# РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.317

## АБЕРРАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, СОСТОЯЩИХ ИЗ КОНФОКАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

© 2005 г. **А. П. Грамматин***, доктор техн. наук; **Е. А. Демидова****

* Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

** ВНЦ "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", Санкт-Петербург
E-mail: gramm@svs.ru, edemidova@front.ru

Выполнен анализ аберраций оптических систем, образованных сферическими поверхностями, центры которых совпадают и расположены на совмещенных плоскостях предмета и изображения. Получены формулы для оценки аберраций широкого меридионального пучка и дисторсии. Показано, что при выполнении некоторых условий пятно рассеяния в таких системах для внеосевых точек изображения может приобретать форму, близкую к прямоугольнику и квадрату.

Коды OCIS: 220.2740, 220.1010.

*Поступила в редакцию 18.08.2004.*

Сферическая преломляющая или отражающая поверхность, центр которой совпадает с осевой точкой предмета, является апланатической, т. е. создающей изображение, свободное от сферической аберрации при строгом соблюдении условия синусов. М.М. Русинов предложил называть такую поверхность конфокальной [1]. Кроме апланатичности, конфокальная поверхность обладает еще одним уникальным свойством – отсутствием сагиттальной составляющей поперечных аберраций для внеосевых точек изображения при любой числовой апертуре. Поэтому изображение любой внеосевой точки предмета имеет вид радиального отрезка прямой линии. Это свойство позволяет сделать важные выводы, касающиеся аберраций высших порядков конфокальной поверхности.

Воспользуемся классификацией аберраций пятых порядков, предложенной В.Н. Чуриловским [2]. Первая сферическая аберрация, зависящая от пятой степени апертуры и не зависящая от линейного поля, отсутствует, так как осевая точка поля изображается безаберрационно при любой апертуре. Первая кома, зависящая от первой степени линейного поля и четвертой степени апертуры и называемая иногда полевой, также отсутствует, поскольку при ее наличии возникает некоторая сагиттальная составляющая поперечной аберрации. По этой же причине отсутствуют такие аберрации, как вторая сферическая аберрация (называемая иногда полевой), птера (крыловидная ошибка) и вторая кома (называемая иногда полевой). Остаются такие аберрации, как меридиональная составляющая астигматизма, сагитта (стреловидная ошибка) и дисторсия.

В области аберраций третьего порядка такая поверхность вносит меридиональную составляющую астигматизма $Z'_m$, не зависящую от положения входного зрачка и вычисляемую по формуле

$$Z'_m = -y'^2(n' - n)/rnn', \qquad (1)$$

где $y'$ – расстояние изображения точки от центра поля; $n$ и $n'$ – показатели преломления до и после поверхности соответственно; $r$ – радиус кривизны поверхности.

Одиночная конфокальная поверхность находит практическое применение лишь тогда, когда она является зеркальной. В этом случае при совмещении апертурной диафрагмы с оправой зеркала дисторсия отсутствует, а точное значение астигматической составляющей $Z'_m$ может быть вычислено по формуле

$$Z'_m = -2ry'^2/(r^2 + 2y'^2), \qquad (2)$$

полученной из уравнения Юнга для меридионального астигматического пучка [3].

Формула (1) для одиночного зеркала приобретает вид:

$$Z'_m = -2y'^2/r. \qquad (3)$$

Сопоставляя формулы (3) и (2), нетрудно заметить, что высшие порядки величины $Z'_m$ имеют противоположный знак по отношению к третьему порядку

