

DOI: 10.17586/1023-5086-2022-89-09-20-29

УДК 535.317

# Анализ аберраций децентрированных линз для компенсации конфликта конвергенции и аккомодации в системах виртуальной реальности

Галина Эдуардовна Романова<sup>1</sup>, Нгок Шон Нгуен<sup>2</sup>✉

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

<sup>1</sup>romanova\_g\_e@mail.ru <https://orcid.org/0000-0001-9348-8540><sup>2</sup>sonitmo@gmail.com <https://orcid.org/0000-0002-9456-985X>

## Аннотация

**Предмет исследования.** Оптические системы виртуальной реальности, в которых предложено использовать децентрированные линзы, позволяющие устранить или уменьшить конфликт конвергенции и аккомодации, который приводит к дискомфорту или быстрой утомляемости наблюдателя в большинстве таких систем. **Целью работы** являются исследование возможности применения децентрированных линз для компенсации конфликта конвергенции и аккомодации в системах виртуальной реальности и поиск оптимальной конфигурации двухкомпонентной оптической системы. **Методы.** Проанализированы как необходимые значения децентрировки в случае смещения одного или обоих компонентов, так и аберрационные зависимости. **Основные результаты.** На основе соотношений теории аберрации третьего порядка получены более точные формулы для аберраций, вносимых в оптическую систему децентрированными линзами при относительно большом смещении линз. Показано, что минимальная децентрировка и, следовательно, минимальные аберрации, обеспечиваются в схеме при децентрировке обоих компонентов. Представлен пример оптической системы с децентрированными линзами, разработанный с учетом требований к габаритным размерам и высокого качества изображения. **Практическая значимость.** Полученные формулы для аберраций децентрированных линз позволяют оценить влияние поперечного смещения линз на качество изображения системы виртуальной реальности и могут также применяться для анализа аберраций децентрировки в других схемах. Предложенные решения оптических схем могут найти применение в системах виртуальной реальности с уменьшенным значением конфликта конвергенции и аккомодации.

**Ключевые слова:** виртуальная реальность, конфликт конвергенции и аккомодации, аберрации, децентрированные линзы, кома, астигматизм, кривизна поля изображения

**Ссылка для цитирования:** Романова Г.Э., Нгуен Н.Ш. Анализ аберраций децентрированных линз для компенсации конфликта конвергенции и аккомодации в системах виртуальной реальности // Оптический журнал. 2022. Т. 89. № 9. С. 20–29. DOI: 10.17586/1023-5086-2022-89-09-20-29

Коды OCIS: 330.1400, 090.1000, 050.1970

## ВВЕДЕНИЕ

Технологии виртуальной и дополненной реальности активно развиваются и становятся все более популярными во многих областях нашей жизни, таких как обучение, развлечения, медицина и другие области. Тем не менее, в таких системах все еще существуют

некоторые ограничения [1–3], из-за которых пользователи чувствуют дискомфорт при использовании. При этом конфликт аккомодации и конвергенции присутствует во всех типичных системах виртуальной и дополненной реальности и является фундаментальной проблемой, которая приводит к ощущениям

дискомфорта и усталости пользователя [4, 5]. Чтобы преодолеть это ограничение, предложено множество решений, к которым можно отнести дисплеи с переменным фокусным расстоянием или переменной плоскостью фокусировки [6, 7], дисплеи с несколькими плоскостями изображения — мультифокальные [8, 9], дисплеи светового поля [10, 11] и др. Таким образом, известные решения этой проблемы в основном предполагают использование достаточно громоздких и сложных оптических схем [12,13] и/или алгоритмов отслеживания взгляда.

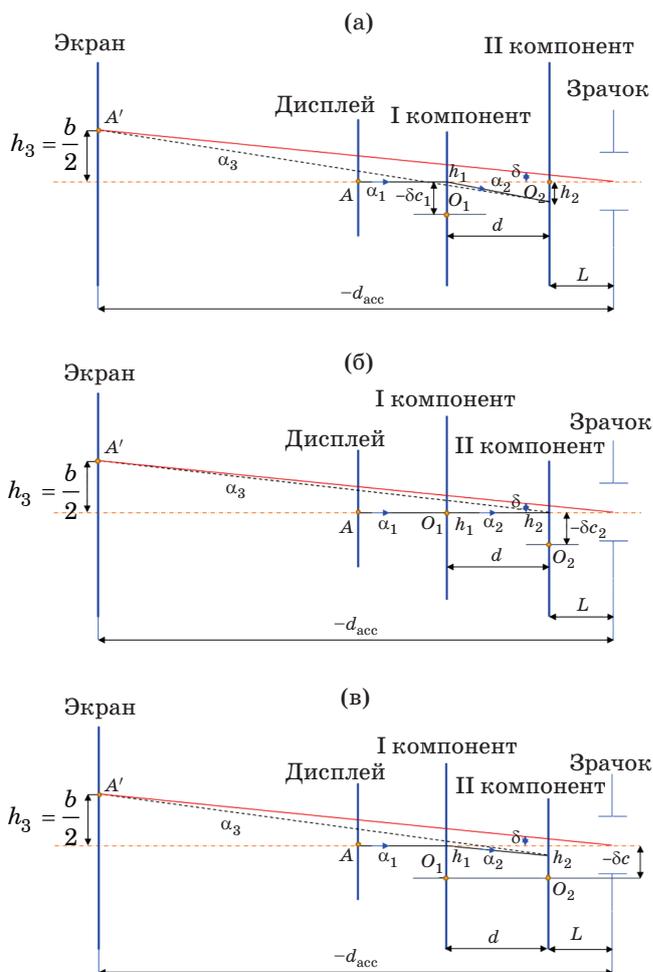
Один из способов построения системы с уменьшенным конфликтом конвергенции и аккомодации — использование децентрированной линзы [14]. Выражения, полученные ранее [14], позволяют оценить также зону комфорта при выборе определенных параметров системы (фокусного расстояния оптической системы, а также расстояния, на котором формируется изображение). Таким образом, децентрированные линзы позволяют изменить угол зрительной оси, однако они вносят в оптическую систему (ОС) дополнительные aberrации, обусловленные относительно большим смещением. Поэтому для решения вопроса, насколько должна быть видоизменена система для получения высокого качества изображения, необходимо выполнить анализ наиболее критических aberrаций при характеристиках, типичных для современных систем виртуальной реальности (ВР), а также рассмотреть возможность коррекции этих aberrаций для обеспечения выбора оптимальной схемы ОС.

