

# КОМПЕНСАЦИЯ ДИСТОРСИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОМ КОНТРОЛЕ ВНЕОСЕВЫХ АСФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ НУЛЬ-КОРРЕКТОРОВ

© 2011 г. В. А. Горшков\*, канд. техн. наук; В. А. Кутвицкий\*\*; А. С. Савельев\*

\* Научно-производственное объединение “Оптика”, Москва

\*\* “Интел-2002”, Москва

E-mail: optikal@prooptica.ru, vak144@yandex.ru

Описывается способ интерференционного контроля внеосевых асферических поверхностей с применением нуль-корректоров волнового фронта, а также алгоритм и программа для учета дисторсии при построении топографических карт внеосевых асферических поверхностей, формообразование которых осуществляется на автоматизированных полировально-доводочных станках с компьютерным управлением.

**Ключевые слова:** нуль-корректор волнового фронта, дисторсия, автоматизированное формообразование, топографическая карта, интерферометр, внеосевое асферическое зеркало.

Коды OCIS: 220.4610

Поступила в редакцию 25.10.2010

При формообразовании оптических поверхностей внеосевых асферических зеркал [1] одним из способов контроля их формы является применение нуль-корректоров волнового фронта, формирующих требуемый асферический фронт, совпадающий с номинальной формой поверхности. На рис. 1 показана схема интерферометра Тваймана–Грина, реализующая указанный способ.

Основная проблема в применении этого способа на практике состоит в необходимости требуемой точности ориентации контролируемого зеркала и интерферометра с нуль-корректором, а также обеспечение заданной погрешности внеосевого параметра изготавливаемого зеркала. Для решения этой проблемы в схему интерферометра устанавливается вспомогательное сферическое зеркало малого диаметра (50–100) мм

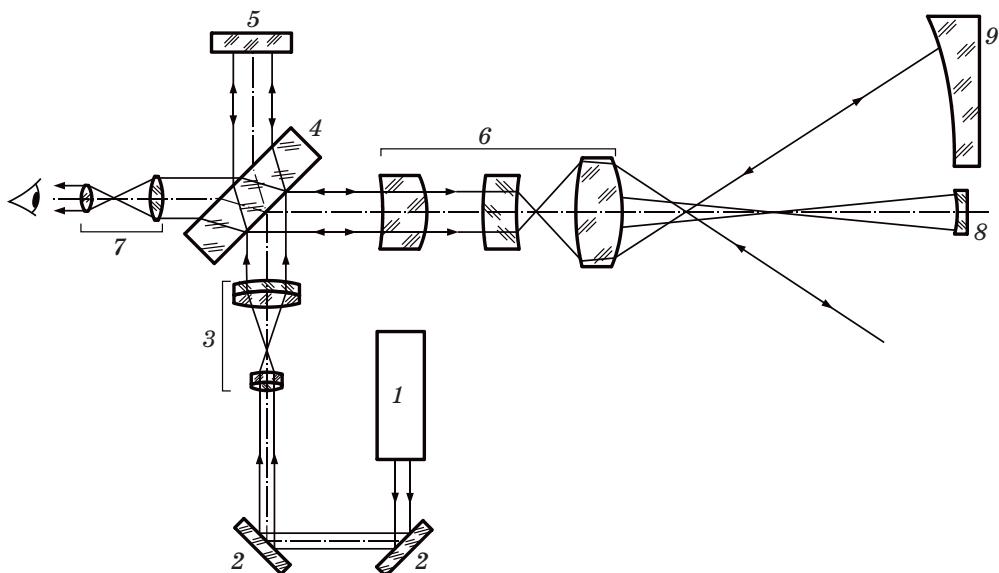


Рис. 1. Принципиальная схема интерферометра в рабочей ветви. 1 – лазер, 2 – поворотное зеркало, 3 – телескопическая система, 4 – светоделитель, 5 – плоское образцовое зеркало, 6 – нуль-корректор, 7 – объектив регистрации, 8 – вспомогательное сферическое зеркало, 9 – контролируемое зеркало.

с радиусом кривизны, совпадающим с контролируемым зеркалом в пределах допуска на радиус кривизны при его вершине.

Волновой фронт, формируемый нуль-корректором в параксиальной области, практически не отличается от сферического. Поэтому настройку интерферометра на интерференционную картину легко обеспечить от вспомогательного зеркала в виде “бесконечно-широкой” полосы или прямых полос, что является критерием правильного взаимного положения вспомогательного зеркала и интерферометра, а ориентацию контролируемого зеркала осуществлять по отношению к вспомогательному зеркалу и нуль-корректору.

