

## МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА МНОГОСЛОЙНУЮ БИОТКАНЬ

© 2005 г. А. Ю. Сетейкин

Амурский государственный университет, г. Благовещенск, Амурская область

E-mail: seteikin@mail.ru

Представлена версия метода Монте-Карло для моделирования распространения оптического излучения в рассеивающих биологических средах, основанная на использовании функции Грина отклика среды на единичное внешнее воздействие. Алгоритм позволяет учитывать многослойность среды, конечные размеры падающего пучка, отражение и преломление света на границах между слоями. Представлены результаты расчета распределения полной освещенности в биоткани. Приведено решение уравнения теплопроводности с помощью метода конечных элементов и рассчитано температурное поле, возникающее при облучении биоматериала низкоинтенсивным лазерным излучением.

Коды OCIS: 170.3660.

Поступила в редакцию 12.01.2005.

### Введение

Лазерная терапия принадлежит к числу перспективных и динамично развивающихся направлений современной медицины. Терапевтическое действие лазерного излучения непосредственно связано с процессом гипертермии биотканей, что может стать как основным, так и сопровождающим эффектом. Это свидетельствует о необходимости построения модели расчета температурных полей биоткани при взаимодействии с низкоинтенсивным лазерным излучением.

Во многих работах рассматриваются вопросы математического моделирования распределения лазерного излучения в многослойной биоткани, а также возникающих при этом термических процессов [1–6]. Большинство исследований посвящено обоснованию задания тех или иных граничных условий при математическом моделировании. Однако в них практически не обсуждаются особенности построения модели с точки зрения обеспечения требуемой точности расчета и достаточной эффективности вычислительного процесса.

В настоящей работе предложена модель расчета гипертермии многослойной кожи, включающая определение мощности объемного тепловыделения при лазерном облучении и результирующего температурного поля.

### 1. Модель расчета нагрева многослойной биоткани

При построении модели расчета распространения лазерного излучения и процессов нагрева биоткани последняя рассматривалась как многослойная структура, на внешнюю границу которой падает лазерное излучение. Оптические и теплофизические

параметры задаются для каждого слоя независимо. Предполагается, что направление распространения исходного лазерного пучка перпендикулярно к поверхности среды.

#### 1.1. Определение распределения полной освещенности в среде

Распределение оптического излучения в биоткани рассчитывается с помощью модели, реализующей метод Монте-Карло и позволяющей учесть многослойность среды, конечные размеры падающего пучка, отражение и преломление света на границах между слоями и на внешней границе среды.

Каждый  $i$ -й слой биоткани характеризуется следующим набором параметров:  $k_{ai}$  – коэффициент поглощения,  $k_{si}$  – коэффициент рассеяния,  $t_i$  – толщина,  $n_i$  – показатель преломления среды. Полная освещенность в точке с координатами  $(x, y, z)$  может быть получена путем интегрирования:

$$U(x, y, z) = \iint G(x', y', z) E(x - x', y - y') dx' dy', \quad (1)$$

где  $G$  – функция Грина, определяющая распределение полной освещенности в среде.

В дальнейшем предполагается, что падающий пучок имеет радиальную симметрию, т. е.  $E(x, y) = E(r) \left( r = \sqrt{x^2 + y^2} \right)$ . Тогда удобно воспользоваться цилиндрическими координатами  $(r, z, \theta)$ , где  $\theta$  – азимутальный угол в плоскости  $(x, y)$ . В этих координатах формула (1) принимает вид

$$U(r, z, \theta) = \int_0^\infty G(r', z) \left[ \int_0^{2\pi} E \left( (r'^2 + r^2 - 2rr' \cos \theta)^{1/2} \right) d\theta \right] r' dr'. \quad (2)$$

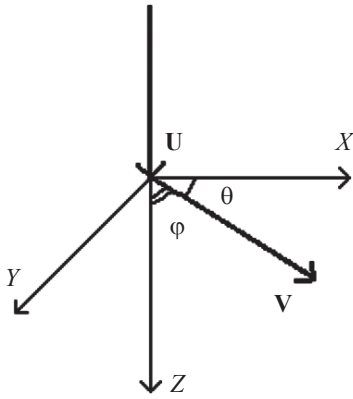


Рис. 1. Схема направлений движения пакета фотонов.