Целью работы являются анализ особенностей использования децентрированных линз для компенсации или уменьшения конфликта конвергенции и аккомодации в системах ВР и поиск оптимальной конфигурации двухкомпонентной ОС.

### УСТРАНЕНИЕ КОНФЛИКТА КОНВЕРГЕНЦИИ И АККОМОДАЦИИ ЗА СЧЕТ ДЕЦЕНТРИРОВАННЫХ ЛИНЗ

Для расчета и исследования ОС ВР с целью устранения конфликта конвергенции и аккомодации будем рассматривать систему, в которой может быть две линзы. Такой выбор обусловлен тем, что анализ литератур-

ных источников [15, 16] и собственные расчеты показали, что достижение хорошего качества изображения при требуемых для современных систем ВР характеристиках возможно при использовании как минимум двух линзовых элементов. При этом децентрировка линз в этом случае требуется для отклонения зрительной оси на угол, соответствующий



**Рис. 1.** Принципиальная схема работы системы при децентрировке линз (а — смещение первой линзы, б — смещение второй линзы, в — смещение обеих линз) для одного канала (с одним глазом).  $A$  — осевая точка дисплея,  $A'$  — изображение точки  $A$ ,  $b$  — межзрачковое расстояние,  $L$  — положение зрачка глаза наблюдателя относительно системы,  $\delta$  — угол конвергенции,  $d_{acc}$  — расстояние аккомодации,  $d$  — расстояние между двумя линзами,  $\delta c_1$ ,  $\delta c_2$ ,  $\delta c$  — соответственно смещение первой линзы, второй линзы и обеих линз,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  — тангенсы углов, образованных первым вспомогательным лучом с осью,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  — высоты луча на главных плоскостях преломляющего компонента,  $O_1$ ,  $O_2$  — центры линз

Таблица 1. Расчет смещения линз для устранения конфликта аккомодации и конвергенции

Варианты смещения линз	Расчет хода луча	Децентрировка компонентов
Смещение первой линзы	$\alpha_2 = -\delta c_1 \varphi_1, h_2 = h_1 - \alpha_2 d,$ $\alpha_3 = \alpha_2 + h_2 \varphi_2, h_3 = h_2 - \alpha_3 (d_{\text{acc}} + L),$ $h_3 = \delta c_1 \varphi_1 [d - (1 - d \varphi_2)(d_{\text{acc}} + L)]$	$\delta c_1 = \frac{b}{2\varphi_1 [d - (-1 + d\varphi_2)(d_{\text{acc}} + L)]}$
Смещение второй линзы	$\alpha_2 = 0, h_1 = h_2 = 0, \alpha_3 = -\delta c_2 \varphi_2,$ $h_3 = h_2 - \alpha_3 (d_{\text{acc}} + L) = \delta c_2 \varphi_2 (d_{\text{acc}} + L)$	$\delta c_2 = \frac{b}{2\varphi_2 (d_{\text{acc}} + L)}$
Смещение обеих линз	$\alpha_2 = -\delta c \varphi_1, \alpha_3 = -\delta c \varphi, h_1 = 0,$ $h_2 = \delta c \varphi_1 d, h_3 = \delta c \varphi_1 d + \delta c \varphi (d_{\text{acc}} + L)$	$\delta c = \frac{b}{2[\varphi_1 d + \varphi (d_{\text{acc}} + L)]}$

Примечание.  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi$  — оптические силы первого, второго компонентов и системы.

расстоянию аккомодации. В двухлинзовой системе возможны три случая, обеспечивающие отклонение зрительной оси —

- Смещение первой линзы,
- Смещение второй линзы,
- Смещение обеих линз.

Действие децентрировки линз схематично демонстрирует рис. 1.

Положение точки  $A'$  относительно оптической оси можно определить на основе формул для трассировки первого вспомогательного луча через систему [17], при этом будем рассматривать луч, идущий из центральной точки дисплея вдоль оптической оси —  $\alpha_1 = 0$ . В системе отсутствует конфликт конвергенции и аккомодации, если положение точки  $A'$  совпадает с точкой пересечения зрительных осей глаз при конвергенции, соответственно выполняется условие  $h_3 = b/2$ . Отсюда можно найти смещение линз; результаты представлены в табл. 1.

В табл. 2 приведены результаты расчета смещения линз при фокусном расстоянии системы  $f' = 40$  мм, межзрачковом расстоянии  $b = 62$  мм, расстоянии аккомодации  $d_{\text{acc}} = -600$  мм, расстоянии между линзами  $d = 4$  мм и выносе зрачка  $L = 16$  мм.

Как видно из таблицы, смещение обеих линз является оптимальным с точки зрения минимизации смещения, а следовательно, и дополнительных aberrаций. При этом следует отметить, что по мере уменьшения расстояния аккомодации абсолютная величина

Таблица 2. Смещение линз в зависимости от фокусных расстояний отдельных компонентов

Фокусное расстояние, мм		Смещение линз, мм		
$f'_1$	$f'_2$	$\delta c_1$	$\delta c_2$	$\delta c$
45	328	-2,44	-17,41	-2,13
65	97,6	-3,62	-5,18	-2,13
85	72	-4,81	-3,82	-2,13
105	62,15	-6	-3,29	-2,13
125	56,94	-7,19	-3,02	-2,13
145	53,71	-8,38	-2,85	-2,13

смещения увеличивается (например, в случае смещения обеих линз: для  $d_{\text{acc}} = -400$  мм при том же эквивалентном фокусном расстоянии смещение будет составлять  $-3,24$  мм).

