

## ФОРМАЛИЗАЦИЯ СЦЕНЫ В ЗАДАЧЕ ДЕШИФРИРОВАНИЯ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2007 г. В. Б. Фофанов, канд. техн. наук

ЗАО “Научно-производственная фирма Оптоойл”, г. Казань

E-mail: optooil@tbit.ru

Предлагается математическая модель сцены для построения методов совместного дешифрирования нескольких ее изображений. Цель дешифрирования состоит в выявлении на сцене объектов по их геометрическим признакам. Основными элементами модели являются пиксел, объект, его зона интереса и изображение. Для сравнения пикселов, описываемых векторными случайными величинами, применяется случайное расстояние.

Коды OCIS: 100.0100.

Поступила в редакцию 07.09.2006.

### Введение

Визуальное дешифрирование рассматривается сегодня некоторыми специалистами в качестве основного или даже единственно возможного метода дешифрирования. Однако против такой точки зрения можно привести ряд серьезных возражений. Во-первых, визуальное дешифрирование является принципиально субъективным. Во-вторых, участие человека в дешифрировании может оказаться невозможным, например, из-за отсутствия рядом с оптико-электронной системой средств жизнеобеспечения и канала связи. В-третьих, при скорости съемки, превышающей психофизические возможности восприятия зрительного анализатора, все преимущества визуального дешифрирования становятся бесполезными. Наконец, необходимо отметить, что эксперименты по визуальному дешифрированию нескольких одновременно формируемых изображений, изложенные в работе [1], позволяют утверждать, что зрительный анализатор человека плохо приспособлен к интегрированию подобной видеоинформации. Поэтому, несмотря на некоторое увеличение вероятностей правильного распознавания, отмеченное в ряде экспериментов с двумя изображениями, принципиальным решением задачи дешифрирования является его автоматизация, вначале частичная, а затем и полная.

К сожалению, общепринятой математической теории дешифрирования изображений, которая могла бы служить основой его автоматизации, пока не существует. В настоящей работе описывается математическая модель сцены, используемая в задаче совместного дешифрирования нескольких ее изображений. Они формируются оптико-электронной системой одновременно в нескольких спектральных диапазонах. Предполагается, что на каждом изображении имеется своя система координат и что изображения каждого пиксела сцены в этих систе-

мах имеют одни и те же координаты. Целью дешифрирования является выявление на сцене заданных объектов. Поскольку в общем случае каждый пиксел сцены описывается векторной случайной величиной, то для описания свойств объектов и построения методов применяется так называемое случайное расстояние, введенное в работе [2].

Необходимо отметить, что исследования в этом направлении были начаты в НПО “Государственный институт прикладной оптики” [3, 4] и продолжены в ЗАО “Научно-производственная фирма Оптоойл”.

### Скалярные и векторные сцены

Вначале будем рассматривать реальную сцену как совокупность неделимых элементов, называемых далее пикселами. Каждый пиксел характеризуется индивидуальными целочисленными координатами  $z = (z_1, z_2)$  на двумерной целочисленной решетке  $Z^2 = \{z = (z_1, z_2) : z_1 \in Z, z_2 \in Z\}$  и скалярной случайной величиной  $\xi_z$  со значениями из конечного множества  $Y = \{0, 1, \dots, |Y| - 1\}$ ,  $|Y| > 1$ . Она описывает заданное свойство пиксела. Все случайные величины определены на некотором вероятностном пространстве  $(\Omega, A, P)$ . Счетное семейство  $\xi = (\xi_z)_{z \in Z^2}$  будет называться далее скалярной сценой.

Для каждого  $z \in Z^2$  и каждого элементарного события  $\omega \in \Omega$  можно вычислить выборочное значение  $x_z = \xi_z(\omega)$  случайной величины  $\xi_z$ . Скалярным изображением сцены будет называться отображение  $x: Z^2 \rightarrow Y$ , определяемое равенством  $x = (x_z)_{z \in Z^2}$ .

Как правило, интерес представляют конечные совокупности пикселов. Они будут называться объектами. Каждый объект определяется подмножеством  $A$  точек из  $Z^2$ , являющихся координатами его пикселов, и семейством  $\xi_A = (\xi_a)_{a \in A}$  из  $|A|$  случайных величин. Подмножество  $A$  будет называться

ся далее проекцией объекта. Предполагается, что проекции  $A$  и  $B$  разных объектов не пересекаются.

