

УДК 520.2, 535.3

Исследование трехзеркальных объективов, работающих с внеосевым полем, для дистанционного зондирования Земли

© 2021 г. **К. Д. Бутылкина***, АСПИРАНТ; **Г. Э. Романова***, КАНД. ТЕХН. НАУК;
В. Н. Васильев*, ДОКТОР ТЕХН. НАУК; **Г. Г. Валявин****, КАНД. ФИЗ.-МАТ. НАУК

*Университет ИТМО, Санкт-Петербург

**Специальная астрофизическая обсерватория Российской академии наук, пос. Нижний Архыз
Зеленчукского района Карачаево-Черкесии

E-mail: butylkinax@gmail.com, romanova_g_e@mail.ru

Поступила в редакцию 07.06.2021

DOI:10.17586/1023-5086-2021-88-09-20-27

Широкое применение данных дистанционного зондирования Земли делает актуальным разработку, исследование и совершенствование объективов телескопов, используемых в них в качестве основного оптического инструмента. Для обеспечения совокупности требуемых для современных аппаратов характеристик (фокусное расстояние до 5 м, угловое поле до 2–3°, предельное пространственное разрешение до 0,75–2 м) в качестве объективов можно применять трехзеркальные системы. Однако в классических центрированных компактных системах основным фактором, влияющим на качество изображения, оказывается экранирование зрачка. В работе представлено описание методики расчета трехзеркальных плананастигматов, работающих с внеосевым полем — без экранирования, а также обсуждаются особенности и возможный способ оценки сложности расчета таких систем с использованием коэффициента сложности. Рассчитаны варианты объективов с фокусным расстоянием 1000 и 1600 мм, диафрагменным числом 4–5, угловым полем до 1–2°.

Ключевые слова: трехзеркальные объективы, зеркальный плананастигмат, коэффициент сложности, системы с внеосевым полем, дистанционное зондирование Земли.

Коды OCIS: 220.1000, 350.1260, 350.6090, 230.4040, 110.6770

ВВЕДЕНИЕ

Мониторинг и дистанционное зондирование поверхности Земли из космоса берет начало с середины XX в. С началом нового тысячелетия развитие технологий в этой области пошло ускоренными темпами и год за годом набирает большие обороты. В связи с этим оптимизация разработки, изготовления и настройки аппаратуры, входящей в состав спутников Земли, является востребованной задачей [1–3]. К объективу, обеспечивающему формирование изображения земной поверхности и являющемуся основной оптической системой,

предъявляются высокие требования как по качеству изображения и достигаемому пространственному разрешению, так и по компактности. Как правило, необходимо, чтобы вся система представляла собой куб с удобным расположением плоскости приемника [4, 5].

Наиболее простая оптическая система, позволяющая получить необходимое пространственное разрешение (1–3 м) с высоких орбит (500–700 км) — трехзеркальный плананастигмат. Однако в классической трехзеркальной осесимметричной системе существенное влияние на качество оказывает экранирование.

Для ухода от этой проблемы зачастую применяются центрированные схемы, работающие внеосевым полем. Известные решения [6–8] представляют собой анастигматы и требуют дополнительной коррекции кривизны поля изображения за счет применения линзовых корректоров. Также известны частные решения общей задачи поиска трехзеркальной системы плананастиigmата [9, 10], однако не существует общей методики и подхода, а также рекомендаций по выбору исходных параметров при разработке подобного рода систем.

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

Из возможных видов трехзеркальных систем [11] успешными для получения не только большой светосилы и длинного фокусного расстояния, но и относительно большого поля являются системы без промежуточного изображения [12].

Как показали проведенные ранее исследования [13], расчет трехзеркального плананастиigmата, работающего с осесимметричным полем, можно выполнять по методике, которую в упрощенном виде можно описать следующим образом:

1. Определение основных характеристик (с учетом необходимого линейного разрешения, высоты орбиты, размера элемента приемника) — фокусного расстояния, диаметра входного зрачка.

2. При выбранных предварительно исходных параметрах (угле α_2 , коэффициенте линейного экранирования вторичным зеркалом h_2 и угле расходимости пучка после вторичного зеркала α_3) выполняется коррекция кривизны поля изображения, т.е. обеспечение в схеме выполнения соотношения

$$\alpha_2 - \frac{\alpha_3 + \alpha_2}{h_2} + \frac{\alpha_4 + \alpha_3}{h_3} = 0,$$

где α — углы нулевого луча с оптической осью, h — высоты нулевых лучей на поверхностях.

При этом радиусы и воздушные промежутки

$$r_1 = \frac{2}{\alpha_2}, \quad r_2 = \frac{2h_2}{\alpha_2 + \alpha_3}, \quad r_3 = \frac{2h_3}{\alpha_3 + \alpha_4},$$

$$d_1 = \frac{1 - h_2}{\alpha_2}, \quad d_2 = \frac{h_2 - h_3}{\alpha_3}.$$

3. На следующем этапе выполняется оценка габаритных соотношений: реализуемости системы, а также длины системы, положения плоскости приемника, и оценка экранирования с учетом углового поля, и установки бленд.