## АНАЛИЗ АБЕРРАЦИЙ, ВНОСИМЫХ ДЕЦЕНТРИРОВАННЫМИ ЛИНЗАМИ

Теория aberrации децентрированных ОС была разработана Р.В. Шаком [18] и К.П. Томпсоном [19] в 1970-х гг., а также в работах Н.Н. Губеля [20]. При этом Шак и Томпсон получили общие формулы для волновой aberrации децентрированных систем, которые достаточно сложно применять на практике. Н.Н. Губель получил выражения, позволяющие определить дополнительную поперечную aberrацию (aberrации децентрировки) при известных

параксиальных характеристиках системы и коэффициентах аберрации третьего порядка. Однако эти выражения обеспечивают необходимую точность при применении, когда смещение поверхностей небольшое, что, как правило, соответствует случаю оценки аберраций децентрировки при назначении допусков на изготовление и позиционирование оптических деталей. При проектировании ОС ВР с применением децентрированных линз смещение линз может достигать относительно больших значений (см. табл. 1), поэтому необходимо выполнить анализ аберраций, вносимых в оптическую схему в этом случае.

Аберрации третьего порядка для предмета, лежащего в меридиональной плоскости, могут быть описаны выражениями [21]

$$\begin{aligned}
 & -2n'_k \alpha'_k \delta g'_k = \\
 & = \frac{\omega_i (\omega_i^2 + \Omega_i^2)}{\alpha_i^3} S_{I+1}^k + \frac{(3\omega_i^2 + \Omega_i^2) \gamma_q}{\alpha_i^2 \beta_q} S_{II+1}^k + \\
 & + \frac{\omega_i \gamma_q^2}{\alpha_i \beta_q^2} \left( 3S_{III+1}^k + J^2 S_{IV+1}^k \right) + \frac{\gamma_q^3}{\beta_q^3} S_{V+1}^k,
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 & -2n'_k \alpha'_k \delta G'_k = \frac{\Omega_i (\omega_i^2 + \Omega_i^2)}{\alpha_i^3} S_{I+1}^k + \\
 & + \frac{2\omega_i \Omega_i \gamma_q}{\alpha_i^2 \beta_q} S_{II+1}^k + \frac{\Omega_i \gamma_q^2}{\alpha_i \beta_q^2} \left( S_{III+1}^k + J^2 S_{IV+1}^k \right),
 \end{aligned} \quad (2)$$

где  $s_i$  — отрезок, определяющий положения осевой точки относительно вершины поверхности  $i$ ,  $x_i$  — отрезок, определяющий положения центра диафрагмы относительно вершины поверхности  $i$ , индексы  $q, i$  означают любой номер поверхности системы и выбираются независимо друг от друга,  $S_I, S_{II}, S_{III}, S_{IV}, S_V$  — коэффициенты аберрации Зейделя,  $\alpha_i$  — тангенс угла, образованного первым вспомогательным лучом с осью,  $\beta_q$  — тангенс угла, образованного вторым вспомогательным лучом с осью,  $J = n_i \alpha_i \beta_i (x_i - s_i)$  — инвариант Лагранжа,  $n_i$  — показатель преломления среды,  $k$  — количество поверхностей систем,  $m_i, M_i$  — координаты луча в плоскости диафрагмы поверхности  $i$ ,  $l_q$  — размер промежуточного изображения,  $\omega_i = -m_i/(x_i - s_i)$ ,  $\Omega_i = -M_i/(x_i - s_i)$  — тангенсы угла между опти-

ческой осью и лучом, идущим из осевой точки предмета в точку на зрачке с координатами  $(m_i, M_i)$ ,  $\gamma_q = l_q/(x_q - s_q)$  — тангенс угла между оптической осью и главным лучом внеосевого пучка лучей.

При поперечном смещении центра любой поверхности коэффициенты аберраций остаются неизменными (т.е. размеры углов  $\alpha_i, \beta_i$  — параксиальные) [20], при децентрировке поверхности  $i$  на значение  $\delta c_i$  могут измениться размеры апертурных углов  $\omega_i, \Omega_i$  и полевых углов  $\gamma_q, W_i$ .

Ряд Тейлора для функции четырех переменных можно представить в данном случае следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \partial \delta g'_k & = \delta g'_k(\omega + \partial \omega, \Omega + \partial \Omega, \gamma + \partial \gamma, W + \partial W) - \\
 & - \delta g'_k(\omega, \Omega, \gamma, W) = \\
 & = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{i!} \left( \frac{\partial}{\omega} \partial \omega + \frac{\partial}{\Omega} \partial \Omega + \frac{\partial}{\gamma} \partial \gamma + \frac{\partial}{W} \partial W \right)^i \times \\
 & \times \delta g'_k(\omega, \Omega, \gamma, W) + R_n,
 \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R_n$  — остаточный член,  $n = 3$  — порядок аберрации.

Поскольку ОС предназначена для использования совместно с человеческим глазом, то диафрагма находится перед первой поверхностью системы (система рассчитана в обратном ходе). Пусть ОС имеет  $p$  децентрированных поверхностей от поверхности  $i$  до поверхности  $i + p - 1$ , а  $\delta c$  — общая поперечная децентрировка  $p$  поверхностей (см. рис. 2).