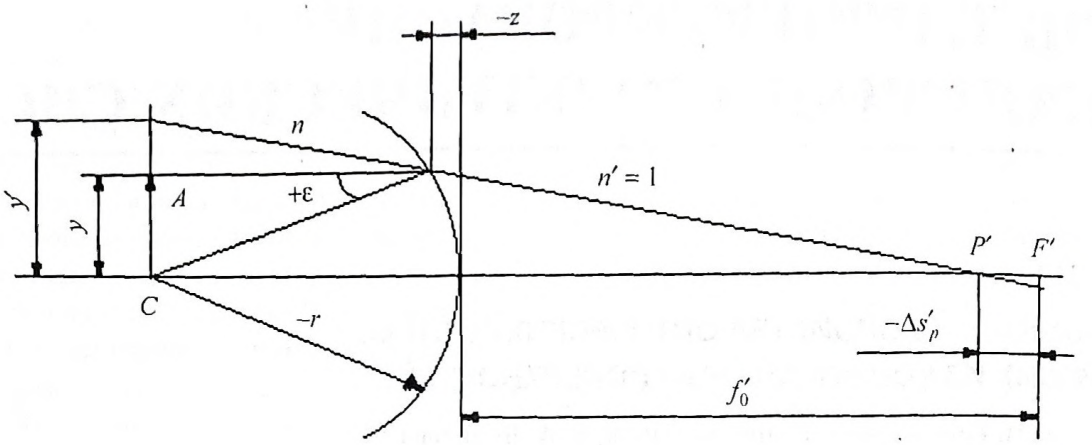


**Рис. 1.** Схема для определения дисторсии 3-го порядка.

этой аберрации. Так, при $y' = r$ по формуле (2) получаем $Z'_m = -0{,}667r$, а по формуле (3) $Z'_m = -2r$. Это свойство выпадает из эмпирического правила, гласящего, что для отдельной поверхности знаки аберраций высшего и третьего порядков совпадают.

Формула для определения дисторсии третьего порядка одиночной преломляющей конфокальной поверхности при входном зрачке, расположенном на бесконечности, можно легко получить, ориентируясь на рис. 1. Здесь представлен ход главного луча, выходящего из точки $A$ плоскости предметов. Расстояние между точками $F'$ и $P'$, обозначенное через $\Delta s'_p$, представляет собою сферическую аберрацию в зрачке. Нетрудно видеть, что из подобия соответствующих треугольников следует, что

$$y'/y = (-r + f'_0 + \Delta s'_p)/(f' - z + \Delta s'_p). \qquad (4)$$

Предмет расположен в среде с показателем преломления $n$. Вторая среда – воздух. В этом случае линейное увеличение в параксиальной области $V = n$. Правую часть уравнения (4) можно преобразовать к виду

$$y'/y = V(1 + \Delta V/V), \qquad (5)$$

где $\Delta V/V$ – относительная дисторсия.

Величина $z$ в уравнении (4) с точностью до вторых порядков малости может быть представлена в виде

$$z = 0{,}5y^2/r. \qquad (6)$$

Сферическая аберрация третьего порядка одиночной преломляющей поверхности при предмете, расположенном на бесконечности, равна таковой для плосковыпуклой линзы и на основании формул, приведенных в справочнике [4], составляет

$$\Delta s'_p = 0{,}5y^2n^2/r(n-1). \qquad (7)$$

Отношение $y/r$ можно представить как синус угла падения ε главного луча на поверхность

$$y/r = \sin\varepsilon. \qquad (8)$$

Принимая во внимание соотношения (5), (6), (7) и (8), из уравнения (5) получаем формулу для относительной дисторсии одиночной конфокальной поверхности:

$$\Delta V/V = (1 - 0{,}5n\sin^2\varepsilon)/[1 - 0{,}5(n^2 + 1 - n)\sin^2\varepsilon] - 1. \qquad (9)$$

Анализируя полученную формулу, нетрудно убедиться, что даже при больших величинах углов падения ε относительная дисторсия невелика. Так, при $\sin\varepsilon = 0{,}5$ и $n = 1{,}5$ $\Delta V/V = 0{,}04$. Точное значение относительной дисторсии, полученное расчетом хода лучей на персональном компьютере, мало отличается от приведенного и составляет 0,055.

Очевидно, что вследствие наличия аберрации в широком меридиональном пучке лучей, вызванного тем, что величина $Z'_m \neq 0$, дисторсия зависит от положения зрачка и при некотором его положении обращается в нуль. Формула, устанавливающая положение зрачка, при котором конфокальная поверхность становится ортоскопической, имеет громоздкий вид и не обладает достаточной точностью. Определение соответствующего положения зрачка может быть без труда выполнено с помощью программ автоматизированной коррекции на персональном компьютере. Так, например, при $n = 1{,}5$ и $\sin\varepsilon = 0{,}5$ дисторсия отсутствует, когда апертурная диафрагма расположена после поверхности на расстоянии, равном $s'_p = -3{,}684r$. При этом параксиальное изображение апертурной диафрагмы в пространстве предметов расположено на расстоянии $s_p = 5{,}564r$.

