

КОРРЕКЦИЯ АБЕРРАЦИЙ ГОЛОГРАММНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК, ЗАПИСАННЫХ В АСТИГМАТИЧЕСКИХ ПУЧКАХ

© 2004 г. Ю. В. Бажанов, канд. техн. наук

ФНПЦ "Государственный институт прикладной оптики", г. Казань

Рассмотрена возможность коррекции aberrаций вогнутых голограммных решеток, записанных с помощью дополнительных вогнутых зеркал. Показано, что для компенсации aberrаций 1–3-го порядков достаточно использовать одно дополнительное цилиндрическое зеркало, ось которого лежит в плоскости дисперсии решетки. Приведен пример расчета оптимальных параметров решеток, используемых в спектрографе.

Коды OCIS: 080.2740.

Поступила в редакцию 19.03.2003.

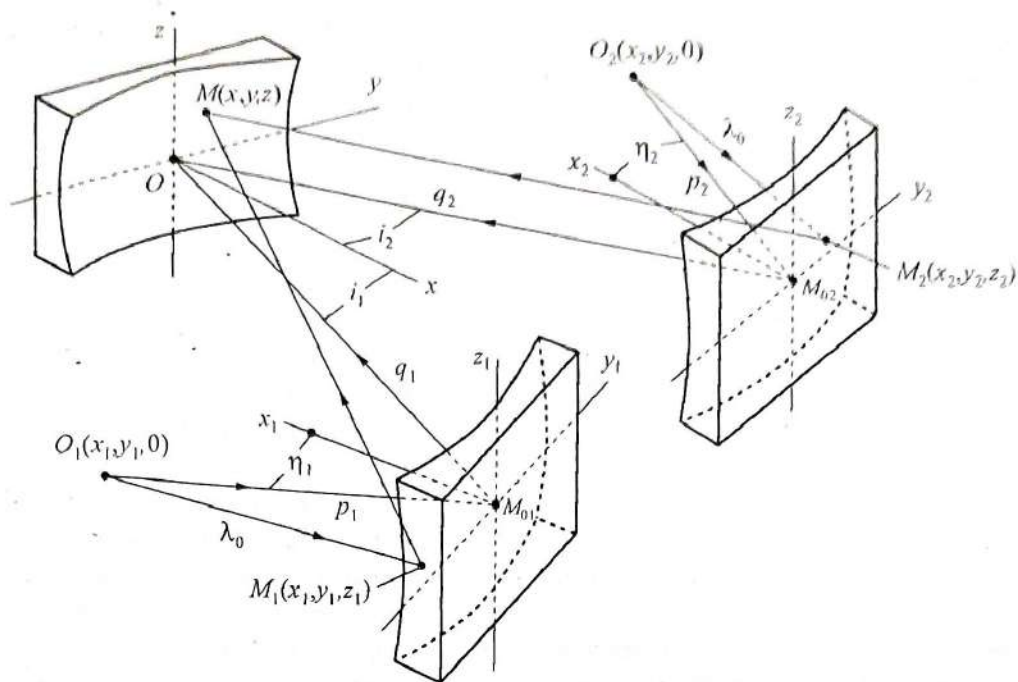
Аберрационные свойства вогнутых голограммных дифракционных решеток, записанных с помощью точечных источников излучения, достаточно хорошо изучены. В наиболее исчерпывающей форме выражения для коэффициентов aberrаций 1–3-го порядков приведены в работе [1]. В более поздних работах, обзор которых содержится в статье [2], показаны возможности коррекции aberrаций решеток этого класса. Очевидно, что расширение коррекционных возможностей голограммной решетки более эффективно, если сферические волновые фронты, используемые при записи, заменить на асферические. Нетрудно видеть, что пучки лучей для записи должны быть астигматическими, т. е. имеющими различную кривизну в перпендикулярных друг другу сечениях. Пучок такой формы можно создать, если между источником излучения и решеткой поместить оптическую систему, различным образом трансформирующую изображение в меридиональной и сагиттальной плоскостях. Простейшей системой является линза, ограниченная цилиндрическими поверхностями, образующие которой взаимно перпендикулярны. Более распространенной системой является хорошо известный двухкомпонентный объектив, состоящий из двух положительных цилиндрических линз. Другой способ получения астигматического пучка состоит в использовании вогнутых зеркал. Когда источники записи лежат в меридиональной плоскости решетки, дополнительные зеркала перпендикулярны ей, а в случае расположения источников записи вне меридиональной плоскости зеркала располагаются под углом к ней. Даже при одинаковой астигматической разности эти две схемы при записи различны aberrации, которые необходимо учитывать. Следует заметить, что во втором случае записи картины штрихов несимметрична относительно меридиональной плоскости, в результате чего возникают неустраняемые aberrации.