Если в пикселе с координатами  $z \in Z^2$  измеряется одновременно  $v > 1$  признаков, то для его описания естественно использовать векторную случайную величину  $\xi_z = (\xi_z^j)_{1 \leq j \leq v}$ . Ее компоненты  $\xi_z^j$ ,  $1 \leq j \leq v$ , являются скалярными случайными величинами со значениями из  $Y$ , определенными на том же самом вероятностном пространстве  $(\Omega, A, P)$ . Счетное семейство  $(\xi_z)_{z \in Z^2}$  векторных случайных величин будет называться далее векторной сценой.

Пусть  $\omega \in \Omega$ , для пиксела с координатами  $z \in Z^2$  и каждого  $j$ ,  $1 \leq j \leq v$ , можно вычислить выборочное значение  $x_z^j = \xi_z^j(\omega)$  скалярной случайной величины  $\xi_z^j$ . Скалярным изображением с номером  $j$  ( $j$ -й компонентой) векторной сцены будет называться отображение  $x^j: Z^2 \rightarrow Y$ ,  $1 \leq j \leq v$ , вида  $x^j = (x_z^j)_{z \in Z^2}$ . Таким образом, при  $v > 1$  результатом съемки является набор  $x = (x^j)_{1 \leq j \leq v}$  из  $v$  скалярных изображений. Если для каждого  $z \in Z^2$  определить вектор  $x_z = (x_z^j)_{1 \leq j \leq v}$ , то  $x$  становится векторным отображением  $Z^2 \rightarrow Y^v$  вида  $x = (x_z)_{z \in Z^2}$ . Оно будет называться далее векторным изображением сцены. Основное внимание в настоящей работе уделяется получению результатов, которые имеют место одновременно для скалярных ( $v = 1$ ) и векторных ( $v > 1$ ) сцен.

Очевидно, что объектом с проекцией  $A$  векторной сцены является семейство  $\xi_A = (\xi_a)_{a \in A}$  из  $|A|$  векторных случайных величин.

В настоящей работе будем считать, что случайные величины, образующие сцену, попарно независимы, а случайные величины, образующие объект,  $\xi_A = (\xi_a)_{a \in A}$  имеют, кроме того, одно и то же распределение вероятностей. Для скалярных сцен его среднее значение  $m_A$  и дисперсия  $\sigma_A^2$  являются скалярами. Для векторной сцены будут использоваться вектор средних значений  $m_A = (m_A^j)_{1 \leq j \leq v}$  и ковариационная матрица  $C_A = (c_{ij}^A)$  с элементами  $c_{ij}^A = E(\xi_a^i - m_A^i)(\xi_a^j - m_A^j)$ ,  $a \in A$ .

Поскольку регистрируемые признаки (энергетические яркости) очень изменчивы, то никаких сведений о них заранее не предполагается. Все методы, используемые в ходе дешифрирования, строятся на основе предположения о том, что соседние объекты с проекциями  $A$  и  $B$  должны иметь разные векторы средних значений:  $m_A \neq m_B$  или, что то же самое,  $d(m_A, m_B) > 0$ . С содержательной точки зрения это означает, что среди  $v$  спектральных диапазонов оптико-электронной системы всегда найдется диапазон (хотя бы один) с номером  $j$ ,  $1 \leq j \leq v$ , в котором  $m_A^j \neq m_B^j$ .

Предположение о независимости случайных величин позволяет рассматривать изображение сцены в качестве случайной выборки и использовать его для оценки их средних значений и ковариаций.

На первый взгляд оно может показаться слишком оптимистичным. Однако хорошо известно [5], что оценивать средние значения можно и по выборочным поверхностям (реализациям) однородных, в широком смысле случайных, полей, состоящих из зависимых случайных величин.

## Объекты и их признаки

Напомним, что целью дешифрирования изображений сцены в настоящей работе является выявление на ней заданных объектов, описываемых геометрическими признаками. Прежде всего, это площадь, габаритные размеры, форма и некоторые другие свойства, определяемые по проекции объекта.

