Оптический журнал

Оптическое приборостроение

УДК 535.421, 535-45, 532.738

Дифракционные решетки с поверхностным микрорельефом из оптически анизотропного материала

© 2021 г.

В. В. Беляев*, **, доктор техн. наук; А. С. Соломатин*, доктор техн. наук; S. Kumar****, *****, доктор; Д. Н. Чаусов*, ******, доктор физ.-мат. наук; А. А. Беляев*; А. Л. Маргарян*******, канд. физ.-мат. наук; Н. Г. Акопян*******, канд. физ.-мат. наук**

**Московский государственный областной университет, г. Мытищи Московской обл.*
***Российский университет дружбы народов, Москва*
****Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва*
*****Raman Research Institute, Бангалор, Индия*
******NITTE Meenakshi Institute of Technology, Бангалор, Индия*
*******Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва*
********Ереванский государственный университет, Ереван, Армения*

E-mail: vic_belyaev@mail.ru

Поступила в редакцию 22.08.2020

DOI:10.17586/1023-5086-2021-88-01-44-52

Выполнен расчет дифракции поляризованного света, проходящего через оптически анизотропную подложку с поверхностным микрорельефом с использованием программы Exedeep (оптически анизотропные решетки с поверхностным микрорельефом). Определены параметры дифракции в разных порядках дифракции прошедших и отраженных TE- и TM-волн для материалов как с положительной, так и отрицательной оптической анизотропией. Такими материалами могут быть низко- и высокомолекулярные каламитические и дискотические жидкие кристаллы. Результаты моделирования используются для создания дифракционных оптических элементов, работающих в видимом, инфракрасном и терагерцовом диапазонах.

Ключевые слова: *дифракция, двулучепреломление, микрорельеф, TE- и TM-волна.*

Код OCIS: *050.1970*

В настоящее время актуальной задачей является решение фундаментальной научной проблемы исследования и создания дифракционных оптических элементов (ДОЭ), работающих в видимом, ультрафиолетовом, инфракрасном и терагерцовом диапазонах [1–4]. Дифракционные оптические элементы находят применение в оптических, оптоэлектронных и электрооптических системах и устройствах отображения и преобразования информации [5–12], в которых используются их возможности перенаправлять световой пучок и выделять в пучке широкого спектрального состава нужный узкий диапазон спектра (сформировать практически монохроматический пучок). Электрооптические модуляторы с жидкими кристаллами (ЖК) и/или со структурой полупроводник–ЖК позволяют управлять направлением, интенсивностью, поляризацией света в реальном времени. Актуальность задачи также обусловлена интенсивным развитием современных оптических систем связи, обеспечивающих

передачу большого объема данных на значительные расстояния.

Ранее нами были выполнены теоретические и экспериментальные исследования по созданию оптически анизотропных элементов со сложным распределением показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей [13, 14]: рассчитана разность фазовой задержки для обоих лучей в слоях с меняющейся по заданному закону ориентацией анизотропного материала (ЖК) с положительной оптической анизотропией, а также с отрицательной. Нерешенной задачей является расчет дифракции в оптически анизотропных системах не только с положительным, но и с отрицательным двулучепреломлением. Такие системы перспективны для использования в оптических компенсаторах и элементах подсветки ЖК-дисплеев [15–18]. Появление таких систем в температурном диапазоне, типичном для каламитических нематических ЖК с молекулами удлиненной формы, стало возможным с синтезом в последние годы новых ЖК-веществ с плоской, а не вытянутой формой молекул, — дискотических ЖК [19, 20].

Целью настоящей работы является расчет дифракции лучей, проходящих через оптически анизотропную подложку с поверхностным микрорельефом при использовании разработанной с участием членов нашей группы программы Exedeep (оптически анизотропные решетки с поверхностным микрорельефом, ОАРПМ) [21–23]. Моделирование выполнено на основе подходов, разработанных Rokushima–Yamakita и Glytsis–Gaylord [24–26] для слоистых анизотропных сред. Подложка была разделена на ряд тонких параллельных бинарных решеток с квазиоднородными свойствами и рассчитаны матрицы амплитуды световой волны на границах каждого слоя. Этот подход сравнивался с прямым интегрированием уравнений Максвелла методом конечных разностных элементов. Справедливость обоих методов проверялась на решетках с разными периодами и тонких решетках [21, 22].

В литературе немало фундаментальных и оригинальных публикаций по расчету дифракции света на решетках различной конструкции [27–32]. Например, программа GSolver позволяет учесть параметры произвольной решетки (толщину, количество материалов, действительное и мнимое значение показателей преломления) [33].

Исследуемая система отличается от различных дифракционных решеток и других элементов на основе ЖК, описываемых в работах [34–36] и других публикациях, наличием периодического микрорельефа. В литературе описано сравнительно немного систем, сформированных из оптически анизотропных материалов с микрорельефом [например 37–40].

Рассчитываемый объект с синусоидальным микрорельефом и параметры расчета иллюстрируются рис. 1. Геометрия расчетов для решетки с прямоугольным рельефом аналогична приведенной.