Хотя идея записи голограммных решеток в астигматических пучках была известна давно, первые

шаги в изготовлении решеток, записанных с помощью дополнительных оптических элементов, и в применении их в спектральных приборах осуществлены лишь авторами работы [3]. При отсутствии теории aberrаций таких решеток для расчетов параметров записи использовался упрощенный подход, заключающийся в том, что в выражении коэффициента H_{120} расстояния до источников записи заменялись расстояниями до источников в сагиттальном сечении. Как выяснилось впоследствии, такая замена неправомерна, но поскольку на заключительной стадии расчетов использовалась численная оптимизация, основанная на точном расчете хода лучей, окончательные результаты показали эффективность практического применения голограммных решеток, записанных в астигматических пучках [3, 4].

Теория aberrаций голограммных решеток, записанных с помощью дополнительных вогнутых зеркал, развита главным образом в работах [5–8]. В работе [5] получены выражения для H_{200} , H_{020} и H_{300} при использовании для записи сферической решетки сферических зеркал. В работах [6, 7] были получены соотношения для асферических решеток с включением коэффициента H_{120} . В настоящее время наиболее полной следует считать работу [8], где получены выражения для всех коэффициентов aberrаций 1 и 3-го порядков для вогнутой эллипсоидальной решетки, записанной с помощью эллипсоидальных зеркал. Окончательные формулы коэффициентов aberrаций, полученные в этой работе, весьма громоздки и пригодны лишь для численной оптимизации параметров решетки, что не гарантирует нахождения действительно оптимального решения. Здесь предпринята попытка упрощения выражений для коэффициентов aberrаций за счет выбора соответствующего варианта записи.

Рассмотрим более подробно метод получения асферических (астигматических) волновых фронтов с использованием вогнутых зеркал, нормали к вершинам которых лежат в меридиональной плоскости



Оптическая схема записи голограммной дифракционной решетки с использованием дополнительных вогнутых зеркал.

(см. рисунок). Обозначим углы падения (отражения) лучей на зеркалах как η_1 и η_2 , расстояния от источников записи O_1 и O_2 до зеркал — p_1 и p_2 , а расстояния от зеркал до решетки — q_1 и q_2 . Запишем меридиональный и сагиттальный инварианты Юнга для первого зеркала

$$\begin{aligned} \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} - \frac{2 \sec \eta_1}{r_1} &= 0, \\ \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\bar{p}'_1} - \frac{2 \cos \eta_1}{\bar{r}_1} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где p'_1 и $\bar{p}'_1$ — расстояния от зеркала до меридионального и сагиттального фокусов, r_1 и $\bar{r}_1$ — радиусы кривизны во взаимно-перпендикулярных сечениях, при этом $r_1 = b_1^2/a_1$, $\bar{r}_1 = c_1^2/a_1$ (a_1 , b_1 , c_1 — полуоси эллипса первого зеркала).

