

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.317.1

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОСКОГО ИСТОЧНИКА В СВЕТОВУЮ ТРУБКУ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© 2008 г. В. А. Зверев, доктор техн. наук; И. Ю. Суворова

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики, Санкт-Петербург
E-mail: post_vaz@rambler.ru

С учетом соотношения геометрической оптики показана возможность преобразования излучения плоского источника в световую трубку цилиндрической формы. Представлены варианты оптических схем преобразования.

Коды OCIS: 230.0230, 200.0200.

Поступила в редакцию 17.03.2008.

Промышленная обработка материалов стала одной из областей наиболее широкого использования лазеров и, прежде всего, лазеров высокой мощности. Лазерное излучение применяется для резания и сваривания материалов, сверления отверстий и термообработки, обработки тонких металлических и неметаллических пленок, получения на них рисунков и микросхем. Для повышения эффективности применения и качества выполнения технологических операций лазерный пучок лучей в рабочей зоне должен иметь форму цилиндра конечной длины и малого диаметра. Эту задачу можно решить, используя свойства так называемой световой трубки.

Световой поток (усредненный по времени), излучаемый площадкой dS поверхности S в телесный угол $d\Omega$ в направлении, образующем угол γ с нормалью к элементу поверхности, определяется выражением [1, 2]

$$d^2\Phi = Ld\Omega dS \cos\gamma, \quad (1)$$

где L – фотометрическая яркость излучения площадки dS в точке O в рассматриваемом направлении.

Пусть сечение телесного угла $d\Omega$ наклонной плоскостью образует площадку dS_v на некотором расстоянии R от площадки dS вдоль оси телесного угла, нормаль к которой образует угол γ_v , как показано на рис. 1. При этом

$$d^2\Phi = L \frac{dS_v \cos\gamma_v}{R^2} dS \cos\gamma = L d\Omega_v dS_v \cos\gamma_v. \quad (2)$$

С другой стороны, световой поток, проходящий через площадку dS_v , определяется как

$$d^2\Phi_v = L_v d\Omega_v dS_v \cos\gamma_v. \quad (3)$$

В общем случае $d^2\Phi_v = \tau d^2\Phi$, где τ – коэффициент пропускания среды, разделяющей площадки dS и dS_v . Поскольку в рассматриваемом случае нас интересуют лишь отношения геометрических величин, среду будем считать абсолютно прозрачной, что эквивалентно равенству $\tau = 1$. При этом из сопоставления выражений (2) и (3) следует, что $L_v = L$. Полученное равенство позволяет интерпретировать величину L не только как яркость излучающей поверхности, но и как яркость излучения в произвольном сечении светового пучка лучей.

Совокупность геометрических лучей, заполняющих телесный угол $d\Omega$, образует гомоцентрический пучок лучей, исходящих из точки излучающего элемента, опирающийся на освещаемый элемент. Совокупность геометрических лучей, проходящих через две произвольно расположенные площадки (диафрагмы), размеры которых значительно меньше расстояния между ними, образует совокупность геометрических пучков световых лучей, называемую физическим световым пучком, при этом поверхность, ограничивающую поперечные раз-

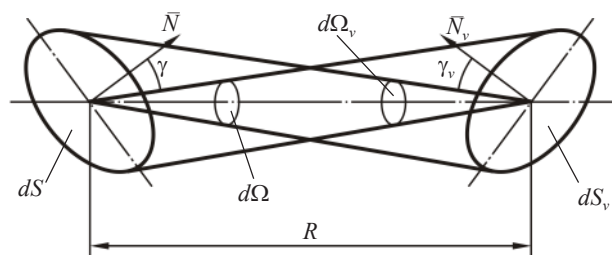


Рис. 1. Формирование световой трубки.

меры физического пучка, принято называть световой трубкой.