В качестве объекта вычислений были взяты фазовые решетки с показателями преломления $n_o = 1{,}5$ и n_e от 1,3 до 1,7. При разных значениях двулучепреломления проведено исследование зависимости энергии плоской волны, дифрагировавшей в различные порядки, от относительной глубины решетки h/λ от 0,1 до 3. Для падающего луча света задавалась поляризация в плоскости, образующей 45° к плоскости падения (на рис. 1 плоскость, образованная лучом и вектором TE). Она разделяется на две составляющие вдоль и перпендикулярно направлению рельефа. TE-волна имеет вектор, перпендикулярный линиям

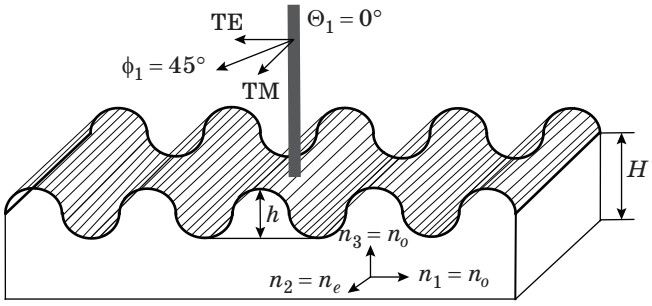

Рис. 1. Геометрические размеры микрорельефной структуры. H — толщина подложки, h — высота микрорельефа. Оптическая ось анизотропного материала и TM-волна параллельны бороздкам микрорельефа, TE-волна — перпендикулярна им. Плоскость падения перпендикулярна плоскости основания подложки и бороздкам рельефа. Длина волны падающего луча света принята равной $\lambda = 0{,}63$ мкм. В системе ортов представлены показатели преломления обыкновенного (n_o — перпендикулярно основанию подложки и бороздкам рельефа) и необыкновенного (n_e — параллельно бороздкам) лучей.

рельефа (рис. 1), ТМ-волна — параллельный линиям рельефа.

Сравнивались следующие три типа рельефа

– синусоидальный, период микрорельефа $\Lambda = 2{,}52$ мкм $= 4\lambda$,

– прямоугольный симметричный, $\Lambda = 2{,}52$ мкм, ширина щели (борозды) 1,26 мкм,

– прямоугольный асимметричный, $\Lambda = 2{,}52$ мкм, ширина щели (борозды) 0,63 мкм.

Распределение интенсивности дифракции при изменении ширины борозды от 0 до целого периода рельефа рассчитано для положительной оптической анизотропии в работах [41, 42].

Везде глубина рельефа от 0,1 до 3 (от 0,063 до 1,89 мкм), подстилающий слой — 0,63 мкм (учитывается дополнительно к слою с рельефом).

На рис. 2 и 3 приведены результаты моделирования интенсивности прошедшей ТЕ-волны I_0, I_1, I_2, I_3 для дифракционных максимумов 0-го, 1-го, 2-го, 3-го порядков, а на рис. 4 — то же для интенсивности прошедшей ТМ-волны. При нормальном падении луча света интенсивности в порядках с положительными и отрицательными номерами равны ($I_1 = I_{-1}$, $I_2 = I_{-2}$, $I_3 = I_{-3}$). Сумма интенсивностей прошедших и отраженных ТЕ- и ТМ- волн принята за единицу, для каждого максимума приведен его удельный вклад.

Рассмотрим зависимости $I_n(h/\lambda)$ для разных порядков дифракции. Прежде всего отметим, что относительные интенсивности отраженных ТЕ- и ТМ- волн малы по сравнению с интенсивностями прошедших ТЕ- и ТМ- волн и составляют не более 0,01–0,02. Это сравнимо с точностью вычислений. Поэтому в дальнейшем в статье везде речь идет об интенсивности дифракции прошедших волн. Проанализируем зависимости для ТЕ-волн, так как далее будет видно, что интенсивности дифракции ТМ-волн не зависят от оптической анизотропии материала.

Сравним зависимости $I_n(h/\lambda)$ для 0-го и 1-го порядков дифракции. Их экстремумы антикоррелируют: максимум зависимости $I_1(h/\lambda)$ приблизительно соответствует минимуму линии $I_0(h/\lambda)$ при $h/\lambda = 0{,}85$. Это почти справедливо для прямоугольного рельефа, однако для синусоидального рельефа при $\Delta n = 0{,}1$ первый минимум линии $I_0(h/\lambda)$ находится на $h/\lambda = 1{,}3$, а первый максимум зависимости $I_1(h/\lambda)$ — на $h/\lambda = 1{,}1$. Однако у вторых экстремумов такая разница сглаживается. Первый максимум линии $I_0(h/\lambda)$ находится на $h/\lambda = 2{,}0$, а первый минимум зависимости $I_1(h/\lambda)$ — на $h/\lambda = 2{,}1$.