Возможны три варианта записи голограммной решетки в зависимости от положения фокуса зеркала, а именно: фокус за решеткой, фокус за зеркалом и фокус между зеркалом и решеткой. Записывая выражения для расстояний от решетки до меридионального и сагиттального фокусов первого источника записи $d_1 = q_1 + p'_1$ и $\bar{d}_1 = q_1 + \bar{p}'_1$, учитывая правила знаков (считаем все величины положительными за исключением первого варианта, когда d_1 , $\bar{d}_1 < 0$, и второго, когда p'_1 , $\bar{p}'_1 < 0$) и используя соотношения (1), получим

$$\begin{aligned} d_1 &= q_1 + \left(\frac{1}{p_1} - \frac{2}{r_1} \sec \eta_1 \right)^{-1}, \\ \bar{d}_1 &= q_1 + \left(\frac{1}{p_1} - \frac{2}{\bar{r}_1} \cos \eta_1 \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Аналогичные выражения получим для второго источника.

Положение интерференционных полос, формируемых на поверхности решетки при использовании двух зеркал, определяется выражением (см. рисунок)

$$\begin{aligned} [(O_1 M_1 + M_1 M) - (O_2 M_2 + M_2 M)] - \\ - [(O_1 M_{01} + M_{01} O) - (O_2 M_{02} + M_{02} O)] = m \lambda^*, \end{aligned} \quad (3)$$

где m — число штрихов, отсчитываемое от вершины, а λ^* — длина волны записи. Разложением в ряд по координатам на решетке выражения (3) в работе [8] были получены коэффициенты H_{ijk} голограммной решетки, записанной в астигматических пучках. Приведа эти соотношения к виду, принятому в настоящей работе, и обозначив углы падения лучей от источников записи на вершину решетки как i_1 и i_2 , получим

$$\begin{aligned} H_{100} &= \sin i_1 - \sin i_2, \\ H_{200} &= T_1 - T_2, \quad T_1 = \frac{\cos^2 i_1}{d_1} - \frac{\cos i_1}{r}, \\ T_2 &= \frac{\cos^2 i_2}{d_2} - \frac{\cos i_2}{r}, \\ H_{020} &= \bar{S}_1 - \bar{S}_2, \quad \bar{S}_1 = \frac{1}{\bar{d}_1} - \frac{\cos i_1}{\bar{r}}, \quad \bar{S}_2 = \frac{1}{\bar{d}_2} - \frac{\cos i_2}{\bar{r}}, \\ H_{300} &= -\frac{T_1 \sin i_1}{d_1} + \frac{T_2 \sin i_2}{d_2} + \\ &+ \frac{2(A_{10})_1^2}{r_1} U_1 \sin \eta_1 - \frac{2(A_{10})_2^2}{r_2} U_2 \sin \eta_2, \end{aligned} \quad (4)$$

$$H_{120} = -\frac{\sin i_1}{\bar{d}_1} \left[\frac{1}{\bar{d}_1} - \frac{\bar{d}_1 \cos i_1}{d_1 \bar{r}} \right] + \\ + \frac{\sin i_2}{\bar{d}_2} \left[\frac{1}{\bar{d}_2} - \frac{\bar{d}_2 \cos i_2}{d_2 \bar{r}} \right] - \frac{2}{\bar{r}_1} (A_{10})_1 (B_{01})_1 V_1 \sin \eta_1 + \\ + \frac{2}{\bar{r}_2} (A_{10})_2 (B_{01})_2 V_2 \sin \eta_2,$$

где для первого источника записи

$$U_1 = \frac{\cos i_1}{d_1} - \frac{(A_{10})_1}{d_2}, V_1 = \frac{\cos \eta_1}{\bar{d}_1} + \frac{(B_{01})_1}{r_1}, \\ (A_{10})_1 = \frac{\cos i_1 (d_1 - q_1)}{d_1 \cos \eta_1}, (B_{01})_1 = \frac{\bar{d}_1 - q_1}{\bar{d}_1},$$

а для второго источника записи необходимо поменять нижний индекс 1 на 2.