Из сопоставления выражений (1) и (2) следует, что

$$d\Omega dS \cos \gamma = d\Omega_v dS_v \cos \gamma_v. \quad (4)$$

Величину $d^2G = d\Omega dS \cos \gamma$ называют геометрическим фактором пучка световых лучей. Инвариантность геометрического фактора d^2G относительно площадок dS и dS_v физического пучка, определяемая выражением (4), означает, что он является мерой множества геометрических лучей, составляющих физический пучок, не зависящий от того, какая из площадок является излучающей. Очевидно, что геометрический фактор элементарного физического пучка, ограниченного площадкой dS и площадкой dS_v , образованной сечением телесного угла $d\Omega$ плоскостью, не зависит от расстояния R между ними, а следовательно, не зависит от выбора расстояния R (при $\tau = 1$) и светового потока, проходящего через площадки dS и dS_v , контуры которых образуют контуры световой трубки. При этом яркость излучения в каждом сечении телесного угла плоскостью остается неизменной. Поэтому яркость $L_v = L$ можно считать яркостью элементарного физического пучка.

При круглой форме площадок площадь $dS = \pi D^2/4$, а площадь $dS_v = \pi D_v^2/4$. Если при этом углы $\gamma = 0$ и $\gamma_v = 0$, то сечение световой трубки плоскостью, содержащей ось OO_v , примет вид, показанный на рис. 2.

Тогда телесный угол $d\Omega = \pi \sin^2 \alpha$, а $d\Omega_v = \pi \sin^2 \alpha_v$. Выполнив соответствующую замену величин в выражении (4), получаем $D^2 \sin^2 \alpha = D_v^2 \sin^2 \alpha_v$, откуда следует, что

$$D \sin \alpha = D_v \sin \alpha_v. \quad (5)$$

Величину $n^2 d^2G = n^2 d\Omega dS \cos \gamma$ называют оптическим фактором. Соотношение $n^2 d^2G = \text{const}$ определяет основной инвариант для световой трубки: произведение квадрата показателя преломления, проекции элементарной площадки (контур которой определяет контур световой трубки, на плоскость, перпендикулярную оси трубки) и элементарного телесного угла с вершиной в точке этой площадки остается инвариантным для элементарной световой трубки, претерпевающей преломления на каком угодно числе преломляющих поверхностей, т. е.

$$n_1^2 d\Omega_1 dS_1 \cos \gamma_1 = \dots = n_v^2 d\Omega_v dS_v \cos \gamma_v = \dots = n_p^2 d\Omega_p dS_p \cos \gamma_p = d^2J. \quad (6)$$

Эта формула называется теоремой, или инвариантом, Штраубеля.

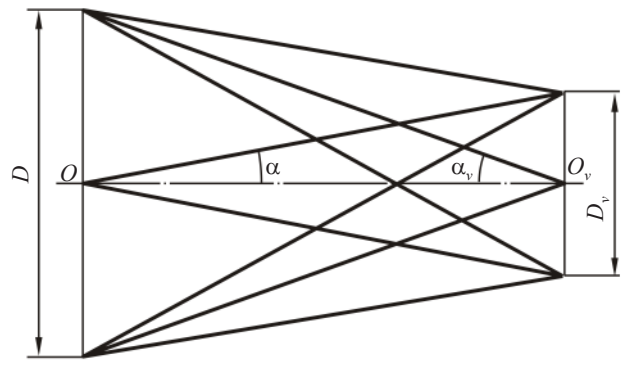


Рис. 2. Сечение световой трубки меридиональной плоскостью.

При круглой форме площадок dS и разных углах γ соотношение (6) можно записать в виде

$$n D \sin \alpha = n_v D_v \sin \alpha_v = \dots = n' D' \sin \alpha' = n'_v D'_v \sin \alpha'_v, \quad (7)$$

где D' и D'_v — соответственно диаметры изображений площадок dS и dS_v , образованных сколь угодно сложной оптической системой.

Из соотношений (7) следует, что условие $D = D_v$ или $D' = D'_v$ определяет цилиндрическую форму световой трубки. При соблюдении этих условий угол $\alpha = \alpha_v$, а угол $\alpha' = \alpha'_v$. Очевидно, что длина световой трубки в этом случае составляет

$$R = \frac{D}{2 \tan \alpha_v} = \frac{D_v}{2 \tan \alpha} = \frac{D}{2 \tan \alpha} = \frac{D_v}{2 \tan \alpha_v}, \quad (8)$$

$$R' = \frac{D'}{2 \tan \alpha'} = \frac{D'_v}{2 \tan \alpha'_v}. \quad (9)$$

Из соотношений (7) также находим, что

$$D \sin \alpha = D' \sin \alpha'.$$

Применив это соотношение и полагая угловые величины малыми, выражение (9) преобразуем к виду

$$R' = \frac{D'^2 \cos \alpha'}{2 D \sin \alpha} \approx \frac{D'^2}{2 D \alpha}. \quad (10)$$