Во всех расчетах при $h/\lambda \approx 0$ интенсивности $I_0 \approx 0{,}5$, а $I_1 \approx 0$. В случае прямоугольного рельефа интенсивность первого максимума в 0-ом порядке уменьшается от 0,35 при $\Delta n = 0{,}2$ до 0,2 при $\Delta n = -0{,}2$, т.е. убывает при уменьшении двулучепреломления. Но в случае синусоидального рельефа соответствующая интенсивность в первом максимуме намного меньше. Она составляет около 0,07 и практически не зависит от Δn. Что касается интенсивности первого максимума в 1-ом порядке дифракции, то в случае прямоугольного рельефа она практически не изменяется при уменьшении двулучепреломления, а у синусоидального растет с 0,15 до 0,2 при уменьшении Δn с 0,2 до –0,2.

Для оптической обработки изображений практически важным является случай увеличения интенсивности 1-го дифракционного порядка по сравнению с 0-ым и остальными. Из рис. 3 видно, что этого можно добиться, варьируя относительную глубину рельефа и показатели преломления материала. Дополнительно варьируя профиль рельефа, можно реализовать другой практически важный случай — выравнивание интенсивности разных дифракционных порядков для создания большого количества оптических ловушек. Например, на рис. 3з при $h/\lambda \approx 1{,}4$ интенсивности почти всех порядков дифракции одинаковы. Пример таких профилей для оптически изотропных решеток приведен в работе [30].

По мере увеличения показателя преломления n_e от 1,3 до 1,7 при постоянном значении $n_o = 1{,}5$ дифракционные максимумы смещаются в сторону меньшей глубины рельефа. Так, при уменьшении двулучепреломления Δn на 0,4 смещение первого минимума интенсивности 0-го дифракционного порядка $I_0(h/\lambda)$ составляет в единицах h/λ –1,1 в случае прямоугольного рельефа или $-1{,}4h/\lambda$ в случае синусоидального. Для обоих типов микрорельефа можно ввести величину $\Delta(h/\lambda)/\Delta n \approx -2{,}75$ (прямоугольный) или $\Delta(h/\lambda)/\Delta n \approx -2{,}2$ (синусоидальный). Смещение интенсивности 1-го дифракционного порядка $I_1(h/\lambda)$ меньше — $\Delta(h/\lambda)/\Delta n \approx -1{,}25$ (прямоугольный) или $\Delta(h/\lambda)/\Delta n \approx -1{,}3$ (синусоидальный).