4. На следующем этапе выполняется коррекция сферической аберрации, комы и астигматизма за счет коэффициентов асферической деформации зеркал [14].

Исходные параметры базовой осесимметричной схемы плананастиigmата выбираются в следующих пределах: $-5 < \alpha_2 < -1,2$, $-0,1 < \alpha_3 < 0,1$, $0,1 < h_2 < 0,55$. Данные ограничения связаны с требуемыми характеристиками, поскольку параметр α_2 определяет отношение диафрагменного числа первого зеркала к диафрагменному числу всей системы, его большие значения приведут к тому, что первое зеркало будет очень светосильным, а значит, будет сильно влиять на аберрации. Параметр α_3 также связан с экранированием и возможностями защиты плоскости приемника от посторонних засветок. Большая высота луча на второй поверхности (h_2) нерациональна, так как с учетом углового поля и возможной установки защитных бленд экранирование пучков лучей в окончательной схеме еще возрастет, а, следовательно, его влияние на качество изображения может стать критичным. Кроме того, значительно возрастут и потери энергии из-за экранирования. Несмотря на то, что в дальнейшем данная методика применяется для систем с внеосевым полем, такие ограничения позволяют выбрать оптимальную компоновку системы.

При использовании схемы трехзеркального плананастиigmата в качестве системы, работающей с внеосевым полем, необходимо на этапе расчета схемы по описанной выше методике дополнительно оценивать угол наклона главных лучей. В первую очередь этот параметр в пространстве предметов определяет минимальный угол наклона пучков ω_{\min} , позволяющий работать без экранирования (рис. 1).

При этом размер этого угла можно определить по формуле

$$\tan \omega_{\min} = \frac{1}{2KS_p},$$

где K — диафрагменное число, S_p — положение входного зрачка относительно первого

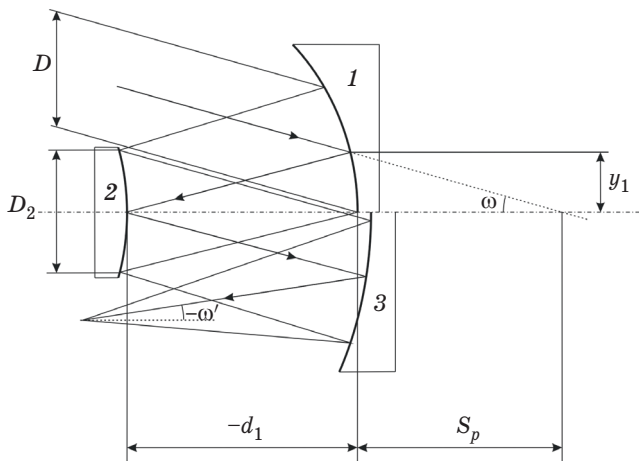


Рис. 1. Оптическая схема трехзеркального объектива с внеосевым полем. 1 — главное зеркало, 2 — второе зеркало, 3 — третье зеркало.

зеркала, выраженное в масштабе фокусного расстояния.

Расчет хода главного луча в системе можно выполнить с использованием нулевых лучей

$$\beta_1 = 1, \quad n_{i+1}\beta_{i+1} - n_i\beta_i = \frac{y_i(n_{i+1} - n_i)}{r_i},$$

где β_i — угол наклона главного луча перед поверхностью i , y_i — высота падения главного луча на поверхность i , n_i , n_{i+1} — показатели преломления среды до и после поверхности i .

С учетом заданного условия нормировки реальные значения угла наклона главного луча в пространстве изображений можно определить по формуле

$$\omega' = \arctan(\beta_4 \tan \omega_{\min}).$$

Так, при оценке габаритных соотношений в системе с внеосевым полем необходимо учитывать также угол падения лучей на плоскость приемника, так как именно при работе с внеосевым полем, вводимым во избежание экранирования, этот фактор может иметь критическое значение.

Таким образом, на основании формул, приведенных выше, можно сформировать базу исходных вариантов систем, из которой в первую очередь необходимо выбрать только реализуемые варианты (согласно критерию $d_1 < 0$, $d_2 > 0$), а затем исключить случаи, когда габаритные соотношения диаметров зеркал между собой делают системы крайне неудобными. Так, например, конструктивно неудобен вариант, когда главное зеркало во много раз превышает по габаритам остальные зеркала и имеет очень большие размеры для космической оптики (например, такое наблюдается при $h_2 = 0,1, 0,45, 0,5, 0,55$). По результатам исследования было получено, что целесообразно рассматривать угол падения главного (нулевого) луча на плоскость приемника $\beta_4 \leq |5|$: при значениях за пределами указанного диапазона может наблюдаться дополнительное виньетирование пучка, вызываемое плоскостью приемника в рабочем пучке лучей, а, кроме того, при значительных углах падения на приемную площадку может снижаться эффективность работы приемного устройства. При этом, безусловно, окончательный анализ углов падения лучей на плоскость приемника необходимо выполнять с учетом остальных характеристик системы, так как углы падения главного луча определяются в том числе с учетом требуемого относительного отверстия системы.