Если угол α считать равным половине угла расходимости пучка лучей, излучаемого источником (лазером), а диаметр плоского источника излучения считать равным D , т. е. считать источник излучения известным (выбранным), то выражение (10) определяет взаимосвязь возможных значений параметров D' и R' световой трубки цилиндрической формы или требуемые параметры D и α источника излучения при заданных параметрах световой трубки.

Рассмотрим возможный вариант построения цилиндрической световой трубки с помощью одно-

компонентной оптической системы Φ , фокусное расстояние которой равно f' , как показано на рис. 3. На этом рисунке отрезок AB равен диаметру источника излучения ($AB = D_u = 2y_u$), а угол расходимости излучаемого им пучка лучей равен $-\omega$; отрезок $A'B'$ равен диаметру изображения источника излучения ($A'B' = D'_u = -2y'_u$). Диаметр светового пучка лучей в задней фокальной плоскости компонента Φ определяется как

$$F'_A F'_B = D'_{F'} = -2f' \operatorname{tg} \omega. \quad (11)$$

В соответствии с рисунком отрезок

$$A'B' = D'_u = 2H' \operatorname{tg} \sigma', \quad (12)$$

где H' – расстояние от задней фокальной плоскости компонента Φ до плоскости изображения источника излучения, $\sigma' = \arcsin(D_u/2f')$.

Пусть $D'_{F'} = D'_u$. Тогда, приравняв правые части выражений (11) и (12), находим, что

$$f'^2 + \frac{H'}{2 \operatorname{tg} \omega \cos \sigma'} D_u = 0. \quad (13)$$

Из выражения (12) следует

$$H' = \frac{D'_u \cos \sigma'}{D_u} f'. \quad (14)$$

Возведя это соотношение в квадрат и подставив в выражение (13), получаем $H' = -\frac{D_u'^2 \cos \sigma'}{2D_u \operatorname{tg} \omega}$. Поскольку в рассматриваемом случае угловые величины малы, без заметной потери точности принимаем

$$H' = -\frac{D_u'^2}{2D_u \omega}. \quad (15)$$

Заметим, что смысл формулы (15) тот же, что и у формулы (10).

Угловая величина дифракционной расходимости параллельного пучка лучей определяется соотношением

$$\theta = 1,22\lambda/D, \quad (16)$$

где λ – длина волны излучения, D – диаметр излучателя. При $D = D_u$ и $\theta = -\omega$ формула (14) принимает вид

$$H' = D_u'^2/2,44\lambda. \quad (17)$$

Отсюда следует, что чем меньше длина волны излучения, тем больше длина цилиндрической световой трубки при одном и том же ее диаметре или тем меньше диаметр трубки при одной и той же ее длине.

Технологические CO_2 -лазеры ($\lambda = 10,6$ мкм) обычно излучают пучки лучей диаметром от 30 до 60 мм [3], а диаметры пучков лучей, излучаемых АИГ-лазерами (лазерами на иттрий-алюминиевом гранате, $\lambda = 1,06$ мкм), как правило, на порядок меньше. Фокусирующие устройства в зависимости от фокусного расстояния применяемой оптической системы собирают лазерное излучение в пятно диаметром 0,2–0,8 мм. Как показал опыт, для лазерной резки и сварки не очень тонких деталей принципиальное значение имеет не только поперечный