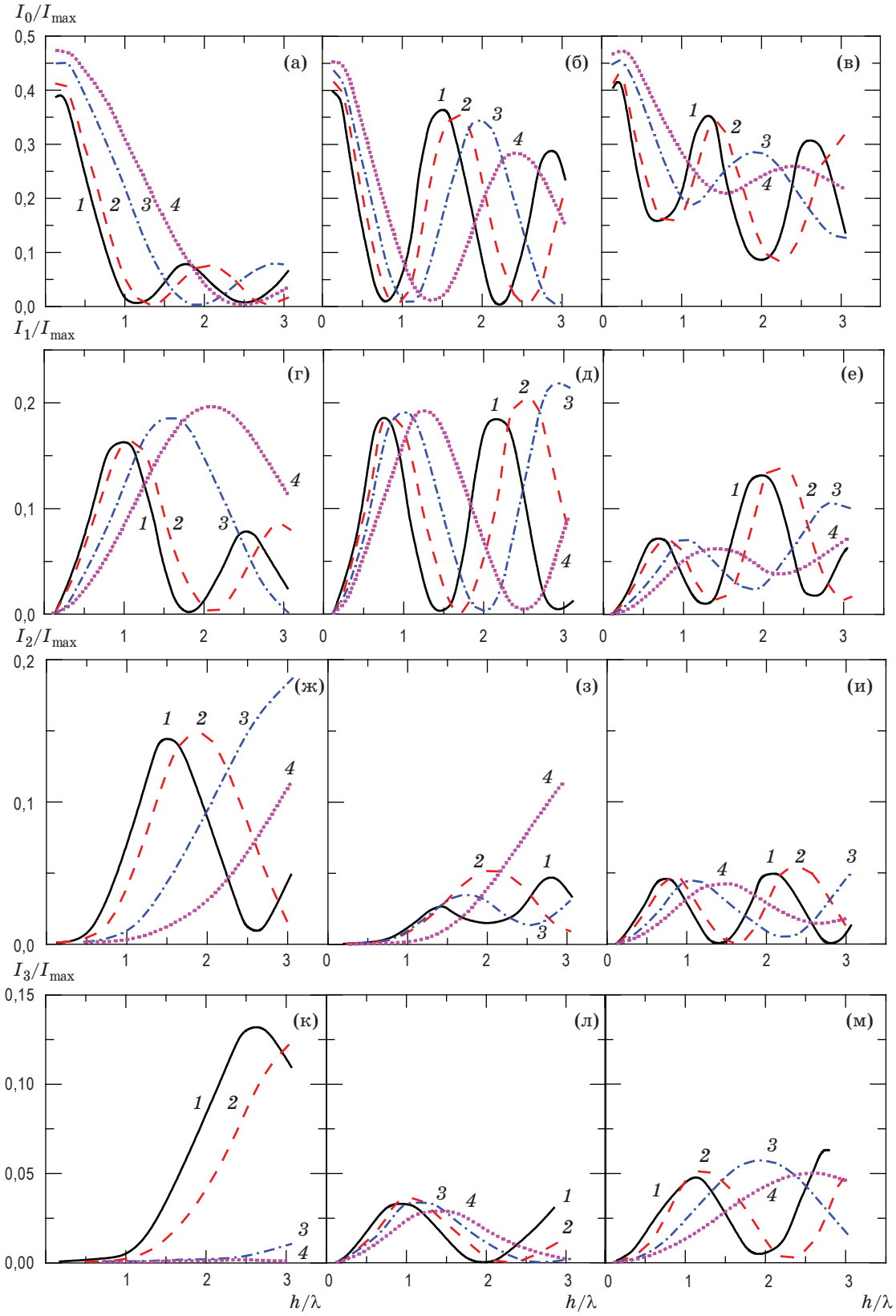

Рис. 2. Интенсивности дифракционных максимумов I_0, I_1, I_2, I_3 прошедшей ТЕ-волны в случае показателей преломления $n_o = 1{,}5$ и $n_e = 1{,}3$ (*1*), 1,4 (*2*), 1,6 (*3*), 1,7 (*4*) в зависимости от глубины рельефа h/λ. (а, г, ж, к) — синусоидальный профиль, (б, д, з, л) — симметричный прямоугольный профиль, ширина борозды 1,26 мкм, (в, е, и, м) — асимметричный прямоугольный профиль, ширина борозды 0,63 мкм.