Основной особенностью контроля асферических поверхностей с применением нуль-корректоров является наличие дисторсии, искажающей изображение контролируемых зеркал в плоскости фотоприемного устройства интерферометра, которая должна быть рассчитана и учтена при построении топографических карт контролируемых поверхностей. Это обстоятельство привело к необходимости совершенствования технологического программного обеспечения, используемого при автоматизированном формообразовании внеосевых асферических зеркал. Ниже приводится алгоритм разработанной программы учета дисторсии при построении топографических карт поверхностей внеосевых асферических зеркал, контролируемых с помощью нуль-корректоров.

Рассмотрим точечное отображение вида

$$\mathbf{R} = b\mathbf{r} + Fr^2\mathbf{r}, \quad (1)$$

осуществляемого оптической системой. Здесь  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки в плоскости объекта,  $\mathbf{R}$  – радиус-вектор ее образа в плоскости изображения. Обе плоскости перпендикулярны оптической оси системы, причем начала обеих систем координат лежат на этой оси. Коэффициент  $b$  – увеличение в центре изображения,  $F$  – параметр дисторсии.

Введем экспериментально измеряемое увеличение на краю

$$M = R_0/r_0,$$

где  $R_0$  определяет изображение наиболее удаленной от оси точки объекта (детали) с координатами  $r_0 = (x_0, y_0)$ .

Из формулы (1) следует, что  $R_0 = br_0 + Fr_0^3$ , т. е.  $M = b + Fr_0^2$ , что позволяет исключить из нее неизвестный параметр  $b$ , т. е.

$$R = (M - Fr_0^2)r + Fr_0^3.$$

Здесь произошел переход к скалярной записи с учетом параллельности  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{R}$ . Переидем также к безразмерным переменным, разделив последнее равенство на  $R_0$

$$\begin{aligned} R/R_0 &= (M - Fr_0^2)r/R_0 + Fr_0^3/R_0 = \\ &= [1 - (Fr_0^2)/M]r/r_0 + (Fr_0^2)/M(r/r_0)^3. \end{aligned}$$

Введем обозначения  $\eta = R/R_0$ ,  $\xi = r/r_0$ ,  $\Phi = (Fr_0^2)/M$  и окончательно запишем

$$\eta = (1 - \Phi)\xi + \Phi\xi^3. \quad (2)$$

Рассмотрим обусловленное дисторсией отклонение отображения (2) от линейного. Запишем выражение (2) в виде

$$\eta - \xi = -\Phi(\xi - \xi^3). \quad (3)$$

Качественный вид зависимости  $\delta(\xi) \equiv (\eta - \xi)$  от  $\xi$  показан на рис. 2. В точке минимума этой кривой  $d\delta(\xi)/d\xi = 0$  и

$$\{d[\Phi(\xi - \xi^3)]/d\xi\}_{\xi=\xi_{\min}} = \Phi(1 - 3\xi_{\min}^2) = 0,$$

откуда

$$\xi_{\min} = 1/\sqrt{3} \approx 0,577. \quad (4)$$

Тогда максимальное по абсолютной величине значение  $(\eta - \xi)$  равно

$$\delta_{\max} = |\eta - \xi|_{\max} = \Phi(\xi_{\min} - \xi_{\min}^3) = 2\Phi/(3\sqrt{3}). \quad (5)$$

Для перехода к физическим переменным умножим  $\delta_{\max}$  на  $r_0$ , чтобы получить максимальное отклонение от линейности в масштабе детали

$$\Delta_{\max} \equiv r_0\delta_{\max} = (2Fr_0^4)/(3\sqrt{3}R_0).$$

Таким образом, если величина  $\Delta_{\max}$  известна, то входящий в отображение (1) параметр дисторсии определяется формулой

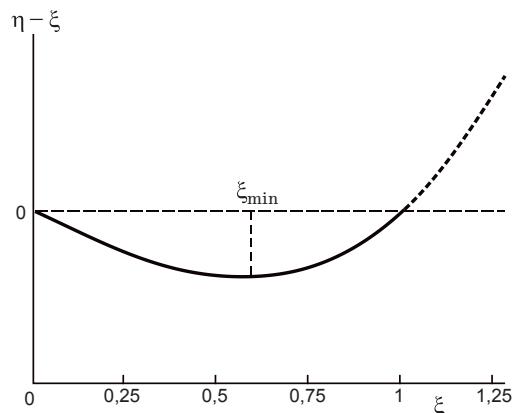


Рис. 2. Отклонение изображения в оптической системе с дисторсией.