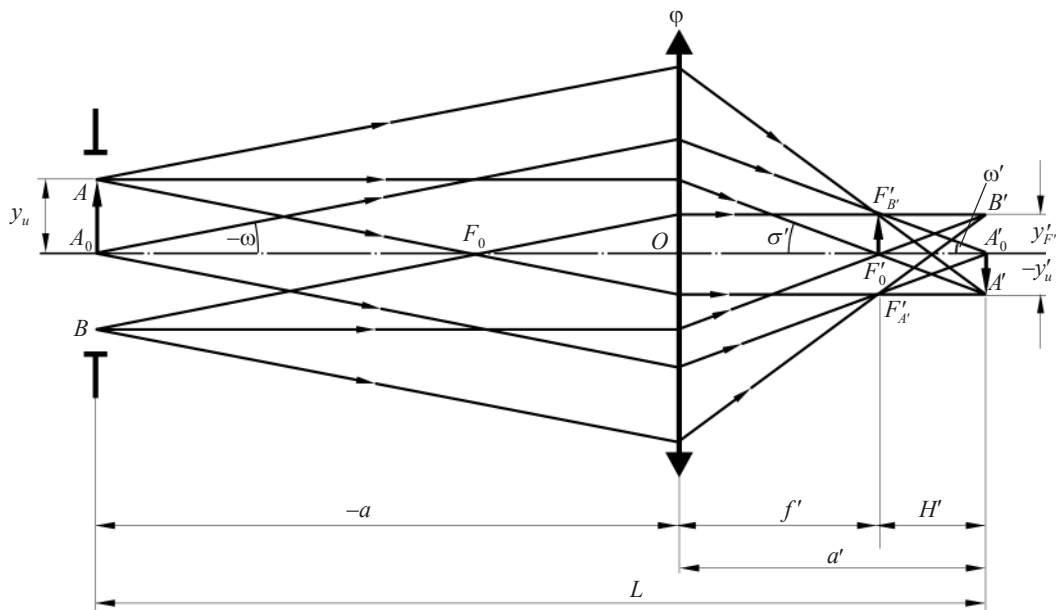


Рис. 3. Построение световой трубки цилиндрической формы.

размер фокального пятна, но и длина перетяжки, что лишний раз подтверждает потребность в формировании лазерного излучения в виде цилиндрической световой трубки.

Пусть, например, при $\lambda = 10,6$ мкм диаметр требуемой световой трубки $D'_u = 0,5$ мм. При этом в соответствии с формулой (16) длина трубки $H' \approx 10$ мм. Тогда, положив в формуле (14) $\cos\omega' \approx 1$, находим, что для преобразования излучения лазера в световую трубку с требуемыми параметрами при $D_u = 50$ мм необходима фокусирующая система с фокусным расстоянием $f' = 967$ мм. При этом расстояние от источника излучения до крайнего (правого) сечения световой трубки $L = -a + a'$, где в соответствии с рис. 3 отрезок $a' = f' + H'$. Но $a = a'y'_u/y'_u = D_u(f' + H')/D'_u$. Тогда

$$L = (f' + H')(1 + D_u/D'_u) \approx 98,6 \text{ м.}$$

Такую длину оптического устройства преобразования лазерного пучка лучей вряд ли можно считать приемлемой. Однако поставленную задачу вполне можно решить, положив в основу решения следующие соображения.

На основе полученных результатов можно более конкретно определить поставленную задачу: необходимо разработать принципиальную схему оптической системы, преобразующей излучение плоского источника в световую трубку цилиндрической формы требуемой длины и требуемого диаметра на требуемом расстоянии от последнего оптического компонента и приемлемом расстоянии от источника излучения до крайнего сечения световой трубки.

Итак, пусть a ($a < 0$) – требуемое расстояние от источника излучения до первого компонента разрабатываемой оптической системы. При этом $y'_u = y_u a'/a = 0,5 D_u a'/a$. При $\sin\omega' = a \sin\omega/a'$ диаметр сечения световой трубки в задней фокальной плоскости компонента $D'_{F'} = 2y'_{F'} = -2f' \tan\omega'$. Положив $y'_u = y'_{F'}$, получаем

$$f' = -\frac{1}{2} \left(\frac{a'}{a} \right)^2 \frac{\cos\omega'}{\cos\omega} D_u. \quad (18)$$

Из формулы отрезков следует, что $a'/a = -f'/(a + f')$. Это соотношение позволяет преобразовать выражение (18) в уравнение вида

$$f'^2 + 2 \left(a + \frac{\cos\omega'}{4 \sin\omega} D_u \right) f' + a^2 = 0. \quad (19)$$

Отсюда следует, что при $a = 0$ заднее фокусное расстояние оптического компонента $f' = -0,5 D_u \cos\omega'/\sin\omega$. Тогда, полагая угловые величины малыми, решение уравнения (19) можно записать в виде

$$f' = -a - \frac{1}{4\omega} D_u \left(1 + \sqrt{1 + 8 \frac{a\omega}{D_u}} \right). \quad (20)$$