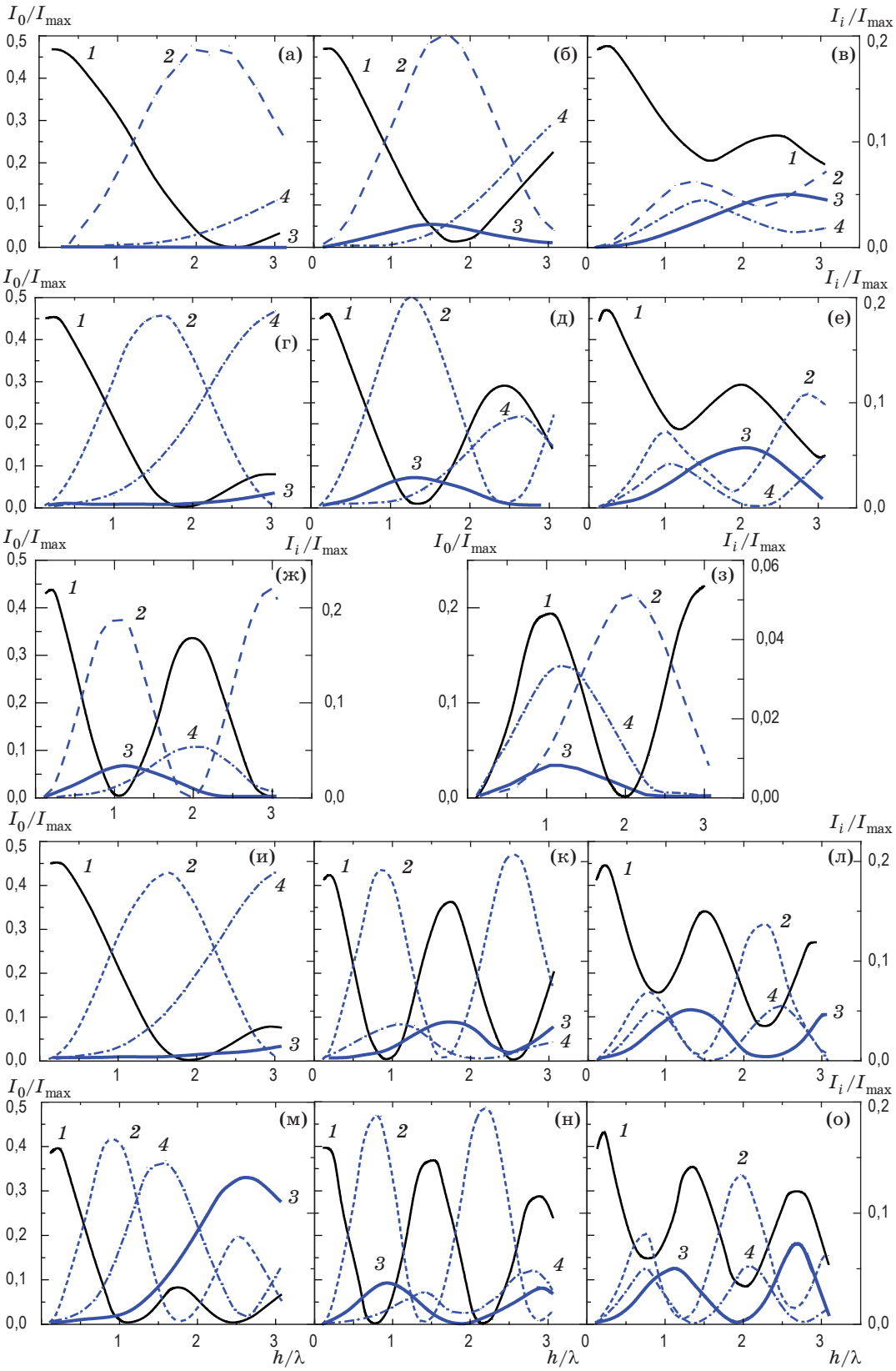

Рис. 3. Зависимости интенсивности в порядках дифракции I_0 (*1*), I_1 (*2*), I_2 (*3*), I_3 (*4*) от h/λ при $n_o = 1{,}5$ и $n_e = 1{,}3$ (а, б, в), 1,4 (г, д, е), 1,51 (ж, з), 1,6 (и, к, л), 1,7 (м, н, о) прошедшей ТЕ-волны. (а, г, ж, и, м) — синусоидальный профиль, (б, д, з, к, н) — симметричный прямоугольный профиль, ширина борозды 1,26 мкм, (в, е, л, о) — асимметричный прямоугольный профиль, ширина борозды 0,63 мкм. $i = 1, 2, 3$ — номера порядков дифракции.

При сравнении дифракции на решетках с прямоугольным и синусоидальным микрорельефами смещение первого минимума интенсивности 0-го дифракционного порядка при $\Delta n = -0{,}2$ составляет в единицах $h/\lambda + 0{,}4$, если форма рельефа изменяется с прямоугольной на синусоидальную. В среднем смещение приведенной толщины, соответствующей первому экстремуму зависимости $I_n(h/\lambda)$, $n = 0, 1, 2, 3$, при таком же изменении формы рельефа эффективно увеличивается в 1,5 раза для 0-го, 1,25 раза для 1-го, 1,1–1,2 раза для 2-го, 2,7 раза для 3-го порядков.

Для 2-го и 3-го порядков дифракции зависимости $I_n(h/\lambda)$ существенно отличаются от аналогичных линий для 0-го и 1-го порядков. В случае $I_2(h/\lambda)$ и прямоугольного микрорельефа положение первого максимума по оси h/λ ($h/\lambda \approx 1{,}6$) приблизительно соответствует положению первого минимума зависимости $I_1(h/\lambda)$ ($h/\lambda \approx 1{,}7$) при $\Delta n = 0{,}1$. Для аналогичной зависимости при синусоидальном рельефе разница в положении экстремумов более выражена: максимум $I_2(h/\lambda)$ при $h/\lambda \approx 1{,}6$ и минимум $I_1(h/\lambda)$ при $h/\lambda \approx 2{,}0$.

Интенсивность первого максимума $I_2(h/\lambda)$ в случае прямоугольного микрорельефа растет с 0,02 до 0,12 при изменении Δn от 0,2 до −0,2, а при синусоидальном рельефе составляет 0,15 и слабо зависит от оптической анизотропии.

Интенсивность первого максимума $I_3(h/\lambda)$ 3-го порядка дифракции мала (около 0,02–0,03) в случае прямоугольного микрорельефа и в несколько раз выше (до 0,13) для синусоидального рельефа. Положение максимума $I_3(h/\lambda)$ по оси h/λ в случае прямоугольного микрорельефа — промежуточное между соответствующими по номеру максимумами зависимостей $I_1(h/\lambda)$ и $I_2(h/\lambda)$. Но при синусоидальном рельефе значение h/λ первого максимума почти в три раза выше.

При отрицательной оптической анизотропии ($\Delta n = n_e - n_o < 0$) графики зависимости дифракционных максимумов от глубины решетки становятся более правильной формы.

На рис. 4 приведены результаты моделирования прошедшей ТМ-волны для дифракционных максимумов 0, 1, 2, 3 интенсивности I_0, I_1, I_2, I_3. При нормальном падении светового луча интенсивности $I_1 = I_{-1}$, $I_2 = I_{-2}$, $I_3 = I_{-3}$. Представлен удельный вклад каждого из максимумов. Несмотря на небольшие (от 0,01 до 0,07 доли от суммарного вклада) интенсивности 3-го дифракционного максимума, вычислительные и методические погрешности не заметны. Это хорошо определяется, так как графики полностью накладываются друг на друга при разных значениях n_e. Таким образом, модель прошедшей волны, заложенная в основу вычислительных алгоритмов, вполне адекватна физической теории, на основе которой она создана.