Предполагая, что аберрации третьего порядка центрированной системы могут быть сведены к минимуму за счет известных приемов коррекции, основное внимание уделим

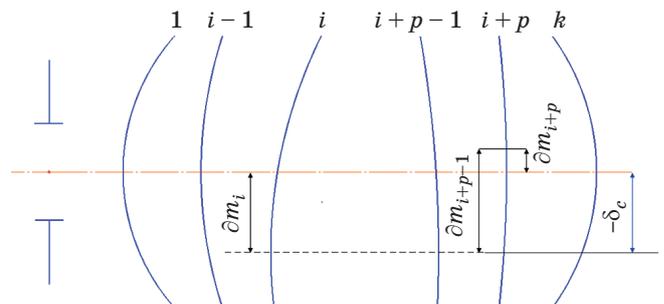


Рис. 2. Приращения апертурных углов при децентрировке  $p$  поверхностей

абберациям децентрировки. Тогда уравнения (1), (2) для рассматриваемого случая примут вид соответственно

$$\begin{aligned}
 -2n'_k \alpha'_k \partial \delta g'_k &= \frac{\omega_1(\omega_1^2 + \Omega_1^2)}{\alpha_1^3} \frac{i-1}{1} S_I + \frac{\omega_i(\omega_i^2 + \Omega_i^2)}{\alpha_i^3} \frac{i+p-1}{i} S_I + \frac{\omega_{i+p}(\omega_{i+p}^2 + \Omega_{i+p}^2)}{\alpha_{i+p}^3} \frac{k}{i+p} S_I + \\
 &+ \frac{(3\omega_1^2 + \Omega_1^2)\gamma_1}{\alpha_1^2 \beta_1} \frac{i-1}{1} S_{II} + \frac{(3\omega_i^2 + \Omega_i^2)\gamma_i}{\alpha_i^2 \beta_i} \frac{i+p-1}{i} S_{II} + \frac{(3\omega_{i+p}^2 + \Omega_{i+p}^2)\gamma_{i+p}}{\alpha_{i+p}^2 \beta_{i+p}} \frac{k}{i+p} S_{II} + \frac{\omega_1 \gamma_1^2}{\alpha_1 \beta_1^2} \left( \frac{i-1}{1} S_{III} + J^2 \frac{i-1}{1} S_{IV} \right) + \\
 &+ \frac{\omega_i \gamma_i^2}{\alpha_i \beta_i^2} \left( \frac{i+p-1}{i} S_{III} + J^2 \frac{i+p-1}{i} S_{IV} \right) + \frac{\omega_{i+p} \gamma_{i+p}^2}{\alpha_{i+p} \beta_{i+p}^2} \left( \frac{k}{i+p} S_{III} + J^2 \frac{k}{i+p} S_{IV} \right) + \frac{\gamma_1^3}{\beta_1^3} \frac{i-1}{1} S_V + \frac{\gamma_i^3}{\beta_i^3} \frac{i+p-1}{i} S_V + \frac{\gamma_{i+p}^3}{\beta_{i+p}^3} \frac{k}{i+p} S_V,
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 -2n'_k \alpha'_k \delta G'_k &= \frac{\Omega_1(\omega_1^2 + \Omega_1^2)}{\alpha_1^3} \frac{i-1}{1} S_I + \frac{\Omega_i(\omega_i^2 + \Omega_i^2)}{\alpha_i^3} \frac{i+p-1}{i} S_I + \frac{\Omega_{i+p}(\omega_{i+p}^2 + \Omega_{i+p}^2)}{\alpha_{i+p}^3} \frac{k}{i+p} S_I + \\
 &+ \frac{2\omega_1 \Omega_1 \gamma_1}{\alpha_1^2 \beta_1} \frac{i-1}{1} S_{II} + \frac{2\omega_i \Omega_i \gamma_i}{\alpha_i^2 \beta_i} \frac{i+p-1}{i} S_{II} + \frac{2\omega_{i+p} \Omega_{i+p} \gamma_{i+p}}{\alpha_{i+p}^2 \beta_{i+p}} \frac{k}{i+p} S_{II} + \frac{\Omega_1 \gamma_1^2}{\alpha_1 \beta_1^2} \left( \frac{i-1}{1} S_{III} + J^2 \frac{i-1}{1} S_{IV} \right) + \\
 &+ \frac{\Omega_i \gamma_i^2}{\alpha_i \beta_i^2} \left( \frac{i+p-1}{i} S_{III} + J^2 \frac{i+p-1}{i} S_{IV} \right) + \frac{\Omega_{i+p} \gamma_{i+p}^2}{\alpha_{i+p} \beta_{i+p}^2} \left( \frac{k}{i+p} S_{III} + J^2 \frac{k}{i+p} S_{IV} \right).
 \end{aligned} \quad (5)$$

При децентрировке  $p$  поверхностей изменение положений предмета и входного зрачка относительно оптической оси не происходит, поэтому  $\partial \omega_1 = 0$ ,  $\partial \gamma_1 = 0$ .

Из рис. 4 видно, что

$$\partial m_i = -\delta c,$$

$$\begin{aligned}
 \partial m_{i+p} &= \partial m_i [\beta_p]_i [\beta_p]_{i+1} \dots [\beta_p]_{i+p-1} + \delta c = \\
 &= \delta c \frac{\beta_{i+p} n_{i+p} - \beta_i n_i}{\beta_{i+p} n_{i+p}},
 \end{aligned}$$

где  $[\beta_p]_i$  — увеличение в зрачках для поверхности  $i$ .