При $\omega = -\theta$ имеем

$$f' = -a + \frac{1}{4,88\lambda} D_u^2 \left(1 + \sqrt{1 - 9,76 \frac{a\lambda}{D_u^2}} \right).$$

Пусть $a = -0,5$ м. Тогда при $D_u = 50$ мм и $\lambda = 10,6$ мм фокусное расстояние $f' = 97,66$ м. При этом

$$D'_u = \frac{a'}{a} D_u = \frac{f'}{a + f'} D_u = 50,26 \text{ мм,}$$

$$H' = a' - f' = \frac{af'}{a + f'} - f' = -\frac{f'^2}{a + f'} = -98,16 \text{ м.}$$

Формирование световой трубки цилиндрической формы при $f' < 0$ определяется условием $y'_u = -y'_{F'}$. При этом фокусное расстояние оптического компонента определяется формулой

$$f' = \left(\frac{a'}{a} \right)^2 \frac{D_u}{2\omega}. \quad (21)$$

Применив формулу отрезков, преобразуем формулу (21) в уравнение

$$f'^2 + 2 \left(a - \frac{1}{4\omega} D_u \right) f' + a^2 = 0. \quad (22)$$

Решение этого уравнения можно представить в виде:

$$f' = -a + \frac{1}{4\omega} D_u \left(1 + \sqrt{1 - 8 \frac{a\omega}{D_u}} \right). \quad (23)$$

При $\omega = -\theta$ имеем

$$f' = -a - \frac{1}{4,88\lambda} D_u^2 \left(1 + \sqrt{1 + 9,76 \frac{a\lambda}{D_u^2}} \right).$$

При $a = -550$ мм, $D_u = 50$ мм и $\lambda = 10,6$ мкм фокусное расстояние $f' = -95,66$ м, $D'_u = 49,74$ мм, $H' = 95,16$ м.

Если на расстоянии R от источника параллельного пучка лучей расположить экран, то радиус дифракционного изображения точки определяется формулой $r = 1,22\lambda R/D_u$. Положив $r = 0,5 D_u$, получаем $R = D_u^2/2,44\lambda$. При $D_u = 50$ мм и $\lambda = 10,6$ мкм расстояние $R = 96,66$ м. При этом стрелка прогиба сферы сравнения радиуса R , опирающейся на контур источника излучения, т. е. волновая аберрация в изображении точки, составляет

$$W = D_u^2/8R = 2,44\lambda/8 < \lambda/3.$$

Из сопоставления абсолютных значений величин R и f' следует, что на расстоянии, равном f' , и без оптического компонента диаметр дифракционного пятна рассеяния равен диаметру источника излучения, при этом волновая aberrация в изображении точки не превышает $\lambda/3$ (дифракция Фраунгофера). Однако в качестве оптического компонента можно применить дифракционный оптический элемент, решающий задачу выравнивания освещенности в пределах пятна рассеяния в изображении точки [4].

Для последующего преобразования полученной световой трубки рассмотрим возможность применения оптической системы из двух тонких компонентов ϕ_1 и ϕ_2 . Поперечное увеличение изображения, образованного такой системой, равно $V = V_1 V_2 = [1/(1 + \phi_1 a_1)][1/(1 + \phi_2 a_2)]$. Но $a_2 = a'_1 - d$, где $a'_1 = a_1/(1 + \phi_1 a_1)$. При этом $V = 1/[1 + a_1(\phi_1 + \phi_2 - \phi_1 \phi_2 d) - \phi_2 d]$.

Легко убедиться, что при $d = f'_1 + f'_2$ поперечное увеличение изображения предмета $V = f'_2/f'_1$. Таким образом, поперечное увеличение изображения, образованного афокальной системой, не зависит от положения предмета относительно системы.