Формулы для коэффициентов aberrаций 3-го порядка весьма громоздки, поэтому они приводятся в сокращенном виде:

$$H_{400} = \frac{T_1}{d_1} \left(\frac{4 \sin^2 i_1}{d_1} - T_1 \right) - \frac{T_2}{d_2} \left(\frac{4 \sin^2 i_2}{d_2} - T_2 \right) + \\ + \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{r^2} + \frac{1}{r_1} (D_{40})_1 - \frac{1}{r_2} (D_{40})_2 + \frac{1}{r_1^2} (F_{40})_1 - \frac{1}{r_2^2} (F_{40})_2, \\ H_{220} = \frac{2 \sin^2 i_1}{d_1^2} \left[\bar{S}_1 + \frac{1}{\bar{d}_1} \left(\frac{d_1^2}{\bar{d}_1^2} - 1 \right) \right] - \\ - \frac{2 \sin^2 i_2}{d_2^2} \left[\bar{S}_2 + \frac{1}{\bar{d}_2} \left(\frac{d_2^2}{\bar{d}_2^2} - 1 \right) \right] - \frac{1}{d_1} \left[T_1 \bar{S}_1 + \right. \\ \left. + \frac{\cos i_1}{r \bar{d}_1} \left(1 - \frac{d_1}{\bar{d}_1} \right) \right] + \frac{1}{d_2} \left[T_2 \bar{S}_2 + \frac{\cos i_2}{r \bar{d}_2} \left(1 - \frac{d_2}{\bar{d}_2} \right) \right] + \\ + \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{r \bar{r}} + \frac{1}{r_1} (D_{22})_1 - \frac{1}{r_2} (D_{22})_2 + \\ + \frac{1}{r_1^2} (F_{22})_1 - \frac{1}{r_2^2} (F_{22})_2 + \frac{d_1 - \bar{d}_1}{d_1 \bar{d}_1^3} (E_{22})_1 - \\ - \frac{d_2 - \bar{d}_2}{d_2 \bar{d}_2^3} (E_{22})_2, \\ H_{040} = \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{\bar{r}^2} - \frac{1}{\bar{d}_1} \left[\bar{S}_1^2 + \frac{\cos^2 i_1}{\bar{r}^2} \left(\frac{\bar{d}_1}{d_1} - 1 \right) \right] + \\ + \frac{1}{\bar{d}_2} \left[\bar{S}_2^2 + \frac{\cos^2 i_2}{\bar{r}^2} \left(\frac{\bar{d}_2}{d_2} - 1 \right) \right] + \\ + \frac{(B_{01})_1}{\bar{r}_1} (F_{04})_1 - \frac{(B_{01})_2}{\bar{r}_2} (F_{04})_2,$$

где для первого источника записи $\bar{S}_1 = \frac{1}{d_1} - \frac{\cos i_1}{a_1}$, а функции D_{ij} , F_{ij} и E_{ij} довольно сложным образом зависят от всех параметров записи. Важно заметить,

что коэффициент H_{120} , определяющий сагиттальную кому, выражается не через величины $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_2$, как это полагалось в работах [3, 4], а через выражения

$$\frac{1}{\bar{d}_1} - \frac{\bar{d}_1 \cos i_1}{d_1 \bar{r}} \text{ и } \frac{1}{\bar{d}_2} - \frac{\bar{d}_2 \cos i_2}{d_2 \bar{r}}.$$

Кроме этого, из данных формул следует, что при $\eta_1 \neq 0$ и $\eta_2 \neq 0$ в выражениях aberrаций 2-го порядка появляются дополнительные члены.