Непосредственно статистическое моделирование движения пакетов фотонов осуществляется следующим образом. Интересующая нас область

$0 < z < t$ ,  $t = \sum_{i=1}^N t_i$  – суммарная толщина,  $N$  – число

слоев,  $0 < r < r_{\max}$ ,  $r_{\max}$  выбирается так, чтобы часть излучения, попадающая за пределы цилиндра с радиусом  $r_{\max}$ , была пренебрежимо мала, т. е.  $r_{\max} < 10R_0$ , разбивается на ячейки  $(i, j)$ , и каждая ячейка сопоставляется со значением полной освещенности.

Рассмотрим движение одного пакета фотонов. Для него случайным образом выбираются координата входа в ткань и длина свободного пробега  $L$ :

$$r = rnd(R_0), \quad (3)$$

$$R_{k,m} = \begin{cases} ((n_m - n_k)/(n_m + n_k))^2 & \text{при } \alpha = 0^\circ, \\ (1/2) [\sin^2(\alpha_i - \alpha_t)/\sin^2(\alpha_i + \alpha_t) + \text{tg}^2(\alpha_i - \alpha_t)/\text{tg}^2(\alpha_i + \alpha_t)] & \text{при} \\ 0^\circ < \alpha_i \leq \sin^{-1}(n_k/n_m), \\ 1 & \text{при } \sin^{-1}(n_k/n_m) < \alpha_i \leq 90^\circ, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\alpha_t$  – угол преломления пакета на границе раздела слоев  $m$  и  $k$ .

Если пакет фотонов пересекает границу, то вычисляется его новое направление (преломление), а оставшаяся после пересечения границы часть длины пробега изменяется:

$$L' = L(n_m/n_k), \quad (7)$$

где  $L$  и  $L'$  – прежнее и новые значения оставшейся части длины пробега.

Статистический вес пакета фотонов понижается:  $W_d = W_0 - \Delta W$ . Далее часть статистического веса пакета, пропорциональная  $(1 - \Lambda)$ , записывается в ячейку массива  $Q_{ij}$ , характеризующего распределение поглощенной энергии в среде. Значения индек-

$$\theta = rnd(2\pi), \quad (4)$$

$$L = -\ln(1 - rnd)/k_d, \quad (5)$$

где

$$k_d = \sqrt{3k_a(k_a + (1 - g)k_s)},$$

$$g = 2\pi \int_0^\pi p(\cos \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta.$$

При инициализации пакету фотонов в точке входа в биоматериал присваивается исходный статистический вес  $W = 1$ . Направление движения пакета (рис. 1) определяется углами  $\theta$ ,  $\varphi$  ( $\theta$  отсчитывается от положительного направления оси  $X$  в плоскости  $XY$ ,  $\varphi$  – от положительного направления оси  $Z$ ).

В точке  $L$  происходит элементарный акт поглощения, т. е. определенная доля энергии  $\Delta W = (k_d/k_s)W_0$  пакета фотонов в этой точке поглощается. В этой же точке происходит акт рассеяния, т. е. пакету фотонов присваивается новое направление движения. Когда оно определено, вычисляется длина пробега пакета на данном шаге моделирования.

Если точка, куда должен попасть пакет фотонов, находится в том же слое, что и исходная, то пакет перемещается в эту точку. В противном случае по формулам Френеля определяется вероятность отражения пакета от границы раздела слоев и события, состоящего в отражении пакета фотонов. Причем в случае отражения пакета фотонов на границе слоя  $R_j(a_i) = R_{k,m}$  и  $R_j(a_i) = 1 - R_{k,m}$ , если пакет фотонов пересекает границу раздела слоев, где

сов  $i, j$  вычисляются по текущим координатам пакета фотонов. Затем генерируется значение угла рассеяния пакета фотонов и процедура повторяется. Когда вес пакета фотонов уменьшается до заданного малого значения (расчеты ведутся до величины  $W_d = 10^{-5}$ ), осуществляется переход к следующему пакету.