Поскольку аберрации высших порядков не обладают свойством аддитивности, т. е. аберрация системы, состоящей из нескольких поверхностей, не равна сумме аберраций отдельных поверхностей, то анализ аберраций систем, образованных несколькими поверхностями, следует проводить, рассматривая системы в целом. Обратим внимание на то, что оптическая система, состоящая из двух и более конфокальных поверхностей, становится одновременно и концентрической, т. е. обладающей целым рядом уникальных свойств [5, 6]. Рассмотрим сначала систему из двух преломляющих поверхностей. Будем

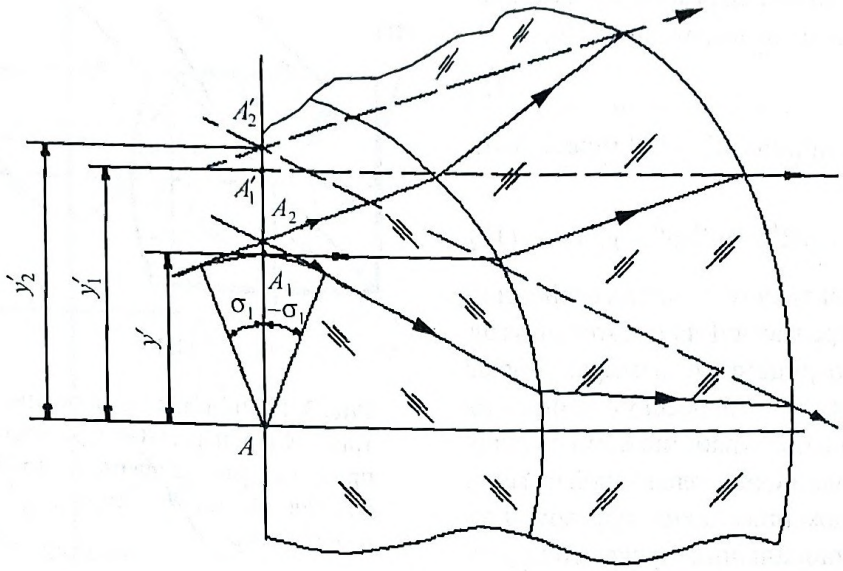


**Рис. 2.** Схема, объясняющая появление аберраций 7-го порядка.

полагать, что плоскость предмета располагается в среде с показателем преломления $n_1 \neq 1$. Третья среда системы – воздух. Для устранения меридиональной составляющей астигматизма необходимо, как показано в работе [5], расположить входной зрачок на бесконечности, сделать систему афокальной и исправить сферическую аберрацию в зрачках. При наличии всего двух поверхностей выполнить одновременно два последних условия невозможно. Поэтому ограничимся устранением меридиональной составляющей астигматизма для крайней точки поля изображения. При этом соответствующий главный луч в пространстве изображений будет параллелен оптической оси. Меридиональная составляющая астигматизма будет изменяться в пределах поля изображения по законам третьих и пятых порядков:

$$Z'_m = ay'^2 + by'^4. \qquad (10)$$

Максимальное значение $Z'_m$ будет иметь место, как известно, при $y'_{ext} = 0{,}707y'_1$ и составит

$$Z'_{ext} = -0{,}25by'^4_1, \qquad (11)$$

где $y'_1$ – ордината точки пересечения главного луча, для которого $Z'_m = 0$, с плоскостью Гаусса.

Для вывода соотношения, связывающего величину $Z'_m$ с конструктивными параметрами системы, удобно воспользоваться формулой, приведенной в работе [5]:

$$Z'_m = y'\sin\sigma'\cos\sigma', \qquad (12)$$

и формулой, предложенной Л.В. Романовой [6]:

$$\sigma'_p = \sigma'_1 + \sum_{i=1}^{i=p}\left[\arcsin\frac{n_1 H}{n_{i+1}r_i} - \arcsin\frac{n_1 H}{n_i r_i}\right], \qquad (13)$$

где $H = (r_1 - S_1)\sin\sigma_1$, а при $\sigma_1 = 0$ $H = -y$.