$$F = (3\sqrt{3}R_0\Delta_{\max})/(2r_0^4), \quad (6)$$

или в безразмерном виде

$$\Phi = (3\sqrt{3}\Delta_{\max})/(2r_0^4). \quad (7)$$

Напомним, что необходимость исправления изображения зеркала на интерферограмме связана с требованием привязки топографической карты поверхности, полученной из анализа этой интерферограммы, к реальной геометрии зеркала. На практике отличие видимой на интерферограмме геометрии от реальной может быть весьма значительным, например, для оптической системы с  $\Delta_{\max} \approx 200$  мм и  $r_0 \approx 1200$  мм величина  $\Phi \approx 0,4$ . Зависимость (2) для этого случая имеет вид, показанный на рис. 3, где видно значительное отклонение отображения от линейного при выбранных  $\Delta_{\max}$  и  $r_0$ .

При автоматизированном формообразовании асферической поверхности [2] топографическая карта ее отклонений от номинальной формы, восстановленная по интерферограмме, формируется в узлах прямоугольной сетки, привязанной к исходному изображению. Очевидно, что после учета дисторсии эта сетка деформируется вместе с изображением поверхности, к которому она привязана. Поэтому после коррекции изображения необходимо интерполировать топографическую карту со старой сетки на новую, прямоугольную, учитывающую изменившиеся параметры изображения зеркала.

Таким образом, полная процедура восстановления исходной геометрии поверхности зеркала состоит из двух основных шагов – коррекции изображения контролируемого зеркала с учетом дисторсии с внесением необходимых поправок в координаты характерных точек зеркала и интерполяции топографической карты поверхности на новую прямоугольную сетку, привязанную к исправленному изображению.

В свою очередь, процедура коррекции изображения сводится к восстановлению исходного распределения яркости  $B(\xi)$  в плоскости объекта и последующему линейному приведению этого распределения к нужному масштабу. Символически этот процесс можно записать следующим образом:

$$B(\boldsymbol{\eta}) \rightarrow B(\xi), \quad B(\xi) \rightarrow B(\boldsymbol{\eta}').$$

На первом шаге используется отображение, показанное на рис. 3. При этом каждой точке  $r_0\xi = (x, y)$  на плоскости объекта приписывается значение яркости соответствующей ей

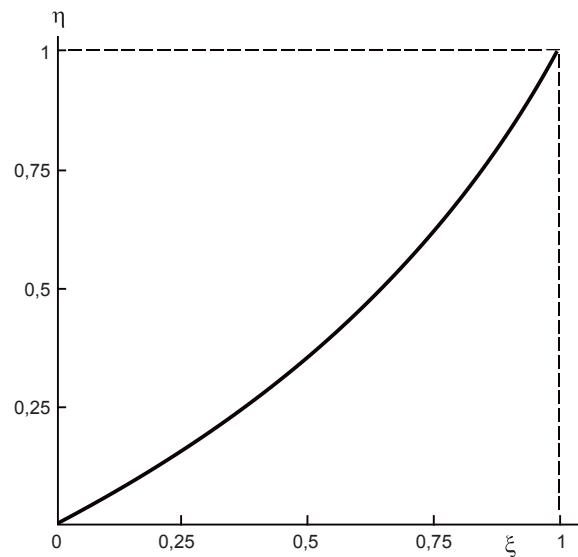


Рис. 3. Зависимость  $\eta(\xi)$ , определяющая отображение (2) при  $\Phi \approx 0,4$ .

точки  $R_0\boldsymbol{\eta} = (X, Y)$  плоскости исходного изображения. Положение последней определяется формулой (2), которую можно записать в векторном виде

$$\boldsymbol{\eta} = \xi(1 - \Phi + \Phi\xi^2). \quad (8)$$

Полученное таким образом распределение  $B(\xi)$  опять проецируется на плоскость изображения, но уже линейно. Для этого выбрано простейшее отображение

$$\boldsymbol{\eta}' = \xi. \quad (9)$$

Здесь вектор  $\boldsymbol{\eta}'$ , начала которого также находится на оптической оси, определяет новое (исправленное) положение проекции точки  $r_0\xi = (x, y)$ . Заметим, что благодаря выбранному масштабу отображение (9) сохраняет неподвижной опорную точку  $R_0$ . Действительно, точке  $\eta = 1$  соответствует  $\xi = 1$  (см. (2)), но тогда и  $\eta' = 1$ , а  $R' = R_0\eta' = R_0$ .