Когда описанная процедура выполнена для достаточно большого числа пакетов фотонов  $N_p$  (в работе принимается  $N_p = 10^5$ ), по формуле вычисляются функции Грина отклика среды

$$G_{ij} = Q_{ij}/N_p V_{ij} k_{aij} W_0. \quad (8)$$

Затем по заданному профилю падающего пучка вычисляется распределение освещенности внутри сре-

ды, а также распределение прошедшего и отраженного излучений. Вычисленное таким образом распределение полной освещенности в среде преобразуется в распределение поглощенной мощности

$$Q(r) = \mu_d(r)U(r). \quad (9)$$

Распределение поглощенной мощности  $Q(r)$  определяет функцию источников тепла, фигурирующую в правой части уравнения теплопроводности.

## 1.2. Моделирование тепловых процессов в биоткани

Для моделирования тепловых процессов в биоткани требуется решить трехмерное уравнение Пуассона (13) с граничными условиями, описывающими взаимодействие биоткани с окружающей средой,

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T(x, y, z)) = Q(x, y, z), \quad (10)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $T(x, y, z)$  – искомое распределение температуры,  $Q(x, y, z)$  – найденное на этапе решения оптической задачи распределение объемной плотности мощности тепловых нагрузок в биоткани, обусловленных поглощением лазерного излучения.

Поскольку обычно лазерные пучки симметричны относительно своей оси, это позволяет свести трехмерную задачу к двумерной. Для построения расчетной модели может быть выбрана цилиндрическая система координат  $(r, z)$  [7]. В рассматриваемом случае ось симметрии совпадает с оптической осью лазерного пучка.

Для сведения непрерывной вариационной задачи к дискретной рассматриваемая область разбивается на конечное число осесимметричных тороидальных элементов с треугольным сечением. Основными неизвестными задачи являются значения функции  $T$  в узлах.

Помимо расчета распределения тепловых нагрузок, важную роль при построении модели гипертермии биоткани играет обоснованный выбор граничных условий. Если через  $R_0$  обозначить радиус лазерного пучка, а через  $R_1$  – радиус расчетной цилиндрической области, то при  $R_1 \gg R_0$  на поверхности  $r = R_1$  может быть принято граничное условие, выражающее постоянство температуры на боковой поверхности расчетной области:

$$\partial T / \partial r|_{r=R_1, z \in [0, Z_1]} = 0, \quad (11)$$

где  $Z_1$  – продольный размер расчетной области (толщина многослойной модели кожи).

При моделировании принималось  $R_1 = 10R_0$ , т. е. при радиусе пучка 0,5 мм  $R_1 = 5$  мм. Значение  $Z_1$  соответствует глубине, ниже которой температура биоткани стабилизируется на определенном уровне.

Для здорового человека он составляет  $37^\circ\text{C}$ , а  $Z_1$  равно приблизительно 1000 мкм. Поэтому на поверхности  $z = Z_1$  задается граничное условие первого рода

$$T|_{z=Z_1, r \in [0, R_1]} = T_1. \quad (12)$$

Взаимодействие наружной поверхности биоткани с окружающей средой (конвекция, излучение) может быть описано граничным условием третьего рода

$$(\lambda(\partial T / \partial z) - A(T - T_0))|_{z=0, r \in [0, R_1]} = 0, \quad (13)$$

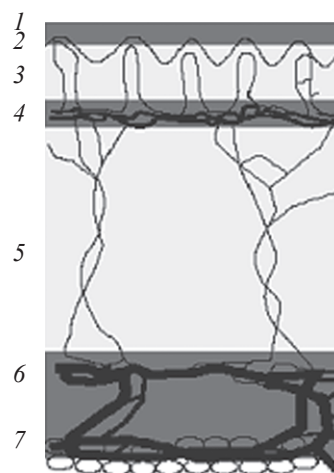
где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности верхнего слоя биоткани,  $A$  – приведенный коэффициент теплоотдачи,  $T_0$  – температура окружающей среды (при расчетах считаем условия нормальными, тогда  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ).

На границе  $z = Z_i$  сопряжения  $i$ -го слоя биоткани с  $i + 1$ -м выполняются граничные условия непрерывности теплового потока и температуры:

$$\begin{aligned} [\lambda_i(\partial T_i / \partial z) - \lambda_{i+1}(\partial T_{i+1} / \partial z)]|_{z=Z_i, r \in [0, R_1]} &= 0, \\ [T_i - T_{i+1}]|_{z=Z_i, r \in [0, R_1]} &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

## 2. Результаты моделирования

В качестве примера применения алгоритма, основанного на предложенном методе расчета, были получены численные результаты для семислойной модели кожи, представленной на рис. 2, при облучении лазерным пучком гауссова профиля мощностью  $P = 25$  мВт с длиной волны  $\lambda = 633$  нм и диаметром пучка  $d = 1$  мм. Теплофизические параметры тканей приведены в табл. 1, оптические – в табл. 2.