Разложив arcsin в ряд ($\arcsin x = x + x^3/6 + 3x^5/40 + \ldots$) и ограничившись первыми двумя членами, получим:

$$\sigma'_{III} = -n_1 y_1 \sum_1^p \frac{1}{r_i}\left(\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}\right), \qquad (14)$$

$$\sigma'_V = -\frac{(n_1 y_1)^3}{6}\sum_1^p \frac{1}{r_i^3}\left(\frac{1}{n_{i+1}^3} - \frac{1}{n_i^3}\right), \qquad (15)$$

где $\sigma'_{III}$ обуславливает появление третьих порядков величины $Z'_m$, а $\sigma'_V$ – появление пятых порядков величины $Z'_m$.

Из условия афокальности системы, принимая во внимание выражение (14), находим

$$r_2 = r_1\frac{n_1(n_2 - 1)}{n_2 - n_1}. \qquad (16)$$

На основании формул (12), (15) и (16) получим:

$$Z'_{mV} = \frac{n_1 y^4}{6r_1^3 n_2^3}\left(n_2^3 - n_1^3 - \frac{(n_2 - n_1)^3(n_2^3 - 1)}{(n_2 - 1)^3}\right). \qquad (17)$$

При проверке формулы (17) расчетом хода лучей на компьютере было установлено, что в широком меридиональном пучке лучей имеет место аберрация седьмого порядка, примерно пропорциональная третьей степени числовой апертуры и четвертой степени величины $y_1$. Проанализируем причину, вызывающую появление этой аберрации. Пусть некоторый главный луч входит в оптическую систему параллельно оптической оси на высоте $y_1$ (рис. 2) и выходит из нее также параллельно оси на высоте $y'_1$. Линейное увеличение $\beta = n_1$. Для точки изображения

$A'_1$ меридиональная составляющая астигматизма равна нулю и, как это следует из выражения (10),

$$a = -by'^2_1. \qquad (18)$$

Тогда зависимость величины $Z'_m$ от $y'$ может быть представлена в виде:

$$Z'_m = -by'^2y'^2_1 + by'^4 = by'^2(y'^2 - y'^2_1). \qquad (19)$$

Повернем главный луч вместе с оптической осью вокруг осевой точки предмета $A$ на некоторый угол $\sigma_1$ в положительном и отрицательном направлениях. Как видно из рисунка, лучи пересекут плоскость предмета в точке $A_2$, а в пространстве изображений лучи пересекутся в точке $A'_2$, расположенной на мнимой плоскости изображения. Таким образом, два луча широкого меридионального пучка, образующих с главным лучом апертурные углы $\pm\sigma$, не имеют аберрации. Но из выражения (19) следует, что для точки изображения $A'_2$ меридиональная составляющая астигматизма не равна нулю. Поэтому астигматизм в этой точке поля $A'_2$ компенсируется некоторой поперечной аберрацией, равной

$$\delta y'_2 = -Z'_{m2}\mathrm{tg}\sigma'. \qquad (20)$$

Принимая во внимание, что $\sigma' = \sigma$ и

$$y'_2 = y'_1/\cos\sigma, \qquad (21)$$

из выражений (19), (20) и (21) находим

$$\delta y'_2 = -by'^4_1\mathrm{tg}\sigma\sin^2\sigma/\cos^4\sigma. \qquad (22)$$

Для точки изображения $A'_1$ эта аберрация, которая по классификации В.Н. Чуриловского может быть названа сагиттой седьмого порядка и зависит от четвертой степени величины $y$, составит

$$\delta y'_1 = \delta y'_2(y_1/y_2)^4 = -by'^4_1\mathrm{tg}^3\sigma\cos^2\sigma. \qquad (23)$$

Поскольку $by'^4_1$ на основании выражения (10) равняется меридиональной составляющей астигматизма пятого порядка, то в окончательном виде сагитту седьмого порядка можно представить как

$$\delta y' = -Z'_{m\mathrm{V}}\mathrm{tg}^3\sigma'\cos^2\sigma'. \qquad (24)$$

Обратим внимание, что при выводе формулы (24) было использовано лишь свойство концентричности оптической системы, поэтому она пригодна для использования в любых системах, состоящих из конфокальных поверхностей.

Приведенные выше рассуждения можно применить к зеркально-линзовой системе "Микронар" (рис. 3), также являющейся конфокальной и концентрической, и представить выражения для вычисления присущих ей аберраций.