Пусть a – расстояние от первого компонента афокальной оптической системы до плоскости предмета. Тогда, применив формулу отрезков, находим, что расстояние от второго компонента афокальной системы до плоскости изображения определится выражением вида

$$a' = V^2 a - V(1 - V)f'_1, \quad (24)$$

где $V = -f'_2/f'_1$. Очевидно, что изображение предмета будет действительным, если $a' \geq 0$, а следовательно, если

$$a - \frac{1 - V}{V} f'_1 \geq 0. \quad (25)$$

Если $0 < V < 1$, это условие соблюдается при $a \geq f'_1(1 - V)/V$; если $0 > V > -1$, то при $a \leq f'_1(1 - V)/V$.

Положение крайних сечений световой трубки, образованной первым компонентом рассматриваемой оптической системы при его оптической силе $\phi < 0$, удовлетворяет второму из приведенных условий, т. е. при $V < 0$, что соответствует применению для последующего преобразования световой трубки афокальной системы кеплеровского типа. В приведенном выше примере получены фокусное расстояние оптического компонента $f' = -95,66$ м, а диаметр образованного им изображения источника излучения $D'_u = -2y' = 0,5$ мм. При этом поперечное увеличение изображения, образованного афокальной системой, $V = y'/y'_u = -0,01^\times$.

Будем считать, что расстояние между оптическим компонентом ϕ и первым компонентом афокаль-

ной системы ϕ_1 равно нулю. Тогда, положив в выражении (25) $V = -0,01^\times$, а отрезок $a = f' = -95,66$ м, получаем $f'_1 = 0,947$ м, $f'_2 = 9,47$ мм. Полученные значения величин определяют параметры оптической системы, которая формально решает задачу построения требуемой световой трубки. Однако при этом остается нерешенной проблема получения требуемого расстояния от последнего компонента афокальной системы до ближайшего сечения световой трубки.

Конструктивно более приемлемое решение задачи построения требуемой световой трубки получается в два этапа. На первом этапе определяются параметры афокальной системы при $V_1 = -D''_u/D'_u$, где D''_u – некоторое промежуточное значение диаметра световой трубки. При этом изображение одного из сечений световой трубки, образованное афокальной системой, может быть мнимым, что определяет произвольный выбор фокусного расстояния первого компонента афокальной системы. Пусть, например, $D''_u = 2,5$ мм. Тогда при $D'_1 = 49,74$ мм имеем $V_1 = -0,05^\times$. Выбираем фокусное расстояние первого компонента афокальной системы $f'_1 = 200$ мм. При этом фокусное расстояние второго компонента $f'_2 = 10$ мм. Пусть $a_{F'} = f' = -95,66$ м. Подставив соответствующие величины в формулу (24), получаем $a_{F'} = -231,09$ мм. При $a = -500$ мм отрезок $a' = -497,4$ мм. Применив формулу (24), при $a_u = a'$ находим, что $a'_u = 9,3$ мм. В результате получаем световую трубку диаметром $D''_u = 2,5$ мм, длина которой $H' = a'_u - a_{F'} = 240,4$ мм.

Промежуточную световую трубку цилиндрической формы можно сформировать непосредственно с помощью телеобъектива, как показано на рис. 4. Расстояние a_1 от плоскости источника до первого компонента телеобъектива считаем заданным, а поперечное увеличение V изображения, определяющего поперечные размеры световой трубки с проме-

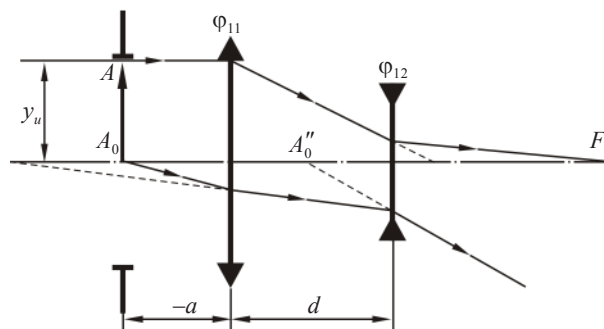


Рис. 4. Схема формирования световой трубки с помощью телеобъектива.

жуточными параметрами, выбранным. Тогда, используя формулу отрезков, находим

$$a'_1 = a_1/(1 + a_1\varphi_1), \quad a_2 = a'_1 - d, \\ a'_2 = a_2/(1 + a_2\varphi_2).$$

В результате достаточно простых преобразований получаем

$$a'_2 = \frac{a_1(1 - \varphi_{11}d) - d}{1 + a_1\varphi - \varphi_{12}d} \quad (26)$$

и поперечное увеличение изображения

$$V = \frac{y''_u}{y_u} = \frac{D''_u}{D_u} = \frac{a'_1 a'_2}{a_1 a_2} = \frac{1}{1 + a_1\varphi - \varphi_{12}d}, \quad (27)$$

где $\varphi = \varphi_{11} + \varphi_{12} - \varphi_{11}\varphi_{12}d$.