**Рис. 2.** Модель кожи. 1 – роговой слой, 2 – эпидермис, 3 – капиллярная дерма, 4 – верхнее сплетение микрососудов, 5 – ретикулярная дерма, 6 – глубокое сосудистое сплетение, 7 – гиподерма.

**Таблица 1.** Теплофизические параметры тканей

Ткань	$k_T, \text{Вт м}^{-1} \text{К}^{-1}$	$C, \text{Дж/г К}$	$\rho \times 10^3, \text{кг/м}^3$
Эпидермис	0,266	3,7	1,6
Кровь	0,530	3,6	1
Дерма	0,498	3,2	1

В качестве фазовой функции рассеяния для всех слоев использовалась функция Хени–Гринштейна

$$p(\theta_s) = (1 - g^2) / (2(1 + g^2 - 2g \cos \theta_s)^{3/2}). \quad (15)$$

Расчеты проводились для лазерного пучка с гауссовым профилем. Распределение энергии в пучке с гауссовым профилем

$$E_g(r) = E_{g0} \exp(-2(r/R_0)^2), \quad (16)$$

$$E_{g0} = 2P/\pi R_0^2, \quad (17)$$

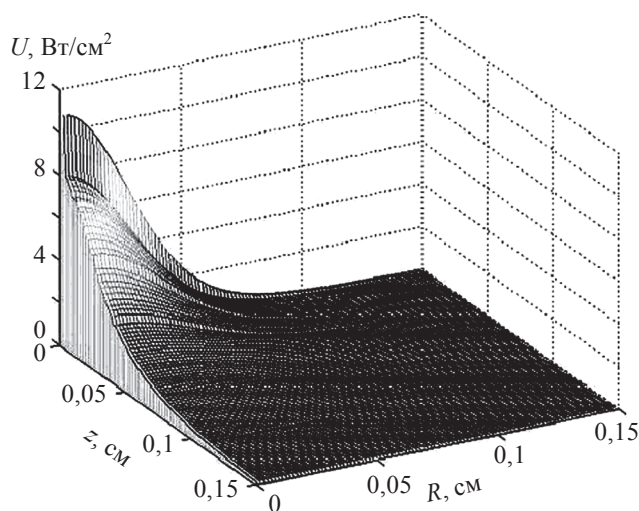
где  $P$  – мощность,  $R_0$  – исходный радиус пучка.

Результаты моделирования по методу Монте-Карло распределения интенсивности в коже представлены на рис. 3. На графике виден резкий спад освещенности в роговом слое за счет высокого коэффициента поглощения и явно выраженный пик на глубине 20 мкм, что соответствует границе раздела рогового слоя с эпидермисом; последующие пики менее заметны, так как различия коэффициентов поглощения между ними менее значительны.

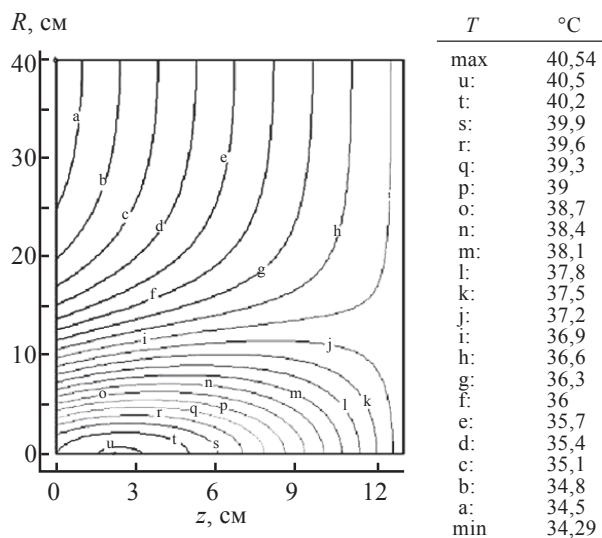
Температурное поле кожи, полученное при решении уравнения Пуассона по методу конечных элементов, представлено на рис. 4.