Поскольку система афокальна, то

$$r_2 = r_1\frac{n}{n-1}. \qquad (25)$$

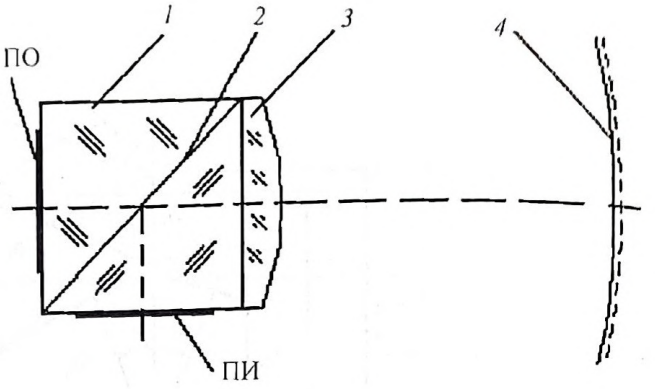


**Рис. 3.** Принципиальная оптическая схема объектива "Микронар". ПО – плоскость объекта; *1* – куб-призма с полупрозрачным слоем *2*; *3* – плосковыпуклая линза; *4* – зеркало; ПИ – плоскость изображения.

Учитывая формулы (12), (15), (25) и принимая во внимание, что $y' = -y$, получим следующее выражение для меридиональной составляющей астигматизма V порядка:

$$Z'_{m\mathrm{V}} = \frac{y^4}{r_1^3}(n-1)n. \qquad (26)$$

На основании (24) и (26) получим формулу для нахождения аберрации широкого наклонного пучка:

$$\delta y' = -\frac{y^4}{r_1^3}(n-1)n\mathrm{tg}^3\sigma'\cos^2\sigma'. \qquad (27)$$

В оптической системе "Микронар" можно исправить сферическую аберрацию третьего порядка в зрачках путем приклеивания к линзе *3* (рис. 3) концентрической линзы, показатель преломления которой больше, чем показатель линзы *3*. Тем самым устраняется меридиональная составляющая астигматизма пятого порядка и, соответственно, сагитта. Такая система является практически безаберрационной в широком диапазоне числовых апертур и линейных полей.

Проверка выведенных выше формул путем расчета хода лучей на персональном компьютере подтвердила их правильность. При этом было выявлено интересное свойство пятен рассеяния для некоторых участков полей изображения у систем, обладающих сагиттой седьмого порядка.

Эта аберрация присутствует только в меридиональном сечении и зависит в соответствии с формулой (24) примерно (если принять $\cos\sigma = 1$) от третьей степени числовой апертуры, т. е. аналогична сферической аберрации третьего порядка. Поэтому путем смещения плоскости установки величина $\delta y'$ может быть уменьшена в четыре раза. Однако в таком случае в сагиттальном сечении возникнет поперечная аберрация, равная $-0{,}75\delta y'$. Оптимальные размеры пятна рассея-

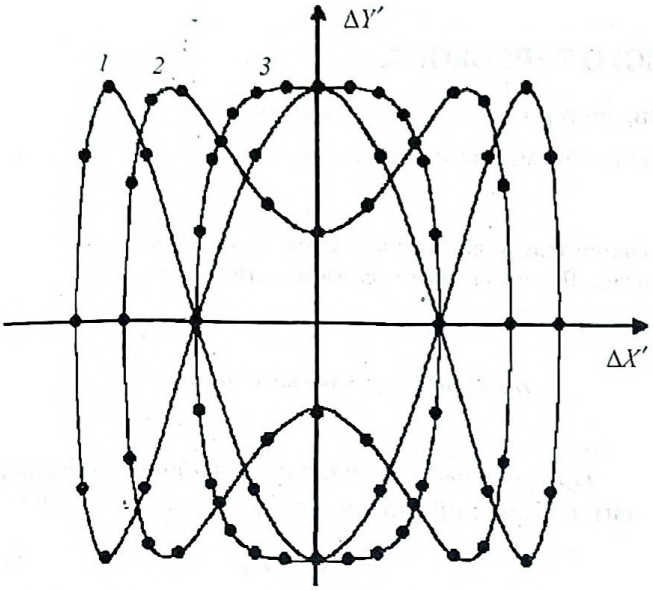


**Рис. 4.** Расчетные траектории лучей в плоскости изображения объектива "Микронар". *1*, *2*, *3* – траектории трех лучей в плоскости изображения, обегающие входной зрачок по окружностям через каждые 15°, радиусы которых равны соответственно $1, \sqrt[3]{0,5}, 0,5$.