В рассматриваемом случае

$$\partial \omega_i = -\frac{\partial m_i}{x_i - s_i} = \delta c \frac{\beta_i n_i}{J} \alpha_i,$$

$$\partial \omega_{i+p} = -\frac{\partial m_i}{x_i - s_i} = -\delta c \frac{\beta_{i+p} n_{i+p} - \beta_i n_i}{J} \alpha_{i+p}.$$

Аналогично для приращения полевых углов получим

$$\partial \gamma_i = \frac{\partial l_i}{x_i - s_i} = -\delta c \frac{\alpha_i n_i}{J} \beta_i,$$

$$\partial \gamma_{i+p} = \frac{\partial l_{i+p}}{x_{i+p} - s_{i+p}} = \delta c \frac{\alpha_{i+p} n_{i+p} - \alpha_i n_i}{J} \beta_{i+p}.$$

Таким образом, окончательно формулы для приращений апертурных и полевых углов имеют вид

$$\partial \omega_1 = 0,$$

$$\partial \omega_i = \delta c \frac{\beta_i n_i}{J} \alpha_i, \quad (6)$$

$$\partial \omega_{i+p} = -\delta c \frac{\beta_{i+p} n_{i+p} - \beta_i n_i}{J} \alpha_{i+p},$$

$$\partial \gamma_1 = 0,$$

$$\partial \gamma_i = -\delta c \frac{\alpha_i n_i}{J} \beta_i, \quad (7)$$

$$\partial \gamma_{i+p} = \delta c \frac{\alpha_{i+p} n_{i+p} - \alpha_i n_i}{J} \beta_{i+p}.$$

Для простоты будем рассматривать только приращения сферической абберации, комы, астигматизма и кривизны поля изображения, а изменение дисторсии рассматриваться не будет. Если продифференцировать выражения (4), (5) по переменным  $\omega_1$ ,  $\gamma_1$ ,  $\omega_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\omega_{i+p}$ ,  $\gamma_{i+p}$ , то, используя ряд Тейлора (3) при  $n = 3$  и форму-

лы (6), (7), можно получить выражения для поперечной аберрации децентрировки относительно главного луча

$$-2n'_k \alpha'_k \partial \delta g'_k = \delta c \left[ (3\omega_j^2 + \Omega_j^2) \bar{S}_{II} + \omega_j \gamma_j (3\bar{S}_{III} + J^2 \bar{S}_{IV}) \right] + (\delta c)^2 \omega_j (3\bar{S}_{III} + J^2 \bar{S}_{IV}), \quad (8)$$

$$-2n'_k \alpha'_k \partial \delta G'_k = \delta c \left[ 2\Omega_j \omega_j \bar{S}_{II} + \Omega_j \gamma_j (3\bar{S}_{III} + J^2 \bar{S}_{IV}) \right] + (\delta c)^2 \Omega_j (\bar{S}_{III} + J^2 \bar{S}_{IV}), \quad (9)$$

где

$$\omega_j = \frac{\omega_1}{\alpha_1} = \dots = \frac{\omega_k}{\alpha_k}, \quad \gamma_j = \frac{\gamma_1}{\beta_1} = \dots = \frac{\gamma_k}{\beta_k}.$$

Коэффициент комы —

$$\bar{S}_{II} = \frac{\sum_i^k \beta_i n_i - \sum_{i+p}^k \beta_{i+p} n_{i+p} - \sum_i^k \alpha_i n_i + \sum_{i+p}^k \alpha_{i+p} n_{i+p}}{J}.$$

Астигматизм внеосевой точки описывается выражением

$$\bar{S}_{III} = 2 \frac{\sum_i^k \beta_i n_i - \sum_{i+p}^k \beta_{i+p} n_{i+p} - \sum_i^k \alpha_i n_i + \sum_{i+p}^k \alpha_{i+p} n_{i+p}}{J}.$$

Астигматизм осевой точки —

$$\bar{\bar{S}}_{III} = \frac{1}{J^2} \left( \sum_i^{i+p-1} S_I (\beta_i n_i)^2 + \sum_i^{i+p-1} S_{III} (\alpha_i n_i)^2 - 2 \sum_i^{i+p-1} S_{II} (\beta_i n_i) (\alpha_i n_i) + \sum_{i+p}^k S_I (\beta_{i+p} n_{i+p} - \beta_i n_i)^2 + \sum_{i+p}^k S_{III} (\alpha_{i+p} n_{i+p} - \alpha_i n_i)^2 - 2 \sum_{i+p}^k S_{II} (\beta_{i+p} n_{i+p} - \beta_i n_i) (\alpha_{i+p} n_{i+p} - \alpha_i n_i) \right).$$

Кривизна поля изображения для внеосевой точки —

$$\bar{S}_{IV} = 2 \frac{-\sum_i^k S_{IV} \alpha_i n_i + \sum_{i+p}^k S_{IV} \alpha_{i+p} n_{i+p}}{J}.$$

Кривизна поля изображения для осевой точки —

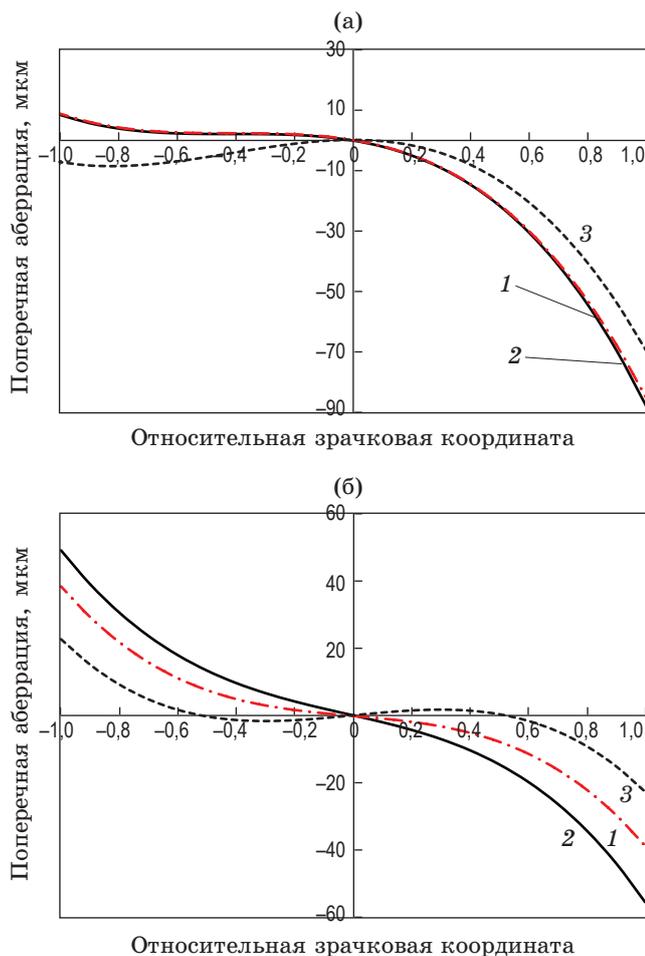
$$\bar{\bar{S}}_{IV} = \frac{\sum_i^{i+p-1} S_{IV} (\alpha_i n_i)^2 + \sum_{i+p}^k S_{IV} (\alpha_{i+p} n_{i+p} - \alpha_i n_i)^2}{J^2}.$$