Площадь объекта с проекцией  $A$  будет называться количеством  $|A|$  образующих ее пикселов. Для вычисления размеров будет применяться, как правило, евклидово расстояние  $d$  на  $Z^2$ . Габаритными размерами объекта будут называться длины сторон прямоугольника наименьшей площади, описанного вокруг его проекции.

Диаметром объекта с проекцией  $A$  будет называться диаметр  $d(A)$  его проекции, определяемый обычным образом,  $d(A) = \max_{a \in A, b \in A} d(a, b)$ . Очевидно,

что для любого  $t \in Z^2$   $\inf_{z \in Z^2 \setminus \{t\}} d(t, z) = 1$ . Поэтому пикселы с координатами  $z$  и  $t$ , для которых  $d(z, t) = 1$ , будут называться соседями. У каждого пиксела их ровно четыре.

Подмножество  $A$  на  $Z^2$  будет называться связным, если для любых двух пикселов с координатами  $z$  и  $t$  из  $A$ ,  $z \neq t$ , существует последовательность из  $n \geq 2$  пикселов  $(w_j)_{1 \leq j \leq n}$  принадлежащих  $A$  и таких, что  $z = w_1$ ,  $t = w_n$  и  $d(w_j, w_{j+1}) = 1$ ,  $1 \leq j \leq n$ . Проекция всех рассматриваемых в работе объектов предполагаются связными.

Объекты  $\xi_A$  и  $\xi_B$  будут называться соседями, если расстояние  $d(A, B)$  между их проекциями, определяемое обычным образом  $d(A, B) = \inf_{a \in A, b \in B} d(a, b)$ , равно единице.

Значения геометрических признаков заданных объектов или их распределения вероятностей должны быть известны до начала дешифрирования.

## Случайные расстояния

При переходе к описанию пикселов сцены  $v$ -мерными случайными величинами тотчас возникает ряд новых проблем. Во-первых, в ходе съемки каждому пикселу сопоставляется не скаляр, а  $v$ -мерный вектор признаков. К сожалению, в  $v$ -мерном векторном пространстве  $R^v$  отсутствует отношение по-

рядка, сопоставимое по наглядности с таковым из  $R^1$ . Во-вторых, объем выборки, необходимой для оценки неизвестных вероятностей, описывающих изменчивость признаков, зависит экспоненциально от  $v$ . Для решения этих проблем можно воспользоваться введенным в работе [2] случайным расстоянием. Для удобства читателя приведем определение и используемые далее свойства случайного расстояния.

Расстояние  $d$  на  $R^v$  будет называться борелевским, если борелевским является отображение  $d: R^v \times R^v \rightarrow R$ . Из свойств измеримых функций следует, что расстояние Евклида и многие другие известные расстояния являются Борелевскими.

Пусть  $d$  – борелевское расстояние на  $R^v$ , а  $\xi = (\xi_j)_{1 \leq j \leq v}$  и  $\eta = (\eta_j)_{1 \leq j \leq v}$  – векторные случайные величины, определенные на некотором вероятностном пространстве  $(\Omega, A, P)$ . Известно, что в этом случае отображение  $d(\xi, \eta): \Omega \rightarrow R$ , определяемое равенством  $d(\xi, \eta)(\omega) = d(\xi(\omega), \eta(\omega))$ , также будет случайной величиной на  $(\Omega, A, P)$ . Из определения расстояния следует, что при каждом  $\omega \in \Omega$  будут выполняться аксиомы расстояния. Это позволяет назвать отображение  $d$  случайным расстоянием на множестве  $v$ -мерных случайных величин, а случайную величину  $d(\xi, \eta)$  – случайным расстоянием между  $\xi$  и  $\eta$ .

Случайное расстояние позволяет легко обобщить на векторные случайные величины понятие дисперсии. Пусть  $\xi = (\xi_j)_{1 \leq j \leq v}$  – векторная случайная величина,  $m_\xi^j = E\xi_j$ ,  $1 \leq j \leq v$ , и  $m_\xi = (m_\xi^j)_{1 \leq j \leq v}$ . Тогда дисперсией  $\xi$  естественно назвать неотрицательное число  $D\xi$ , определяемое равенством  $D\xi = Ed^2(\xi, m_\xi)$ . Это определение позволяет установить целый ряд полезных свойств векторных случайных величин, включая знаменитое неравенство Чебышева.