Объединяя выражения (8) и (9), чтобы исключить промежуточные операции, запишем окончательно формулы для исправления aberrации в плоскости изображения

$$\begin{aligned} \eta_x &= \eta'_x(1 - \Phi + \Phi\eta'^2), \\ \eta_y &= \eta'_y(1 - \Phi + \Phi\eta'^2), \\ \eta'^2 &= \eta_x^2 + \eta_y^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Напомним, что в этих формулах вектор  $\boldsymbol{\eta}$  определяет точку исходного изображения, а  $\boldsymbol{\eta}'$

соответствует ее скорректированному положению.

Приведенные выше соображения применимы к любым изображениям, как аналоговым, так и цифровым. На практике в настоящее время используются цифровые фотокамеры, создающие дискретные изображения. Такие изображения можно рассматривать как результат разбиения исходного непрерывного распределения яркости на отдельные равноотстоящие ячейки одинакового размера. Средняя яркость каждого из базовых цветов в ячейке оценивается по дискретной шкале, а результат для всего набора ячеек сохраняется в виде двумерного массива данных, размер которого зависит от подробности шкалы дискретизации. В описанной далее программе “Distorsia Updated”, использующей алгоритм исправления aberrации (дисторсии), предполагается, что входное изображение представляет собой растровый графический файл, сохраненный в одном из графических форматов – BMP, TIFF, GIF (или JPEG, если не предъявляются особых требований к передаче мелких деталей). При этом цветовое разрешение не должно превышать 256 градаций (или 8 битов) на каждый базовый цвет.

Программа обеспечивает выполнение минимального набора основных и ряда специфических операций с изображением. Этот набор включает в себя

а) загрузку файла изображения и его вывод на дисплей,

б) горизонтальное и вертикальное выравнивание изображения по маркерам, указанным пользователем,

в) инвертирование изображения, его масштабирование и повороты,

г) вывод на экран маркеров положений оптической оси системы и наиболее удаленной точки  $R_0$ , а также верхней, нижней, правой и левой границ зеркала (устанавливаются пользователем в интерактивном режиме),

д) ввод пользователем измеренного на стенде значения  $r_0$  (мм),

е) ввод значения  $\Delta_{\max}$  (мм) – расчетной или экспериментально определяемой характеристики оптической системы (нуль-корректор),

ж) вычисление  $M$  и  $\Phi$  с использованием заданных пользователем значений  $\Delta_{\max}$ ,  $r_0$  и  $R_0$ ,

з) загрузка файла топографической карты, соответствующей данной интерферограмме, и вывод на экран используемой в нем сетки с привязкой к характерным точкам, введенным пользователем,

и) выделение в памяти компьютера нового массива с размерностями исходного изображения и его поточечное заполнение с использованием формул (10),

к) преобразование массива к стандартному формату растровых графических файлов (BMP) и сохранение этого файла на диск, вывод на экран нового изображения и деформированной сетки узлов топографической карты,

л) предоставление пользователю возможности перенести маркеры границ зеркала в новые точки в соответствии с изменившейся геометрией,

м) пересчет топографической карты на новую сетку, привязанную к изменившейся геометрии изображения и запись исправленного таким образом файла топографической карты на диск для использования при подготовке сеанса обработки.

Рассмотрим операции, выполняемые в пункте (и). Пусть  $w$  и  $h$  – ширина и высота изображения соответственно, а ячейки массива нумеруются индексами  $i = 0, 1, \dots, w - 1$ ,  $j = 0, 1, \dots, h - 1$ , причем положение оптической оси соответствует элементу с индексами  $i_c, j_c$ . Тогда координаты элементов нового массива равны  $R_0\eta'_{ji} = (i - i_c, j - j_c)$  и  $\eta'^2_{ji} = [(i - i_c)^2 + (j - j_c)^2]/R_0^2$ .

Как следует из формул (10), яркость пикселя  $R_0\eta'_{ji}$  определяется точкой  $R_0\eta$  с координатами

$$X = i_c + (i - i_c)\{1 - \Phi + \Phi[(i - i_c)^2 + (j - j_c)^2]/R_0^2\} + 0,5,$$

$$Y = j_c + (j - j_c)\{1 - \Phi + \Phi[(i - i_c)^2 + (j - j_c)^2]/R_0^2\} + 0,5.$$

Здесь и далее координаты пикселя относятся к его центральной точке.

Поскольку координаты  $(X, Y)$ , определяемые радиус-вектором  $R_0\eta(\eta'_{ji})$ , *a priori* не являются целыми числами, при оценке яркости в точке  $(X, Y)$  применяется интерполяция – биквадратная аппроксимация по 9 ближайшим соседям.