Проведем краткий анализ коррекционных возможностей вышеописанных решеток. При использовании двух дополнительных зеркал для оптимизации величин H_{200} и H_{300} можно использовать расстояния d_1 и d_2 , а для оптимизации H_{200} и H_{120} соответственно $\bar{d}_1$ и $\bar{d}_2$, однако это возможно лишь при углах $\eta_1 = \eta_2 = 0$. В противном случае появляются дополнительные слагаемые, зависящие от расстояний p_1 , p_2 , q_1 , q_2 . Случай, когда $\eta_1 = \eta_2 = 0$, лишен практического смысла, так как источники O_1 и O_2 находятся между решеткой и зеркалами. Расстояния $d_1, \bar{d}_1, d_2, \bar{d}_2$ и p_1, q_1, p_2, q_2 связаны между собой соотношениями (2), поэтому независимыми могут считаться параметры одной из групп. Кроме этого, независимыми параметрами являются радиусы кривизны зеркал $r_1, \bar{r}_1, r_2, \bar{r}_2$ и полуоси эллипсоидов a_1 и a_2 , а также углы η_1, η_2 и один из углов записи; другой угол $i_1 (i_2)$ должен быть использован для получения необходимой частоты штрихов. Учет независимых параметров для оптимизации семи коэффициентов H_{ijk} , определяющих aberrации 1–3-го порядков, показывает, что при использовании двух эллипсоидальных зеркал имеется 13 параметров. Ввиду этого в работе [8] при рассмотрении численного примера для записи использовалось лишь одно сферическое зеркало, а второй источник записи был точечным. Тем не менее, даже после такого упрощения взаимосвязи между параметрами записи оказались весьма сложными и многомерная оптимизация проводилась численно. Очевидно, что такой подход не гарантирует получения действительно оптимальных параметров.

Эту задачу предлагается решить в два этапа. На первом этапе проводится аналитическая оптимизация не параметров записи, а коэффициентов aberrаций, например с помощью метода, приведенного в работах [9, 10]. В результате получим оптимальные значения коэффициентов H_{ijk} . На втором этапе необходимо подобрать такую схему записи, параметры которой можно было бы однозначно связать с коэффициентами H_{ijk} .

Анализ формул (1)–(5) показывает, что наиболее простое решение может быть получено, если один из источников записи точечный, а в другом пучке используется цилиндрическое зеркало, причем ось цилиндрической поверхности лежит в меридиональной плоскости. В этом случае $r_1 = r_2 = \infty$ и ход лу-

чей в меридиональной плоскости при записи такой решетки будет таким же, что и при записи обычной голограммной решетки, а именно:

$$H_{200} = T_1 - T_2, H_{300} = -\frac{T_1 \sin i_1}{d_1} + \frac{T_2 \sin i_2}{d_2},$$

$$H_{400} = \frac{T_1}{d_1} \left(\frac{4 \sin^2 i_1}{d_1} - T_1 \right) -$$

$$-\frac{T_2}{d_2} \left(\frac{4 \sin^2 i_2}{d_2} - T_2 \right) + \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{r^2}. \quad (6)$$

Для получения искоемых параметров записи необходимо решить относительно расстояний d_1 и d_2 систему двух уравнений, в которые входят коэффициенты H_{200} и H_{300} . Решение выразится в виде корней квадратного уравнения, подставляя которые в уравнение для коэффициента H_{400} и варьируя одним из углов записи (второй угол связан с первым через коэффициент H_{100}), получим значения параметров записи d_1 , d_2 , i_1 и i_2 .

Расстояние $\bar{d}_1$ найдется из уравнения, определяющего фокусировку изображения в сагиттальном сечении:

$$H_{020} = \frac{1}{\bar{d}_1} - \frac{\cos i_1}{\bar{r}} - \frac{1}{d_2} + \frac{\cos i_2}{\bar{r}}. \quad (7)$$

Затем необходимо найти расстояния от цилиндрического зеркала до источника излучения p_1 и до решетки q_1 . Решая систему уравнений (2) при условии $\bar{r}_1 = \infty$, получим выражения искоемых величин в виде решения корней квадратного уравнения.