В случае ТМ-волны зависимости интенсивности дифракционных максимумов от пока-

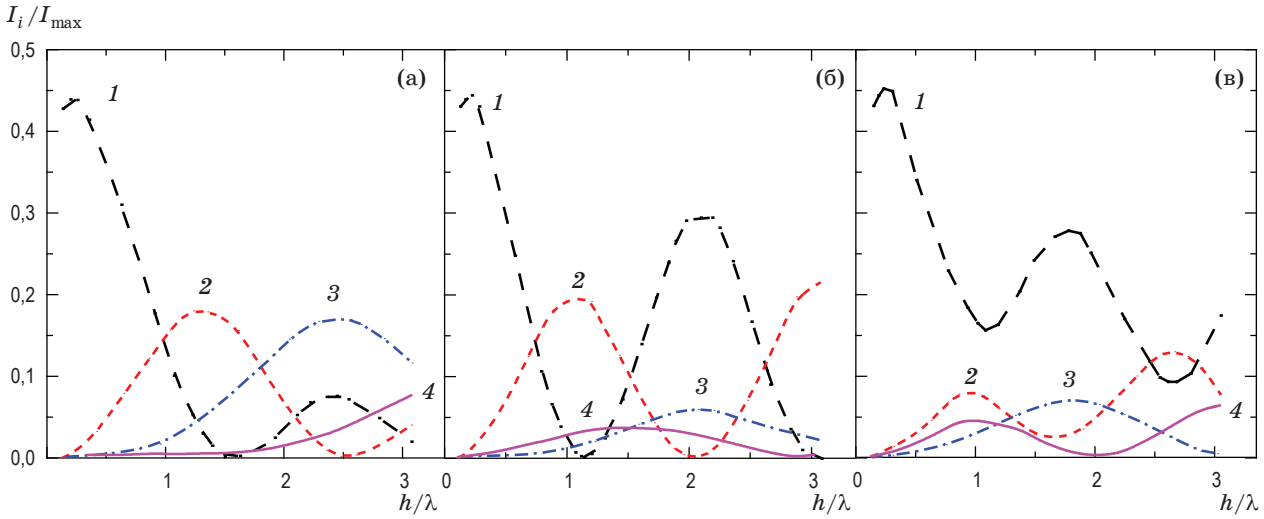

Рис. 4. Зависимости интенсивности в порядках дифракции I_0 (*1*), I_1 (*2*), I_2 (*3*), I_3 (*4*) прошедшей ТМ-волны при показателях преломления $n_o = 1{,}5$ и n_e от 1,3 до 1,7 в разных порядках дифракции в зависимости от глубины решетки, выраженной в длинах волны (h/λ). (а) — синусоидальный профиль, (б) — симметричный прямоугольный профиль, ширина борозды 1,26 мкм, (в) — асимметричный прямоугольный профиль, ширина борозды 0,63 мкм.

зателей преломления не наблюдается. Расположение максимумов такое же (в единицах h/λ), как для середин групп дифракционных максимумов с тем же номером для ТЕ-волны. Исходя из того, что середина (в единицах h/λ) группы дифракционных максимумов для ТЕ-волны примерно соответствует середине между максимумами при $n_e = 1{,}4$ и 1,6 ($n_o = 1{,}5$) или соответствует $n_o = 1{,}5$ и $n_e = 1{,}5$, можно отметить, что положение дифракционных максимумов ТМ-волны примерно соответствует положению (в единицах h/λ) максимумов дифракционной решетки без двулучепреломления. Исходя из того, что ТМ-волна не изменяет положения своих дифракционных максимумов в зависимости от показателей преломления, можно пренебречь ими и рассчитывать положение максимумов для ТМ-волны при нормальном падении луча света так же, как для обычной (без двулучепреломления) дифракционной решетки для света с круговой поляризацией. Однако фактическое расположение максимумов синусоидальной и прямоугольной решеток (с одинаковым периодом и диапазоном глубины) не совпадает, и, следовательно, форма профиля решетки влияет на положение максимумов для ТМ-волны и должна учитываться.

Зависимости расположения максимумов как в случае прямоугольного, так и синусоидального рельефов от их номеров примерно те же, как и в описанном выше случае ТЕ-волны для этих двух типов рельефа. С ростом номера максимума он смещается в сторону большего значения h/λ, но для третьего максимума при прямоугольном рельефе это не выполняется (как и в случае ТЕ-волны).

Реализация материалов с поверхностным микрорельефом для ДОЭ и описание методов измерения параметров дифракции можно найти в публикациях [37–40].