Значение приведенного коэффициента теплоотдачи ( $A$ ) – количество теплоты, которое передается через единицу площади поверхности в единицу времени при разности температур между теплоносителями в 1 К – было принято равным 0,009, что соответствует случаю кожи, охлаждаемой естественной конвекцией воздуха, когда наружная ее температура без лазерного воздействия поддерживается на уровне 34 °С.

Представленная модель содержит распределенные тепловые источники и два стока: на поверхности



**Рис. 3.** Распределение полной освещенности в коже.



**Рис. 4.** Распределение температуры в коже.

и в глубине. Максимум температуры наблюдается на некотором расстоянии от поверхности, что обусловлено взаимным влиянием источников и стоков.

**Таблица 2.** Оптические параметры тканей

Ткань	$\mu_a, \text{мм}^{-1}$	$\mu_s, \text{мм}^{-1}$	$g$	$n$	$d, \text{мкм}$
Роговой слой	0,8	31,4	0,9	1,5	20
Эпидермис	0,43	20,7	0,79	1,34	80
Верхняя дерма	0,27	18,7	0,79	1,4	150
Дерма с поверхностным сплетением сосудов	0,33	19,2	0,79	1,4	150
Нижняя дерма	0,27	18,7	0,79	1,4	700
Дерма с глубинным сплетением сосудов	0,34	19,4	0,79	1,4	400
Гиподерма	0,12	15	0,7	1,44	1500

### 3. Сравнение модели и эксперимента

Для подтверждения соответствия модели реальной ситуации были проведены экспериментальные исследования по измерению температуры объекта, подвергающегося воздействию лазерного излучения. В качестве объекта использовался полиметилметакрилат (PMMA), так как при воздействии на него лазерного излучения с длиной волны в области 10,5–10,7 мкм его свойства схожи со свойствами биологического материала. Целью эксперимента было получение зависимости температуры от времени и от расстояния до поверхности, на которую падает излучение.

Источником излучения служил CO<sub>2</sub>-лазер SYNRAD D48-1 с мощностью, изменяемой в пределах от 0 до 7,5 Вт. Для регистрации излучения и определения его мощности использовался приемник оптического излучения, основанный на эффекте увеличения светом носителей заряда, подключенный к ваттметру.

Образец облучался в течение 30 мин. Температура фиксировалась с интервалом в 1 мин. Термопары были расположены на следующих расстояниях до поверхности (в миллиметрах): 1,4, 2,4, 3,4, 5,9. Были получены результаты измерений при мощностях 0,5 и 0,7 Вт на расстояниях от источника излучения до объекта 30, 40 и 50 см, диаметр пучка составлял соответственно 4,5, 5 и 5,5 мм. На рис. 5 представлена одна из этих зависимостей.

Зависимости имеют логарифмическую форму, причем заметно, что достаточно стабильное распределение температуры достигается примерно на 25-й минуте. Незначительные флуктуации температуры обусловлены изменением параметров внешней сре-

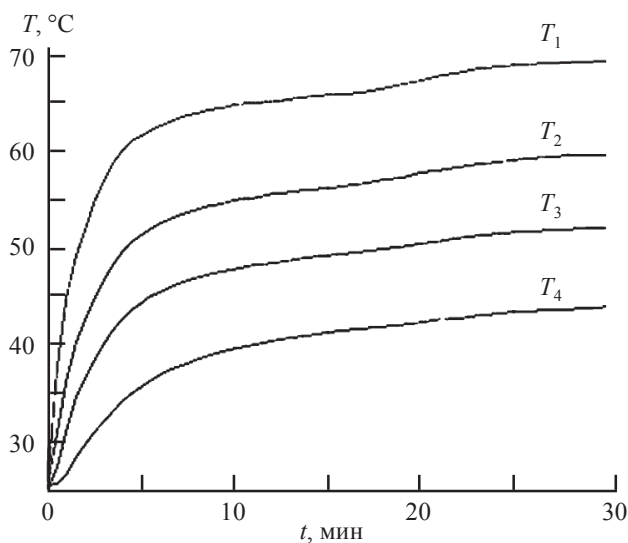


Рис. 5. Зависимости температуры от времени ( $P = 0,5$  Вт,  $d = 5$  мм,  $x = 40$  см).