Применение формул (8) и (9) позволяет исследовать аберрации децентрированных линз в рассматриваемой системе. Кроме того, при малом поперечном смещении  $\delta c$  можно пренебречь членами, пропорциональными по-

перечному смещению во второй степени  $\delta c^2$ , и формулы (8), (9) будут совпадать с формулами, которые получил Н.Н. Губель [20].

На рис. 3 приведен результат сравнения поперечной аберрации в меридиональном сечении при применении формул (8), (9) и при трассировке реальных лучей с использованием программы ZEMAX, а также для наглядности представлены результаты расчета по формулам Н.Н. Губеля. Конструктивные параметры системы, для которой выполнен расчет, представлены в табл. 3.

Из рисунка видно, что поперечные аберрации осевой точки предмета при расчете и при трассировке реальных лучей почти совпадают, для внеосевой точки предмета результаты отличаются незначительно. Таким образом, полученные выражения могут быть полезны



**Рис. 3.** Поперечные aberrации в меридиональном сечении системы с  $f' = 40$  мм,  $2\omega = 10^\circ$  при  $\delta c = -2,1$  мм. Aberrации осевой (а) и внеосевой (б) точек предмета при применении формул (8) и (9) (1), при трассировке реальных лучей с использованием программы ZEMAX (2), при применении формул Н.Н. Губеля (3)

**Таблица 3.** Конструктивные параметры системы

Тип поверхности	Радиусы, мм	Осевые расстояния, мм	Материал
Предмет	$\infty$	-600	—
Диафрагма	$\infty$	20	—
Стандарт	89,018	12	ПММА*
Стандарт	-61,182	10	—
Стандарт	31,169	12	ПММА*
Стандарт	233,34	21,835	—

Примечание. \*ПММА — полиметилметакрилат.

при анализе систем с децентрированными элементами и позволяют оценить влияние децентрировки на качество изображения.

С учетом специфического характера зависимости aberrаций, вносимых при децентрировке компонентов, можно предположить, что для коррекции aberrаций системы необходимо применять сложные поверхности или увеличивать количество линз. Поэтому для минимизации габаритов и массы системы был рассмотрен вариант с использованием линзы Френеля [22, 23], позволяющий обеспечить высокое качество изображения при сохранении небольшого количества линз.

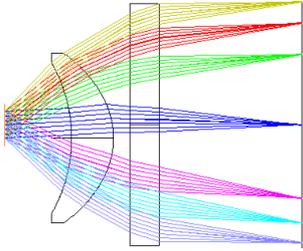
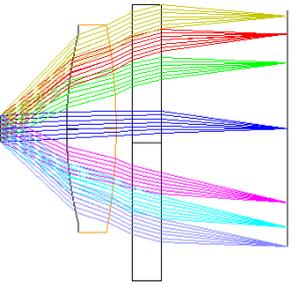
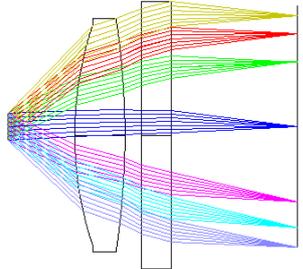
### ПРИМЕР ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Как было показано выше, минимальное значение децентрировки в системе будет обеспечиваться при смещении обоих компонентов в ОС. При этом можно обеспечить минимальные значения aberrаций и, следовательно, получить более высокое качество изображения. В табл. 4 приведены характеристики систем, разработанных при одинаковых технических характеристиках ОС: фокусное расстояние  $f' = 38$  мм, угловое поле  $2\omega = 90^\circ$ , расстояние до виртуального изображения  $d_{acc} = -600$  мм, длина волны  $\lambda_e = 0,5607$  мкм, дисплей 2,91" LCD 2160×2160, шаг пиксела 24 мкм [24]. Во всех трех случаях в схеме используется вторая асферическая поверхность, описываемая четными степенями зависимости деформации от координаты на поверхности (четная асферика). Во всех случаях четвертая поверхность — поверхность Френеля. Размер зрачка систем составляет 6,5 мм. Результат сравнения представлен в табл. 4. Положение зрачка относительно первой поверхности для всех систем 16 мм.

Как видно из табл. 4, вариант ОС со смещением первой линзы имеет наихудшее качество изображения. Кроме того, следует отметить, что в этом варианте смещение первой линзы становится меньше при увеличении расстояния между компонентами системы.