ВЫВОДЫ

Получены расчетные данные о влиянии профиля периодического микрорельефа как с положительной, так и с отрицательной оптической анизотропией на оптические дифракционные свойства. Предложен метод расчета дифракционной картины, позволяющий рассчитать параметры рельефа для задания требуемых оптических свойств пространственно неоднородной анизотропной структуры. Получены расчетные данные о влиянии оптической анизотропии периодического микрорельефа как с положительной, так и с отрицательной оптической анизотропией на оптические дифракционные свойства. Показана теоретическая возможность реализации ДОЭ на основе дискотических ЖК, обладающих отрицательным двулучепреломлением [16]. Практически важными являются такие случаи: увеличение интенсивности первого дифракционного порядка по сравнению с нулевым и остальными для оптической обработки изображений, выравнивание интенсивности разных дифракционных порядков для создания большого количества оптических ловушек в режиме работы оптического пинцета, получение дифракционных пучков с разной поляризацией. Изменяя геометрические характеристики и профиль дифракционных решеток, показатели преломления, условия падения света, можно реализовать такие возможности.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ, проект №18-57-05002_Арм_а и Государственного комитета по науке Министерства образования и науки Республики Армения, проект № SCS 18RF-118, а также частично по проекту № 19-57-45011_Инд_а (совместный конкурс РФФИ и Департамента науки и техники Республики Индия).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Павлычева Н.К.* Спектральные приборы с неклассическими дифракционными решетками. Казань: изд. Казанского государственного технического университета, 2003. 198 с.
2. *Езерская А.А., Иванов Д.В., Беспалов В.Г. и др.* Дифракция однопериодных терагерцовых электромагнитных волн // Оптический журнал. 2011. Т. 78. № 8. С. 109–117.
3. *Муслимов Э.Р., Белокопытов А.А., Саттаров Ф.А. и др.* Схема записи дифракционной решетки с переменным шагом штрихов для дальнего ультрафиолетового диапазона спектра // Оптический журнал. 2017. Т. 84. № 3. С. 41–46.
4. *Никитин П.А.* Обратная коллинеарная акустооптическая дифракция квазимонохроматического излучения // Оптический журнал. 2019. Т. 86. № 3. С. 8–12.

5. *Васильев П.Я., Каманина Н.В., Савинов В.П., Серов С.В., Студёнов В.И.* Дифракционые отклики органических систем с нанообъектами // Электронный ресурс: http://www.nanometer.ru/2009/09/10/organicheskie_plenki_s_fullerenami_i_nanotrubkami_vzaimodejstvie_izluchenia_s_veshestvom_difrakcionnie_otkliki_156795.html
6. *Каманина Н.В., Зубцова Ю.А., Шурпо Н.А. и др.* Структурные, спектральные и фоторефрактивные свойства нано- и биоструктурированных органических материалов, включая жидкие кристаллы // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2014. Т. 14. № 1. С. 5–12.
7. *Каманина Н.В., Василенко Н.А.* Жидкокристаллический пространственно-временной модулятор света на основе фуллеренсодержащего полиимида для голографической записи информации // Патент России № 2184988. 2002.
8. *Маргарян А.Л., Абрамян В.К., Оганесян Д.Л. и др.* Запись геометрических фазовых элементов на основе жидкокристаллических полимеров // Известия НАН Армении. Физика. 2017. Т. 52. № 3. С. 353–360.
9. *Маргарян А.Л., Абрамян В.К., Акопян Н.Г. и др.* Метод оптической записи упорядоченных микроструктур на основе жидкокристаллического полимера // Известия НАН Армении. Физика. 2019. Т. 54. № 1. С. 36–43.
10. *Kulikovska O., Goldenberg L.M., and Stumpe J.* Supramolecular azobenzene-based materials for optical generation of microstructures // Chemistry of Materials. 2007. V. 19. № 13. P. 3343–3348.
11. *Goldenberg L.M., Lisinetskii V., Schrader S.* Stable lasing in azobenzene polyelectrolyte with polarization gratings as distributed feedback // Advanced Opt. Mater. 2013. V. 1. № 10. P. 768–775.
12. *Goldenberg L.M., Lisinetskii V., Schrader S.* Fast and simple fabrication of organic Bragg mirrors — application to plastic microchip lasers // Laser Phys. Lett. 2013. V. 10. № 5. P. 055808.
13. *Belyaev V., Solomatin A., Chausov D.* Phase retardation *vs.* pretilt angle in liquid crystal cells with homogeneous and inhomogeneous LC director configuration // Opt. Exp. 2013. V. 21. P. 4244–4249.
14. *Belyaev V., Solomatin A., Chausov D.* Measurement of the liquid crystal pretilt angle in cells with homogeneous and inhomogeneous LC director configuration // Appl Opt. 2013. V. 52. № 13. P. 3012–3019.
15. *Беляев В.В., Чилая Г.С.* Жидкие кристаллы в начале XXI века. М.: ИИУ МГОУ, 2017. 142 с.
16. *Беляев В.В.* Жидкокристаллические дисплеи. Технологии настоящего и будущего. Ч. 1. От пикселя до гибкой подложки // Электроника: наука, технология, бизнес. 2015. Т. 8. № 148. С. 36–47.
17. *Zhang Z., Yang H., Robertson B., et al.* Diffraction based phase compensation method for phase-only liquid crystal on silicon devices in operation // Appl. Opt. 2012. V. 51. № 17. P. 3837–3846.
18. *Robinson M., Woodgate G., Harrold J.* Intelligent backlight: A controllable illumination system for high efficiency and sunlight readable mobile displays // SID Symp. Digest Technical Papers. V. 45. Iss. 1. San Diego, CA, USA. June 1–6, 2014. P. 842–845.
19. *Gowda A., Kumar S.* Recent advances in discotic liquid crystal-assisted nanoparticles. Materials // Mater. Sci., Medicine. 2018. V. 11. № 3. P. 382.
20. *Yuvaraj A., Renjith A., Kumar S.* Novel electron-deficient phenanthridine based discotic liquid crystals // J. Molecular Liquids. 2018. V. 272. P. 583–589.
21. *Tsoy V., Belyaev V., Tarasishin A.* Simulation of light propagation through birefringent substrates with periodical surface microrelief // Opt. Commun. 2005. V. 246. № 1–3. P. 57–66.
22. *Цой В.И., Беляев В.В., Тарасишин А.В. и др.* Моделирование дифракции света на структурах с пространственной периодичностью оптических параметров вещества и рельефа поверхности // Оптический журнал. 2003. Т. 70. № 7. С. 18–23.
23. *Tsoy V., Kushnir E., Klyckov A., et al.* Polarized light diffraction on anisotropic substrates with rectangular and sine microrelief // J. Soc. Information Display. 2005. V. 13. № 4. P. 305–308.
24. *Rokushima K., Yamakita J.* Analysis of anisotropic dielectric gratings // JOSA. 1983. V. 73. № 7. P. 901–908.
25. *Glytsis E., Gaylord T.* Three-dimensional (vector) rigorous coupled-wave analysis of anisotropic grating diffraction // JOSA. 1990. V. 7. № 8. P. 1399–1420.
26. *Glytsis E.N. and Gaylord T.K.* Rigorous 3-D coupled wave diffraction analysis of multiple superposed gratings in anisotropic media // Appl. Opt. 1989. V. 28. № 12. P. 2401–2421.
27. *Jarem J.M., Banerjee P.P.* Computational methods for electromagnetic and optical systems. Boca Raton: CRC Press, 2017. 432 p.
28. *Popov E.* Gratings: Theory and numeric applications. Second revisited ed. Marseille: Institut Fresnel, AMU, 2014. 430 p.
29. *Soifer V.A.* Computer design of diffractive optics. Witney, Oxford: Woodhead Publishing, 2012. 896 p.