ния будут, очевидно, иметь место, если $\Delta x' = -\Delta y'$, т. е. если поперечная аберрация в сагиттальном сечении равна по величине и противоположна по знаку поперечной аберрации в меридиональном сечении. Первая из аберраций зависит только от смещения плоскости установки относительно плоскости Гаусса $\Delta$ и может быть представлена в виде:

$$\Delta x' = -\Delta \mathrm{tg}\sigma'. \qquad (28)$$

Поперечная аберрация в меридиональном сечении $\Delta y'$ зависит от меридиональной составляющей астигматизма $Z'_m$, смещения плоскости установки $\Delta$ и сагитты $\delta y'$:

$$\Delta y' = Z'_m \mathrm{tg}\sigma' - \Delta \mathrm{tg}\sigma' + \delta y'. \qquad (29)$$

Полагая $\Delta x' = -\Delta y'$ и принимая во внимание, что, как отмечалось выше, $\Delta y' = 0,25\delta y'$, находим оптимальное смещение плоскости установки

$$\Delta = -0,25\delta y' / \mathrm{tg}\sigma' \qquad (30)$$

и оптимальную меридиональную составляющую астигматизма

$$Z'_m = -\delta y'/\mathrm{tg}\sigma'. \qquad (31)$$

Для анализа формы пятна рассеяния, воспользовавшись выражениями (24), (28), (29), представим зависимости поперечных аберраций от текущего значения апертурного угла $\sigma'_A$ в виде:

$$\Delta y' \approx -0,75a\mathrm{tg}\sigma'_A + a\mathrm{tg}^3\sigma'_A, \qquad (32)$$

$$\Delta x' = 0,25a\mathrm{tg}\sigma'_A, \qquad (33)$$

где $a = Z'_{m\nu}\,\mathrm{tg}^2\sigma'$.

Переходя к полярным координатам, получим

$$\Delta y' = -0,75a\rho\cos\theta + a\rho^3\cos^3\theta, \qquad (34)$$

$$\Delta x' = 0,25a\rho\sin\theta. \qquad (35)$$

Результаты расчета по формулам (34) и (35) в графическом виде представлены на рис. 4. Нетрудно видеть, что внешние контуры пятна рассеяния близки по форме к квадрату. Верхняя и нижняя части контура представляют собой прямые линии, боковые части незначительно округлены. Контрольный расчет на персональном компьютере полностью подтвердил теоретические выкладки. Изменяя соотношение между смещением плоскости установки и меридиональной составляющей астигматизма, можно получить также пятно, близкое по форме к прямоугольнику с любым соотношением сторон.

Оптические системы, состоящие из конфокальных поверхностей, находят применение в фотолитографии [7], голографии [8] и других областях техники [9].

*ЛИТЕРАТУРА*

1. *Русинов М.М.* Композиция оптических систем. Л.: Машиностроение, 1989. 383 с.

2. *Чуриловский В.Н.* Теория хроматизма и аберраций третьего порядка. Л.: Машиностроение, 1968. 312 с.

3. *Тудоровский А.И.* Теория оптических приборов. М.–Л.: АН СССР, 1948. 661 с.

4. *Русинов М.М., Грамматин А.П. и др.* Вычислительная оптика. Справочник // Под общ. ред. Русинова М.М. Л.: Машиностроение, 1984. С. 110–115.

5. *Грамматин А.П.* Некоторые свойства концентрических оптических систем // ОМП. 1971. № 4. С. 26–28.

6. *Романова Л.В.* О возможности исправления аберраций в концентрической системе на основании рассмотрения хода действительного луча // Сб. статей ЛИТМО. 1956. В. 19.

7. *Грамматин А.П., Ларина Р.М., Горбунова В.А.* Объективы для проекционной фотолитографии // ОМП. 1976. № 11. С. 60–69.

8. *Грамматин А.П., Стаселько Д.И.* Безаберрационные оптические системы для формирования протяженных трехмерных изображений ансамблей частиц // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. № 2. С. 341–346.

9. *Грамматин А.П., Демидова Е.А.* Объективы для люминесцентного анализа фрагментов ДНК // Оптический журнал. 2004. Т. 71. № 2. С. 28–31.