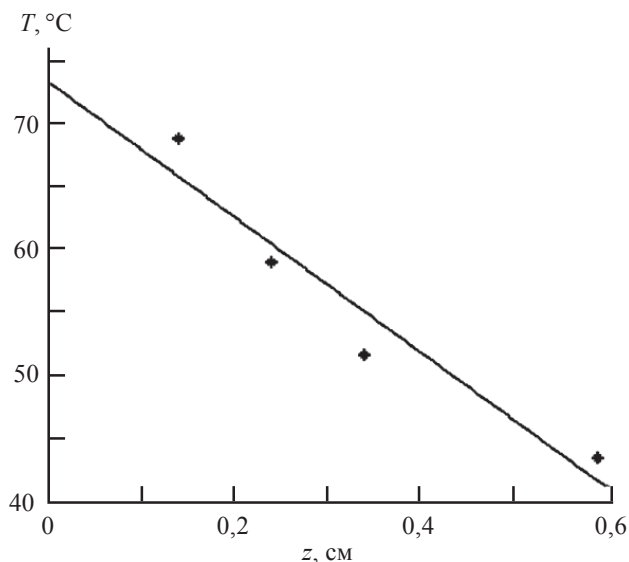


Рис. 6. Распределение температуры по глубине ( $P = 0,5$  Вт,  $d = 5$  мм). Точки – эксперимент, сплошная линия – расчет.

ды и в менее значительной степени – погрешностью измерений.

Теоретически время достижения стабильного распределения температуры может быть вычислено по формуле (18), его значение – около 1428 с, что составляет приблизительно 24 мин:

$$t_0 = F_0 \rho c l^2 / \lambda, \quad (18)$$

где  $F_0$  – число Фурье,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\rho$  – плотность,  $c$  – удельная теплоемкость,  $l$  – характерный линейный размер тела,  $t_0$  – характерное время изменения внешних условий.

Свойства PMMA: плотность 1,17 г/см<sup>3</sup>, удельная теплоемкость 1,2 кДж/кг К, коэффициент теплопроводности 0,78 Вт м<sup>-1</sup> К<sup>-1</sup>, показатель преломления 1,49, коэффициент поглощения  $\mu_a = 10$  мм<sup>-1</sup>, коэффициент рассеяния  $\mu_s = 43,7$  мм<sup>-1</sup>. При стабильном состоянии  $F_0 \gg 1$  примем  $F_0 = 100$ .

Образец имел размеры 34,5×34,5×19,5 мм, соответственно характерный линейный размер тела составил 28,5 мм.

Результаты, полученные при моделировании и экспериментально, представлены на рис. 6. Сравнение этих данных показало их хорошее совпадение.

### Заключение

Проведенные модельные расчеты выполнены с целью изучения воздействия лазерного излучения на сильно рассеивающую и поглощающую свет среду. Моделирование проводилось в два этапа. Сначала оптическая часть задачи решалась с использованием метода Монте-Карло, основанного на приме-



нении функции Грина отклика среды на единичное внешнее воздействие. Затем температурное поле рассчитывалось с помощью метода конечных элементов.

Результаты моделирования позволяют наглядно представить распределение полной освещенности и температуры в биоматериале и хорошо согласуются с экспериментальными данными. В полученном распределении температуры максимум наблюдается на некотором расстоянии от поверхности, что обусловлено взаимным влиянием распределенных по объему источников и двух стоков – в глубине и на поверхности.

Анализ температурных полей в многослойных биоматериалах позволяет определить ожидаемые границы областей деструкции и некротизации биотканей и, следовательно, определить мощность лазерных источников, пригодных для достижения желаемого терапевтического эффекта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов О.В. Метод конечных элементов и его применение в инженерных расчетах. М.: Радио и связь, 2002. 104 с.
2. Приезжев А.В. Лазерная диагностика в биологии и медицине. М.: Наука, 1989. 240 с.
3. Сабельфельд К.К. Методы Монте-Карло в краевых задачах. Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1989. 280 с.
4. Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биологических исследованиях. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1998. 384 с.
5. Шайдунов В.В. Многосеточные методы конечных элементов. М.: Наука, 1989. 288 с.
6. Boas D.A. Three dimensional Monte Carlo code for photon migration through complex heterogeneous media // Optics express. 2002. V. 3. P. 159–170.
7. Welch A. Optical-thermal response of laser-irradiated tissue. Plenum Publishing Corporation, 1995. 952 с.