий

В рамках предложенной модели координаты левого и правого монокулярных изображений, наблюдаемых в стереомикроскопе Грену, получаются из координат предмета с помощью трех первых преобразований последовательности (1). Эти преобразования можно записать в виде

$$x_{PL} = \left(x_0 + \frac{B}{2}\right) \cos\beta + z_0 \sin\beta, \quad y_{PL} = y_0, \quad (4)$$

$$z_{PL} = -\left(x_0 + \frac{B}{2}\right) \sin\beta + z_0 \cos\beta;$$

$$x'_{PL} = \frac{fx_{PL}}{z_{PL} + p},$$

$$y'_{PL} = \frac{fy_{PL}}{z_{PL} + p}, \quad (5)$$

$$z'_{PL} = \frac{f^2 z_{PL}}{p(z_{PL} + p)};$$

$$x'_L = x'_{PL} \cos\alpha - z'_{PL} \sin\alpha - \frac{E}{2},$$

$$y'_L = y'_{PL}, \quad (6)$$

$$z'_L = x'_{PL} \sin\alpha + z'_{PL} \cos\alpha;$$

$$x_{PR} = \left(x_0 - \frac{B}{2}\right) \cos\beta - z_0 \sin\beta, \quad (7)$$

$$y_{PR} = y_0,$$

$$z_{PR} = \left(x_0 - \frac{B}{2}\right) \sin\beta + z_0 \cos\beta;$$

$$x'_{PR} = \frac{fx_{PR}}{z_{PR} + p},$$

$$y'_{PR} = \frac{fy_{PR}}{z_{PR} + p}, \quad (8)$$

$$z'_{PR} = \frac{f^2 z_{PR}}{p(z_{PR} + p)};$$

$$x'_R = x'_{PR} \cos\alpha + z'_{PR} \sin\alpha + \frac{E}{2},$$

$$y'_R = y'_{PR}, \quad (9)$$

$$z'_R = -x'_{PR} \sin\alpha + z'_{PR} \cos\alpha,$$

где  $B$  – расстояние между входными зрачками ветвей стереомикроскопа.

Пусть на рисунке центры зрачков глаз наблюдателя располагаются в точках  $P'_L$  и  $P'_R$ . Тогда точка  $A'$ , являющаяся стереоскопическим изображением произвольной предметной точки  $A$ , будет наблюдаться на пересечении визирных линий  $P'_L A_L$  и  $P'_R A_R$ . При наличии расхождения визирных линий по вертикали линии  $P'_L A_L$  и  $P'_R A_R$  оказываются некомпланарными, что затрудняет фиксацию точки  $A'$ . Таким обра-

зом, условие компланарности прямых  $P'_L A_L$  и  $P'_R A_R$  будет условием устранения расхождения визирных линий в стереомикроскопе Грену. В системе координат пространства изображений это условие запишется в виде

$$\begin{vmatrix} E & 0 & 0 \\ x'_L + \frac{E}{2} & y'_L & z'_L \\ x'_R - \frac{E}{2} & y'_R & z'_R \end{vmatrix} = 0, \quad (10)$$

где  $E$  – расстояние между выходными зрочками ветвей стереомикроскопа.

Расписывая определитель (10) и подставляя в явном виде координаты точек  $P'_L$  и  $P'_R$  из формул (4)–(6) и (7)–(9), получим условие компланарности визирных линий в виде уравнения, содержащего координаты  $x_0, y_0, z_0$  предметной точки и параметры стереоскопического микроскопа. Решая данное уравнение относительно  $\text{tg}\alpha$  и исключая решения, не имеющие физического смысла, получаем

$$\begin{cases} x_0 = 0, \\ y_0 = 0, \\ \text{tg}\alpha = \frac{f}{p} \text{tg}\beta. \end{cases} \quad (11)$$

Последнее выражение в (11) является искомым условием устранения расхождения визирных линий в стереоскопическом микроскопе Грену. Заметим, что данное выражение не содержит координат

предметной точки. Это значит, что при выполнении найденного условия расхождение визирных линий устраняется для всех точек наблюдаемого изображения.

### Условие устранения искривления стереоскопического изображения

Получим формулу для аппликаты  $z'_S$  стереоскопического изображения  $A'$  произвольной предметной точки  $A$  (последнее преобразование в (1)). Если бы визирные линии  $P'_L A_L$  и  $P'_R A_R$  были компланарны, аппликату  $z'_S$  можно было бы найти как пересечение проекций этих линий на плоскость  $y'_S = 0$  и выражение для  $z'_S$  имело бы вид

$$z'_S = \frac{E z'_L z'_R}{z'_R \left( x'_L + \frac{E}{2} \right) - z'_L \left( x'_R - \frac{E}{2} \right)}. \quad (12)$$

Несмотря на то что в общем случае визирные линии  $P'_L A_L$  и  $P'_R A_R$  некомпланарны, воспользуемся формулой (12). В этом случае условие устранения искривления стереоскопического изображения, которое мы получим, будет справедливо для стереоскопических изображений только тех предметных точек, при наблюдении изображений которых визирные линии компланарны, т. е. в общем случае для стереоскопических изображений предметных плоскостей  $x_0 = 0$  и  $y_0 = 0$  (см. (11)).