Если  $X > 0$  и  $Y > 0$ , то точка  $(X, Y)$  принадлежит пиксели с индексами  $I = E(X)$ ,  $J = E(Y)$ , где  $E(x)$  – операция взятия целой части числа. Точки, соответствующие  $X < 0$ ,  $Y < 0$ ,  $X > w$ ,  $Y > h$ , на исходном изображении отсутствуют, и в этом случае можно положить яркость пикселя  $R_0\eta'_{ji}$ , равной нулю. В остальных случаях значение яркости в точке  $(X, Y)$  оценивается с использованием разложения по степеням

$u = X - (I + 0,5)$ ,  $v = Y - (J + 0,5)$ :

$$B(X, Y) = B(I, J) + B_x u + B_y v + \\ + B_{xx} u^2 / 2 + B_{yy} v^2 / 2 + B_{xy} u v,$$

где все производные относятся к центральной точке пикселя  $(I, J)$ . Эти производные вычисляются приближенно по “трехточечным” формулам

$$B_x(I, J) = [B(I + 1, J) - B(I - 1, J)] / 2, \\ B_y(I, J) = [B(I, J + 1) - B(I, J - 1)] / 2, \\ B_{xx}(I, J) = B(I + 1, J) - 2B(I, J) + B(I - 1, J), \\ B_{yy}(I, J) = B(I, J + 1) - 2B(I, J) + B(I, J - 1), \\ B_{xy}(I, J) = [B(I + 1, J + 1) - B(I - 1, J + 1) - \\ - B(I + 1, J - 1) + B(I - 1, J - 1)] / 4.$$

Очевидно, эти выражения применимы только при  $w > 2$  и  $h > 2$ , что, конечно, справедливо во всех случаях, представляющих практический интерес. Заметим также, что для использования трехточечных формул на краях изображения, когда  $I = 0$  или  $I = w - 1$ , приходится смещать центральную точку в этих выражениях (и в определениях  $u$  и  $v$ ), рассматривая пикセル  $(1, J)$  вместо  $(0, J)$  и  $(w - 2, J)$  вместо  $(w - 1, J)$ . То же самое, разумеется, справедливо для случаев  $J = 0$  и  $J = h - 1$ .

Пересчет топографической карты на новую сетку в пункте (м) также требует применения интерполяции по ближайшим узлам. Учитывая малость перепадов интерполируемых высот  $u$ , соответственно, малость углов нормали с вертикалью, представляется разумным использовать простейшее приближение – линейную аппроксимацию по трем ближайшим соседям. Это приближение оказывается вполне удовлетворительным, если не рассматривать экстремальные деформации исходной сетки, не встречающиеся на практике. При реализации этого подхода для каждого узла новой сетки находятся три ближайших узла исходной. Эти узлы старой сетки смещены относительно их регулярного положения на перво-

начальном изображении в результате устранения дисторсии. В предлагаемом алгоритме для интерполяции используются три узла, удовлетворяющие двум условиям – эти узлы являются ближайшими к данному узлу новой сетки и среди всех ближайших узлов эти три образуют треугольник, содержащий данный новый узел.

Значение высоты поверхности в новом узле определяется пересечением вертикали, построенной в этом узле, с плоскостью треугольника, образованного точками поверхности, соответствующими выбранным узлам старой сетки. Если оказывается, что второе условие не может быть выполнено вблизи границ зеркала, используется экстраполяция по уже заполненным внутренним узлам. Следует отметить, что любая процедура интерполяции может давать не вполне корректные значения вблизи границ детали сложной конфигурации. Обычно это проявляется в появлении лишних узлов, выходящих за габариты зеркала. Для того чтобы такие ошибки не затрудняли дальнейшие операции, пользователю предоставляется возможность стереть лишние узлы до сохранения файла топографии на диск.

В заключение следует отметить, что разработанная программа “Distorsia Updated” как составляющая часть технологической программы автоматизированного формообразования АДК успешно применялась при формообразовании целого ряда внеосевых асферических зеркал различной конфигурации наружного периметра.

С использованием указанной программы в 2009 г. изготовлено 12 асферических внеосевых зеркал диаметром от 200 до 1000 мм.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мирошников М.М., Любарский С.В., Химич Ю.П. Зеркала оптических телескопов // ОМП. 1990. № 9. С. 3–18.
2. Савельев А.С., Семенов А.П., Абдулкадыров М.А., Горшков В.А. Способ формообразования поверхностей оптических деталей // А.с. № 1324829. Бюл. изобр. 1987. № 27.