На рис. 4 приведен пример системы ВР третьего варианта из табл. 4: при диаметре зрачка 6,5 мм угловой диаметр пятна рассеяния в центре поля составляет 2', максимальный диаметр пятна рассеяния по полю не превышает 5,7'. Функция передачи модуляции

Таблица 4. Сравнение качества изображения различных вариантов систем

Варианты смещения линз	Схема системы	Децентрировка линзы	Максимальный угловой диаметр пятна рассеяния для всех полей, угл. мин
Смещение первой линзы		$\delta c_1 = -3,2$	18
Смещение второй линзы		$\delta c_2 = -3,4$	7,3
Смещение обеих линз		$\delta c = -2$	5,7

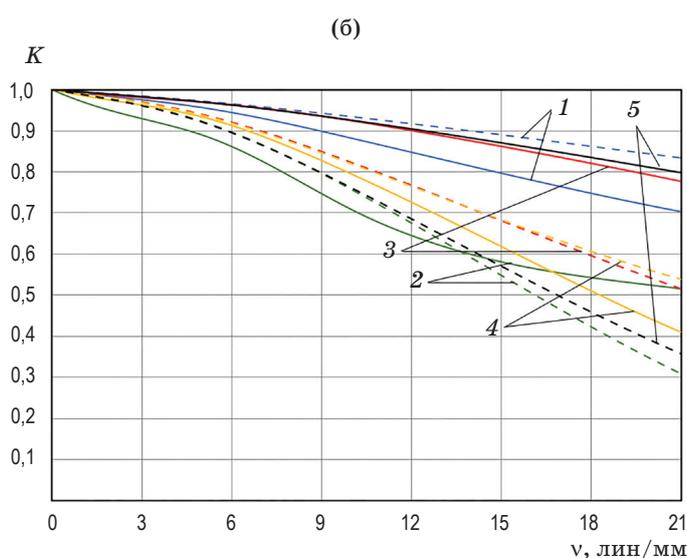
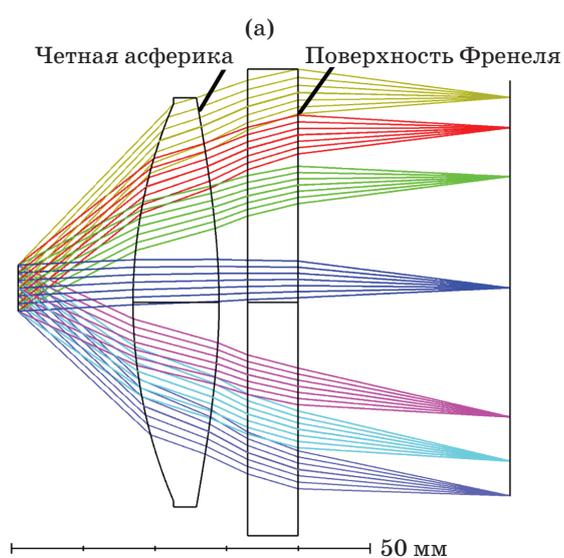


Рис. 4. Система для монохроматического излучения одного канала  $f' = 38$  мм,  $2\omega = 90^\circ$ ,  $\delta c = -2$  мм. Оптическая схема — (а) и функция передачи модуляции (непрерывная линия — меридиональное сечение, штриховая линия — сагиттальное сечение) при  $\omega = 2,96^\circ$  (1),  $27,3^\circ$  (2),  $46,4^\circ$  (3),  $-25^\circ$  (4),  $-43,4^\circ$  (5) — (б)

**Таблица 5. Конструктивные параметры системы (в обратном ходе лучей)**

Тип поверхности	Радиусы, мм	Осевые расстояния, мм	Материал
Предмет	$\infty$	-600	–
Диафрагма	$\infty$	16	–
Стандарт	71,658	12	ПММА
Четная асферика*	-90,463	4	–
Стандарт	$\infty$	7	ПММА
Поверхность Френеля**	-29,070	29,55	–

Примечание. \*Поверхность Четная асферика [25], коэффициенты уравнения  $k = -58,461$ ,  $\alpha_2 = -2,311 \times 10^{-6}$ ,  $\alpha_3 = 2,4 \times 10^{-9}$ ,  $\alpha_4 = -8,587 \times 10^{-13}$ .

\*\*Поверхность Френеля [25], коэффициенты уравнения  $k = -0,96$ ,  $\alpha_2 = -2,798 \times 10^{-6}$ ,  $\alpha_3 = 3,436 \times 10^{-9}$ ,  $\alpha_4 = -6,514 \times 10^{-13}$ .

системы для нескольких точек поля представлена на рис. 4б. Следует отметить, что качество изображения на практике будет несколько лучше, так как диаметр зрачка наблюдателя в стандартных условиях составляет 3–4 мм,

а также за счет автоматической перефокусировки за счет аккомодации глаза.

Конструктивные параметры схемы со смещением обеих линз (вариант 3 из табл. 4) представлены в табл. 5.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен анализ различных вариантов смещения компонентов двухкомпонентной ОС ВР, где децентрировка линз применяется с целью устранения конфликта конвергенции и аккомодации. Исследование показало, что минимальное значение децентрировки обеспечивается при смещении обеих линзовых компонентов, что позволяет при прочих равных условиях обеспечить более высокое качество изображения. Полученные формулы для аберраций децентрированных линз обеспечивают большую точность вычислений при относительно больших смещениях и могут применяться для анализа аберраций не только в системе ВР, но и в разнообразных схемах, использующих децентрированные линзы. Полученные результаты подтверждаются расчетными примерами, причем приведенные ОС имеют высокое качество изображения и удовлетворяют требованиям к современным ОС ВР.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Andrew J.W. How are crosstalk and ghosting defined in the stereoscopic literature? // Proc. SPIE 7863. Stereoscopic Displays and Applications XXII. 78630Z (25 February 2011). DOI: 10.1117/12.877045
2. Frank L.K., Toet A. Visual comfort of binocular and 3D displays // Displays. 2004. V. 25. P. 99–108. DOI: 10.1016/j.displa.2004.07.004
3. Kim J., Kim W., Ahn S., Kim J., Lee. S. Virtual reality sickness predictor: Analysis of visual-vestibular conflict and VR contents // 10th Internat. Conf. Quality of Multimedia Experience (QoMEX). Cagliari, 2018. P. 1–6. DOI: 10.1109/QoMEX.2018.8463413
4. Shibata T., Kim J., Hoffman D.M., Banks M.S. The zone of comfort: Predicting visual discomfort with stereo displays // J. Vision. 2011. V. 11. № 8. P. 1–29.
5. Hoffman D.M., Girshick A.R., Akeley K., Banks M.S. Vergence–accommodation conflicts hinder visual performance and cause visual fatigue // J. Vision. 2008. V. 8(3). № 33. P. 1–30.
6. Liu S., Cheng D., Hua H. An optical see-through head mounted display with addressable focal planes // Proc. 7th IEEE/ACM Int. Symp. Mixed Augmented Reality. Sep., 2008. P. 33–42. DOI: 10.1109/ISMAR.2008.4637321
7. Hasnain A., Laffont P.-Y., Jalil S.B.A., Buyukburc K., Guillemet P.-Y., Wirajaya S., Khoo L., Deng T., Bazin J.C. Piezo-actuated varifocal head-mounted displays for virtual and augmented reality // Proc. SPIE. 2019. V. 10942. P. 1094207. DOI: 10.1117/12.2509143
8. Rolland J.P., Krueger M.W., Goon A. Multifocal planes head-mounted displays // Appl. Opt. 2000. Jul. V. 39. № 19. P. 3209–3215. DOI: 10.1364/AO.39.003209
9. Cheng D., Wang Q., Wang Y., Jin G. Lightweight spatial-multiplexed dual focal-plane head-mounted display using two freeform prisms // Chin. Opt. Lett. 2013. V. 11. № 3. P. 031201. DOI: 10.3788/COL201311.031201