Подставив в выражение (12) преобразования (4)–(9), получим распределение точек стереоскопического изображения по глубине в виде

$$z'_S = \frac{E \left[ -K_1 \sin^2 \alpha + K_2 \frac{f}{p} \sin \alpha \cos \alpha + K_3 \frac{f^2}{p^2} \cos^2 \alpha \right]}{-2K_1 \sin \alpha \cos \alpha + K_2 \frac{f}{p} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - 2K_3 \frac{f^2}{p^2} \sin \alpha \cos \alpha}, \quad (13)$$

$$K_1 = \left( x_0^2 - \frac{B^2}{4} \right) \cos^2 \beta - B z_0 \sin \beta \cos \beta - z_0^2 \sin^2 \beta,$$

$$K_2 = 2 \left( x_0^2 - \frac{B^2}{4} \right) \sin \beta \cos \beta + B z_0 (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) + 2 z_0^2 \sin \beta \cos \beta,$$

$$K_3 = - \left( x_0^2 - \frac{B^2}{4} \right) \sin^2 \beta - B z_0 \sin \beta \cos \beta + z_0^2 \cos^2 \beta.$$

Как видно из выражений (13), аппликата  $z'_S$  стереоскопического изображения зависит от квадрата абсциссы  $x_0$  предметной точки. Эта зависимость яв-

ляется математическим индикатором искривления стереоскопического изображения. Действительно, согласно формулам (13) стереоскопические изобра-

жения точек произвольной предметной плоскости  $z_0 = \text{const}$ , имеющих различные абсциссы  $x_0$ , будут располагаться на различной глубине  $z'_S \neq \text{const}$ , т. е. стереоскопическое изображение предметной плоскости окажется искривленным.

Условием устранения искривления стереоскопического изображения будет равенство нулю коэффициентов при всех степенях  $x_0$  в числителе и в знаменателе дроби (13). Это условие запишется в виде системы уравнений

$$\begin{cases} -\cos^2\beta \sin^2\alpha + 2\frac{f}{p} \sin\beta \cos\beta \sin\alpha \cos\alpha - \frac{f^2}{p^2} \sin^2\beta \cos^2\alpha = 0, \\ -2\cos^2\beta \sin\alpha \cos\alpha + 2\frac{f}{p} \sin\beta \cos\beta (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + 2\frac{f^2}{p^2} \sin^2\beta \sin\alpha \cos\alpha = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Преобразуя полученную систему и решая ее относительно  $\text{tg}\alpha$ , получаем условие устранения искривления стереоскопического изображения в виде

$$\text{tg}\alpha = \frac{f}{p} \text{tg}\beta. \quad (15)$$

Так как при выводе было использовано выражение (12), найденное условие (15) будет справедливо для стереоскопических изображений только тех предметных точек, при наблюдении изображений которых визирные линии компланарны. Согласно решению (11) при выполнении условия (15) визирные линии будут компланарны для всех точек пространства предметов. Следовательно, при выполнении условия (15) оба исследуемые пространственные искажения устраняются для всех точек стереоскопического изображения, наблюдаемого через микроскоп Грену.

### Заключение

В рамках рассмотренной модели формирования стереоскопического изображения найдены условия устранения двух пространственных искажений, встречающихся в стереомикроскопах Грену: расхождения визирных линий по вертикали и искривления стереоскопического изображения. Показано, что оба искажения устраняются при выполнении одного и того же условия (15), причем их устранение происходит для всех точек наблюдаемого стереоскопичес-

кого изображения. По мнению авторов, полученные результаты расширяют понимание проблемы пространственных искажений в бинокулярных оптических приборах и могут быть приняты во внимание при разработке стереоскопических микроскопов с повышенным качеством наблюдаемого трехмерного изображения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Егорова О.В.* Техническая микроскопия. М.: Техносфера, 2007. 360 с.
2. *Nothnagle P., Chambers W., Davidson M.* Introduction to Stereomicroscopy // Nikon MicroscopyU: the Source for Microscopy Education. <http://www.microscopyu.com/articles/stereomicroscopy/stereointro.html>.
3. *Sander K.* An American in Paris and the Origins of the Stereomicroscope // Roux's Archives Developmental Biology. 1994. V. 203. P. 235–242.
4. *Чуриловский В.Н.* Теория оптических приборов. М.–Л.: Машиностроение, 1966. 564 с.
5. *Тудоровский А.И.* Теория оптических приборов. Ч. 2. М.–Л.: АН СССР, 1952. 568 с.
6. *Kavanagh A.* Stereoscopic Imagery in a Type of Stereoscopic Microscope // Appl. Opt. 1969. V. 8. № 5. P. 913–918.
7. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
8. *Слюсарев Г.Г.* Геометрическая оптика. М.–Л.: АН СССР, 1946. 331 с.