Остаются два независимых параметра η_1 и $\bar{r}_1$ и два коэффициента H_{120} и H_{220} , влияющих на составляющие aberrации решетки в направлении дисперсии. Выражение для коэффициентов найдется из формул (4), (5) при условии $r_1 = r_2 = \bar{r}_2 = \infty$, где

$$(F_{22})_1 = -\frac{2(A_{20})_1}{q_1} \sin \eta_1 \cos \eta_1 (1 + 2q_1 \bar{U}_1) -$$

$$-\frac{4(A_{10})_1}{d_1} \sin^2 \eta_1 \cos i_1 \left[\frac{1}{\bar{d}_1} + \frac{(B_{01})_1}{p_1} \right] -$$

$$-\frac{(A_{10})_1^2 (B_{01})_1}{p_1^2} (1 + \sin^2 \eta_1) + \frac{(B_{01})_1}{q_1} \cos \eta_1 \cos i_1 \times$$

$$\times \left\{ \frac{q_1 \cos i_1}{d_1^2} - \frac{\operatorname{tg} \eta_1 \operatorname{tg} i_1}{r} - \frac{2 \operatorname{tg} \eta_1}{d_1} [(A_{10})_1 \sin \eta_1 - \sin i_1] \right\}, \quad (8)$$

а величина

$$(A_{20})_1 = \frac{(A_{10})_1}{2} \left[-\frac{2 \cos i_1}{d_1} (\operatorname{tg} \eta_1 + \operatorname{tg} i_1) + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{tg} i_1}{r} + \frac{(A_{10})_1}{r_1} (1 + 6q_1 U_1 \sec i_1) \operatorname{tg} \eta_1 \right]. \quad (9)$$

Полуширина АФ для решеток, записанных в гомоцентрических и астигматических пучках (в микрометрах)

λ , нм	220	290	356	400
Решетка 1	28,4	33,8	34,2	32,5
Решетка 2	9,0	9,4	8,1	8,2

Подставляя в эти уравнения выражения для расстояний p_1 и q_1 и варьируя величинами η_1 и $\bar{r}_1$, получим их значения для заданных коэффициентов H_{120} и H_{220} . На практике более целесообразно с помощью двух последних параметров численно оптимизировать полуширину аппаратной функции по рабочей области спектра. Для коррекции оставшейся aberrации 3-го порядка, определяемой коэффициентом H_{040} , цилиндрическая поверхность зеркала должна быть не круговой, а эллиптической. Однако эта aberrация оказывает лишь небольшое влияние на распределение спектрального изображения по высоте щели. Таким образом, могут быть определены все параметры схемы записи, определяющие aberrации до 3-го порядка включительно.

Для сравнения коррекционных возможностей различных типов решеток напомним, что для компенсации aberrаций голограммных решеток, записанных без применения дополнительной оптики, имеются три независимых параметра d_1 , d_2 и $i_1(i_2)$, при этом могут быть исправлены лишь две aberrации 1-го порядка и одна aberrация 2-го. У нарезных решеток с искривленными неравноотстоящими штрихами имеется на один независимый параметр больше и в дополнение может быть исправлена одна aberrация 3-го порядка.

В таблице приведены результаты расчетов аппаратной функции (АФ) спектрографа с углом падения 30° в спектральной области 220–400 нм с использованием голограммных решеток с радиусом кривизны 501,2 мм и заштрихованной площадью 50×40 мм. Ширина входной щели равна 7,5 мкм, спектральный порядок – первый. Решетка 1 записана с помощью гомоцентрических пучков с параметрами: $i_1 = 47,522370^\circ$, $i_2 = -18,802020^\circ$, $d_1 = 457,083$, $d_2 = 459,175$; решетка 2 записана астигматическим и гомоцентрическим пучками, при этом в первом пучке использовалось цилиндрическое зеркало: $i_1 = 55,980000^\circ$, $i_2 = -13,355820^\circ$, $d_1 = 344,083$, $d_2 = 440,871$, $\eta_1 = 15^\circ$, $\bar{r}_1 = 435,000$, $p_1 = 125,316$, $q_1 = 218,767$.