10. Song W., Wang Y., Cheng D., Liu Y. Light field head-mounted display with correct focus cue using microstructure array // *Chin. Opt. Lett.* 2014. V. 12. P. 060010. DOI: 10.3788/COL201412.060010
11. Song W., Wang Y., Cheng D., Liu Y. Design of light field head mounted display // *Proc. SPIE.* 2014. V. 9293. P. 92930J. DOI: 10.1364/IODC.2014.ITh4A.3
12. Wilson A., Hua H. High-resolution optical see-through vari-focal plane head-mounted display using freeform Alvarez lenses // *Proc. SPIE 10676. Digital Optics for Immersive Displays.* 106761J (21 May 2018). DOI: 10.1117/12.2315771
13. Cui W., Gao L. Optical mapping near-eye three-dimensional display with correct focus cues // *Opt. Lett.* 2017. V. 42. Iss. 13. P. 2475–2478. DOI: 10.1364/OL.42.002475
14. Нгуен Н.Ш., Романова Г.Э. Преодоление конфликта конвергенции и аккомодации в системах виртуальной и дополненной реальности // *Известия вузов. Приборостроение.* 2021. Т. 64. № 2. С. 143–152.
15. The Dual-Element Optics of the OSVR HDK Headset [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.roadtovr.com/sensics-ceo-yuval-boger-dual-element-optics-osvr-hdk-vr-headset/>
16. Timothy L.W., Zhisheng Y., Gregg A., Jo E. Folded optics with birefringent reflective polarizers // *Proc. SPIE 10335. Digital Optical Technologies.* 2017. 103350E (26 June 2017). DOI: 10.1117/12.227026
17. Запрягаева Л.А., Свешникова И.С. Расчет и проектирование оптических систем: учебник для вузов. М.: Логос, 2000. 584 с.
18. Shack R.V. Aberration theory, OPTI 514 course notes // College of Optical Sciences, University of Arizona. Tucson, Arizona.
19. Thompson K.P. Aberration fields in tilted and decentered optical systems // Ph.D. dissertation. University of Arizona, Tucson, Arizona, 1980.
20. Губель Н.Н. Аберрации децентрированных оптических систем. Л.: изд. Машиностроение, Л.О., 1975. 272 с.
21. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Изд. 2-е, доп. и перераб. Л.: Машиностроение, 1969. 672 с.
22. Романова Г.Э., Нгуен Н.Ш. Анализ аберраций клина как компенсационного и функционального элемента в системах дополненной и виртуальной реальности // *Научно-техн. вест. информационных технологий, механики и оптики.* 2021. Т. 21. № 6. С. 808–816.
23. Bang K., Jo Y., Chae M., Lee B. LensIet VR: Thin, flat and wide-FOV virtual reality display using Fresnel lens and lensIet array // *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.* 2021. May. V.27(5). P. 2545–2554. DOI: 10.1109/TVCG.2021.3067758
24. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://imall.com/product/2.9-inch-2160x2160-Lcd-Screen-Head-Mounted-Display-HMD-Windows-Mixed-Reality-MR-VR-Lcds-Panel-Mipi-Driver-Board-1058-PPI/Home-Improvement-Furniture-Apparel-Accessories-Electronic-Components-Supplies-Phones-Telecommunications-Mobile-Phone-Parts/aliexpress.com/4001178680657/144-74564500/en>
25. Zemax Optic Studio 19.8 User manual. October 2019.

#### АВТОРЫ

**Галина Эдуардовна Романова** — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Россия; Scopus ID 8215289000; <https://orcid.org/0000-0001-9348-8540>; [romanova\\_g\\_e@mail.ru](mailto:romanova_g_e@mail.ru)

**Нгюк Шон Нгуен** — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Россия; <https://orcid.org/0000-0002-9456-985X>; [sonitmo@gmail.com](mailto:sonitmo@gmail.com)

#### AUTHORS

**Galina E. Romanova** — PhD, Associate Professor, ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russia; Scopus ID 8215289000; <https://orcid.org/0000-0001-9348-8540>; [romanova\\_g\\_e@mail.ru](mailto:romanova_g_e@mail.ru)

**Ngoc Son Nguyen** — PhD Student, ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russia; <https://orcid.org/0000-0002-9456-985X>; [sonitmo@gmail.com](mailto:sonitmo@gmail.com)