30. Методы компьютерной оптики. Под ред. Сойфера В.А. М: Физматлит, 2003. 685 с.
31. *Хохлов А.А.* Моделирование дифракции линейно поляризованного света на многослойных тонкоплёночных покрытиях // Диссерт. уч. ст. к.ф.-м.н. М.: РУДН, 2011. 132 с.
32. *Ловецкий К.П., Хохлов А.А.* Моделирование взаимодействия электромагнитной волны оптического диапазона с анизотропным слоем // Вест. Российского университета дружбы народов. Сер. Математика. Информатика. Физика. 2010. № 1. С. 93–100.
33. Grating Solver Development Company // Электронный ресурс: https://www.gsolver.com/products/index.html
34. *Tabiryan N., Xianyn H., Roberts D., et al.* 4G optics for communication and astronomy // 2016 IEEE Aerospace Conf. Big Sky, MT. 2016. P. 1–8.
35. *Tabiryan N., Roberts D., Steeves D., et al.* Superlens in the skies: Liquid-crystal-polymer technology for telescopes // SPIE Newsroom. 2016. P. 1–2. Электронный ресурс https://spie.org/news/6317-superlens-in-the-skies-liquid-crystal-polymer-technology-for-telescopes?SSO=1
36. *Chen H., Tan G., Huang Y., et al.* A low voltage liquid crystal phase grating with switchable diffraction angles // Scientific Reports. 2017. V. 7. Article number: 39923.
37. *Belyaev V., Chistovskaya L., Konovalov V., et al.* Physical properties of stretched polymeric substrates with periodic microrelief for optical diffraction elements and liquid crystals alignment // J. SID. 2003. V. 11. № 1. P. 3–13.
38. *Беляев В.В., Савцов К.В., Мойсеенко С.В. и др.* Автоматизированная система измерений параметров дифракции на пленках полимеров с периодическим микрорельефом // Вест. Российского университета дружбы народов. Сер. Инженерные исследования. 2015. № 3. С. 55–64.
39. *Goldenberg L.M., Kulikovska O., Stumpe J.* Thermally stable holographic surface relief gratings and switchable optical anisotropy in films of an azobenzene-containing polyelectrolyte // Langmuir. 2005. V. 21. № 11. P. 4794–4796.
40. *Sakhno O., Goldenberg L.M., Wegener M., et al.* Deep surface relief grating in azobenzene-containing materials using a low-intensity 532 nm laser // Opt. Mater.: X. 2019. V. 1. Paper № 100006. P. 1–7.
41. *Belyaev V., Novikovich V.M., Denisenko P.L.* Diffraction on birefringent elements with sine surface microrelief // J. SID. 2008. V. 16. № 9. P. 961–967.
42. *Merkulov A.Y., Belyaev V.V., Belyaev A.A., et al.* Diffraction on anisotropic substrates with sinusoidal surface microrelief // Molecular Crystals & Liquid Crystals. 2014. V. 596. № 1. P. 122–127.