1. Если  $\xi = (\xi_j)_{1 \leq j \leq v}$  – векторная случайная величина с конечной дисперсией  $\sigma_\xi^2 = D\xi$ , то при любом вещественном  $k > 0$  выполняется неравенство  $P(d(\xi, m_\xi) \geq k\sigma_\xi) \leq 1/k^2$ .

Следующее утверждение позволяет оценить вероятность отклонения случайного расстояния  $d(\xi, \eta)$  между случайными величинами от расстояния  $d(m_\xi, m_\eta)$  между их средними значениями.

2. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  – векторные случайные величины,  $m_\xi$  и  $m_\eta$  – их векторы средних значений, а  $\sigma_\xi^2$  и  $\sigma_\eta^2$  – их конечные дисперсии. Тогда для любого вещественного  $k > 0$  выполняется неравенство  $P(|d(\xi, \eta) - d(m_\xi, m_\eta)| \geq k(\sigma_\xi + \sigma_\eta)) \leq 1/k^2$ .

Далее в качестве  $d$  будет использоваться евклидово расстояние. Из его определения тотчас следует, что  $D\xi = D\xi_1 + \dots + D\xi_v$ .

3. Если  $\xi$  и  $\eta$  – попарно независимые векторные случайные величины,  $a \in R$  и  $b \in R$ , то  $D(a\xi + b\eta) = a^2D\xi + b^2D\eta$ .

Пусть  $\sigma_\xi^2 = D\xi$ . Легко проверить непосредственно, что для любого вектора  $m = (m_j)_{1 \leq j \leq v}$  из  $R^v$  имеет место равенство  $Ed^2(\xi, m) = \sigma_\xi^2 + d^2(m_\xi, m)$ . Из него тотчас следует неравенство  $Ed^2(\xi, m) \geq \sigma_\xi^2$ , обобщающее на векторные случайные величины важное свойство дисперсии скалярных случайных величин.

Если  $\xi$  и  $\eta$  независимы, то легко убедиться в справедливости равенства  $Ed^2(\xi, \eta) = \sigma_\xi^2 + d^2(m_\xi, m_\eta) + \sigma_\eta^2$ .

Будем говорить, что последовательность  $\xi_n = (\xi_{n,j})_{1 \leq j \leq v}$ ,  $n \geq 1$ , векторных случайных величин сходится по вероятности к векторной случайной величине  $\xi = (\xi_j)_{1 \leq j \leq v}$ , и обозначать это символом  $\xi_n \rightarrow \xi$ , если последовательность  $(d(\xi_n, \xi))_{n \geq 1}$  скалярных случайных величин сходится по вероятности к нулю. Другими словами, если  $P(d(\xi_n, \xi) > \varepsilon) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow +\infty$  для любого  $\varepsilon > 0$ , имеет место следующее свойство.

4. Пусть  $(\xi_n)_{n \geq 1}$  – последовательность независимых векторных случайных величин таких, что  $E\xi_n = m$  и  $D\xi_n = \sigma^2$  для любого  $n \geq 1$ . Тогда последовательность  $(\eta_n)_{n \geq 1}$  вида  $\eta_n = (\xi_1 + \dots + \xi_n)/n$  сходится по вероятности к  $m$  при  $n \rightarrow +\infty$ .

## Зоны интереса

Для распознавания объектов по геометрическим признакам необходимо знать их проекции. Разбиение  $Z^2$  на проекции образующих сцену объектов называется, как известно, сегментацией. В общем случае для решения этой задачи необходимо располагать довольно подробными сведениями о сцене, которые на этапе дешифрирования, как правило, отсутствуют. В частном случае, когда дешифрирование проводится с целью выявления заданных объектов, вместо сегментации всей сцены можно ограничиться сегментацией только таких ее участков, которые содержат заданный объект и окружающие его пиксели (окрестность). Такие участки были названы зонами интереса. Для скалярных сцен, когда  $v = 1$ , их определение дано в работе [6]. Общий случай рассматривается ниже.