Как видим из таблицы, использование цилиндрического зеркала при записи голограммных решеток в данной схеме спектрографа позволяет получить выигрыш в разрешении в 3–4 раза.

Описанный метод применим для решеток, записанных во встречных пучках, для этого в формулах для коэффициентов aberrаций каждый из членов с

индексами 1 и 2 умножается на соответствующий коэффициент преломления (для пучка, падающего со стороны задней поверхности заготовки решетки с показателем преломления n , $n_i = -n$). К независимым параметрам оптимизации в этом случае добавляется показатель преломления подложки решетки, хотя он может изменяться для различных материалов не более чем на 30% своей величины. Этого бывает достаточно для получения преимуществ в оптимизации, если рассматриваются голограммные решетки [11, 12]. Однако в случае использования при записи дополнительного цилиндрического зеркала, когда оптимизированы все aberrации до третьего порядка включительно, преимущества записи во встречных пучках незначительны.

Анализ показывает, что использование в пучках записи дополнительных вогнутых дифракционных решеток [13] подобно применению эллипсоидальных зеркал [8] не дает преимуществ в компенсации aberrаций 1–3-го порядков, при этом само получение оптимального решения затруднено ввиду значительного увеличения числа коррекционных параметров и усложнения связей между ними. Таким образом, предлагаемый способ записи с использованием цилиндрического зеркала в одном пучке представляется предпочтительным по сравнению с другими методами изготовления голограммных решеток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Noda H., Namioka T., Seya M. Geometric theory of the grating // JOSA. 1974. V. 64. № 8. P. 1031–1036.
2. Пейсахсон И.В. Оптимизация параметров оптических систем спектральных приборов // Оптический журнал. 1995. № 12. С. 3–11.
3. Нагулин Ю.С., Павлычева Н.К. Светосильный спектрограф с вогнутой голографической дифракционной решеткой // ОМП. 1982. № 5. С. 29–31.
4. Nazmiev M., Pavlycheva N. New generation spectrographs // Opt. Engin. 1994. V. 33. P. 2777–2782.
5. Noda H., Harada Y., Koike M. Holographic grating recorded using aspheric wave-fronts for a Seya-Namioka monochromator // Appl. Opt. 1989. V. 28. № 20. P. 4375–4380.
6. Palmer C. Theory of second-generation holographic diffraction gratings // JOSA. A. 1989. V. 6. № 8. P. 1175–1188.
7. Grande R., Laget M. Holographic diffraction gratings generated by aberrated wave fronts: application to a high-resolution far-ultraviolet spectrograph // Appl. Opt. 1991. V. 30. № 25. P. 3598–3603.
8. Namioka T., Koike M. Aspheric wave-front recording optics for holographic gratings // Appl. Opt. 1995. V. 34. № 13. P. 2180–2186.
9. Бажанов Ю.В. Расчет параметров неклассических вогнутых дифракционных решеток в схемах монохроматоров с фиксированными щелями // ОМП. 1983. № 9. С. 2–5.
10. Бажанов Ю.В. Определение оптимальных параметров вогнутых дифракционных решеток в установках на круге Роуланда // Опт. и спектр. 1983. Т. 55. В. 6. С. 1053–1058.
11. Пейсахсон И.В., Левандовская Л.Е. Расчет оптимальных параметров монохроматора со сферическими голограммными дифракционными решетками // Опт. и спектр. 1991. Т. 71. В. 1. С. 188–193.
12. Пейсахсон И.В., Левандовская Л.Е. Расчет оптимальных параметров спектрографа с плоским полем со сферическими голограммными дифракционными решетками // Опт. и спектр. 1989. Т. 66. В. 5. С. 1134–1137.
13. Соколова Е.А. Вогнутые дифракционные решетки, записанные во встречных пучках // Оптический журнал. 1999. № 12. С. 88–93.