Отсюда находим, что $\varphi_{12}d = (V - 1)/V + a_1\varphi$. Тогда $\varphi = (\varphi_{11} + V\varphi_{12})/[V(1 + a_1\varphi_{11})]$ или

$$\varphi_{12} = \varphi - \varphi_{11}(1 - a_1\varphi V)/V. \quad (28)$$

При известном значении величины φ соотношение (28) определяет взаимосвязь оптических сил телеобъектива.

Диаметр светового пятна в задней фокальной плоскости телеобъектива $D_{F'} = 2y'_{F'} = -2\omega f'$. Отсюда следует, что при $D_{F'} = D''_u = VD_u$ оптическая сила телеобъектива $\varphi = 1/f' = -2\omega/VD_u$, а выражение (28) принимает вид

$$\varphi_{12} = -\frac{1}{V} \left[\left(1 + \frac{2\omega}{D_u} a_1 \right) \varphi_{11} + \frac{2\omega}{D_u} \right]. \quad (29)$$

При $\omega = -\theta$ имеем

$$\varphi_{12} = -\frac{1}{V} \left[\left(1 - \frac{2,44\lambda}{D_u^2} a_1 \right) \varphi_{11} - \frac{2,44\lambda}{D_u^2} \right]. \quad (30)$$

Пусть и в этом случае $D''_u = 2,5$ мм. Тогда при $D_u = 50$ мм величина $V = 0,05^\times$. Положив в выражении (30) фокусное расстояние $f'_{11} = 250$ мм, получаем $f'_{12} = 1/\varphi_{12} = -12,47$ мм. Оптическая сила телеобъектива в рассматриваемом случае $\varphi = 2,44\lambda/(VD_u^2) = 0,000207$ мм⁻¹. Тогда

$$d = \frac{1}{\varphi_{12}} \left(\frac{V-1}{V} + a_1\varphi \right) = 238,23 \text{ мм},$$

$$a'_{F'} = (1 - \varphi_{11}d)/\varphi = 227,44 \text{ мм}.$$

Применив формулу (26), находим, что $a'_2 = -13,09$ мм. В результате получаем световую трубку диаметром $D''_u = 2,5$ мм, длина которой $H' = a'_{F'} - a'_2 = 240,5$ мм.

Для получения световой трубки требуемого диаметра оптическую систему, сформировавшую промежуточную световую трубку, можно дополнить афокальной системой кеплеровского типа. Если в рассматриваемом примере требуется получить световую трубку диаметром $D' = -2y' = 0,5$ мм, то поперечное увеличение изображения, образованного дополнительной афокальной системой, должно составлять $V = -D'/D''_u = -0,2^\times$.

Положив, например, $f'_{21} = 200$ мм, фокусное расстояние второго компонента получаем равным $f'_{22} = 40$ мм. При этом расстояние от этого компонента до изображения световой трубки не более 38,4 мм. Для получения требуемого расстояния от последнего компонента оптической системы до изображения световой трубки второй компонент афокальной системы можно заменить двухкомпонентной системой обратного телеобъектива.

Итак, на основе соотношений геометрической оптики показана возможность преобразования излучения плоского излучателя в световую трубку цилиндрической формы. Более тонкий анализ структуры светового поля в пространстве, ограниченном полученной световой трубкой, требует привлечения представлений волновой оптики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волосов Д.С., Цивкин М.В. Теория и расчет светоптических систем. М.: Искусство, 1960. 526 с.
2. Зверев В.А., Точилина Т.В. Основы оплотехники. Учебное пособие. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. 293 с.
3. Баранов Г.А., Астахов А.В., Зинченко А.К. Мощные технологические СО₂-лазерные комплексы на основе поперечного самостоятельного разряда. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. 236 с.
4. Методы компьютерной оптики / Под ред. В.А. Сойффера. М.: Физматлит, 2000. 688 с.