Пусть  $\xi_A = (\xi_a)_{a \in A}$  – заданный объект с вектором средних значений  $m_A = (m_A^j)_{1 \leq j \leq v}$  и диаметром  $d(A)$ . Очевидно, что для любого  $l \geq d(A) + 2$  существует квадрат  $C$  на  $Z^2$  со стороной  $l$  такой, что  $A \subset (C \setminus \text{Fr}(C))$ . Символ  $\text{Fr}(C)$  обозначает границу квадрата  $C$ , т. е. подмножество его точек, имеющих соседей в  $Z^2 \setminus C$ . Будем называть семейство  $v$ -мерных случайных величин вида  $\xi_C = (\xi_c)_{c \in C}$  зоной интереса для элемента сцены  $\xi_A = (\xi_a)_{a \in A}$ , если все  $\xi_c$ ,  $c \in C \setminus A$ , имеют одно и то же распределение вероятностей с вектором  $m_{C \setminus A} = (m_{C \setminus A}^j)_{1 \leq j \leq v}$  средних значений и если  $d(m_A, m_{C \setminus A}) > 0$ .

Из определения зоны интереса следует, что каждый ее пиксел может принадлежать только к объекту

$\xi_A$  или его окрестности  $\xi_{CM}$  (фону). В частном случае, когда  $v = 1$ , неравенство  $d(m_A, m_{CM}) > 0$  принимает вид  $|m_A, m_{CM}| > 0$ , а при известном знаке контраста –  $m_A > m_{CM}$  (объект светлее фона) или  $m_A < m_{CM}$  (объект темнее фона).

Так как свойства зон интереса отличаются от свойств пустых квадратов таких же размеров, то зоны интереса можно рассматривать в качестве вспомогательных элементов сцены. В связи с этим целесообразно начать дешифрирование с поиска зон интереса, а сегментацию и все остальные операции выполнять только в них. При успешном решении задачи поиска зон интереса такой подход может заметно снизить потребность в вычислительных ресурсах.

Отметим, что поиск зон интереса скалярных сцен ( $v = 1$ ) подробно рассмотрен в работе [6]. Показано, что дополнительная информация о знаке контраста позволяет значительно снизить вероятность ложного обнаружения зоны.

### Заключение

В работе предложена модель сцены, предназначенная для автоматизации совместного дешифрирования ее изображений, цель которого состоит в выявлении заданных объектов. Все пиксели сцены описываются векторными случайными величинами. Каждый объект является семейством независимых и одинаково распределенных векторных случайных величин, определенных на конечном подмножестве целочисленной решетки  $Z^2$ . Оно называется проекцией объекта. Объекты, подлежащие выявлению, описываются геометрическими призна-

ками или их распределениями вероятностей. Никаких данных о расположении объектов, их ориентации или спектральных признаках не предполагается. Исходной информацией о сцене служит набор ее изображений.

Рассмотренная модель сцены будет использоваться далее для решения задач поиска зон интереса, сегментации зон интереса и вычисления геометрических признаков объектов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов В.П., Алексеев Ю.В., Аллик Ю.А. и др. Эффективность комплексирования разноканальных изображений при опознавании объектов // Оптический журнал. 1992. Т. 59. № 2. С. 20–24.
2. Фофанов В.Б., Чемоданов К.Ю. О выборе признаков для классификации пикселей цветных изображений // Актуальные проблемы математического моделирования и информатики. Материалы научной конференции. Казань: Изд-во Казанского математического общества, 2002. С. 102–105.
3. Краснова Ф.С., Фофанов В.Б. Об автоматическом дешифрировании аэрокосмических изображений. Ч. I // Автометрия. 1993. № 6. С. 79–83.
4. Краснова Ф.С., Фофанов В.Б. Об автоматическом дешифрировании аэрокосмических изображений. Ч. II // Автометрия. 1994. № 1. С. 56–59.
5. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Свойства выборочных функций и их приложения / Пер. с англ. М.: Мир, 1969. 400 с.
6. Bourylin S.A., Fofanov V.B. Generalized Spot Criterion as Applied for Image Deciphering // Pattern Recognition and Image Analysis. 2004. V. 14. № 2. P. 243–248.