В таблице приведены области исходных параметров, в которых могут быть найдены решения (трехзеркальные плананастигматы) для двух значений диафрагменного числа $K = 3$ и $K = 5$. Заметно, что при росте K области возможных решений расширяются.

Области найденных решений

h_2	$K = 3$		$K = 5$	
	α_2	α_3	α_2	α_3
0,20	-1,20	-0,03	-1,20	-0,03
	-	-	-1,35	0,06
0,25	-1,20	-0,09; -0,08	-1,20	[-0,09; -0,07]
	-1,35	0,01	-1,35	0,01; 0,02
	-1,50	0,10	-1,50	0,09; 0,10
0,35	-1,35	-0,10	-1,35	-0,10; -0,09
	-1,50	-0,03	-1,50	[-0,04; -0,02]
	-1,60	0,04; 0,05	-1,60	[0,04; 0,06]
0,40	-1,50	-0,10; -0,09	-1,50	[-0,10; -0,08]
	-1,60	-0,04	-1,60	-0,05; -0,04
	-1,80	[0,07; 0,09]	-1,80	[0,07; 0,10]

ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

При анализе вариантов трехзеркальных плананастигматов было отмечено, что решение, полученное в области аббераций третьего порядка, не всегда обеспечивает достаточно высокое качество изображения объектива даже при одинаковых основных характеристиках, так как сильное влияние на достижение требуемого качества оказывает угол наклона главных лучей.

Для удобной оценки свойств системы на этапе проектирования предлагается ввести коэффициент сложности системы, позволяющий предварительно оценить необходимость введения асферических поверхностей высшего порядка для коррекции аббераций. Данное понятие базируется на понятии коэффициента добротности фотообъективов, введенном Д.С. Волосовым [15],

$$C = \frac{D}{f'} \tan \omega \sqrt{\frac{f'}{100}},$$

где D — диаметр входного зрачка фотообъектива, f' — фокусное расстояние объектива, ω — полевой угол.

Для применения при оценке трехзеркальных плананастигматов, работающих с внеосевым полем, предлагается использовать преобразованное выражение

$$C = \frac{D}{f'} \tan \omega_{\min} \sqrt{f'} = \frac{1}{K} \tan \omega_{\min} \sqrt{f'}.$$

Как видно из формулы, для оценки системы необходимо в первую очередь определить необходимые характеристики системы, а с другой стороны, коэффициент сложности связан с исходными параметрами α_2 и h_2 , поскольку минимальный угол наклона главного луча можно определить выражением

$$\tan \omega_{\min} = \frac{\alpha_2 h_2 (h_2 + 1)}{2K(h_2^2 - 1)}.$$

Кроме того, при положительных значениях β_4 , лежащих в диапазоне от 1 до 2, возникает ситуация, когда есть виньетирование (срезание) наклонного пучка лучей между вторым и третьим зеркалами плоскостью приемника. При этом требуется увеличить минимальный

угол наклона главных лучей для вывода плоскости приемника из рабочих пучков. Для учета этого случая в формулу коэффициента сложности можно ввести поправочный коэффициент 1,3

$$C = \frac{1,3}{K} \tan \omega_{\min} \sqrt{f'}.$$

При $\beta_4 > 2$, т.е. при сильном уходе от телецентричности хода лучей, нет прямой зависимости с коэффициентом сложности: во избежание виньетирования приходится применять большие углы (более 7°), при этом зеркала имеют нерациональное соотношение габаритов и радиусов кривизны относительно друг друга, крутую форму и наблюдается неудовлетворительное качество изображения.

В отрицательной области β_4 нет проблемы с дополнительным виньетированием, однако таких систем заметно меньше от общего количества стартовых вариантов. Однако и в этом случае, как было упомянуто выше, рациональный диапазон определяется условием $\beta_4 \leq |5|$, а углы падения пучков на плоскость приемника следует оценивать с учетом требуемого относительного отверстия системы.

При исследовании оптических систем с целью определения диапазона значений коэффициента сложности C , при которых еще не требуется введение асферических поверхностей высшего порядка, рассматривались следующие характеристики: фокусное расстояние менялось от 200 до 5000 мм, диафрагменное число изменялось от 2 до 7. Угловое поле во всех системах рассматривалось $\omega_{\max} - \omega_{\min} = 1^\circ$. Анализ показал, что для увеличения углового поля при фокусном расстоянии 1000 мм и диафрагменном числе $K < 5$ недостаточно поверхностей второго порядка, необходимо усложнение их формы или введение дополнительных элементов в схему.

Таким образом, при большом фокусном расстоянии в сочетании со значительным относительным отверстием имеет место малое количество малогабаритных решений, которые обеспечивают высокое качество изображения при применении поверхностей второго порядка. Так, при $K = 3$ такие успешные решения могут быть найдены только для систем с фокусным расстоянием менее 300 мм,

а $f' = 1000$ мм может быть достигнуто при $K \geq 4$. Тенденция зависимости количества решений от основных характеристик системы представлена на рис. 2: закрашенная область соответствует решениям, которые могут быть реализованы на базе поверхностей второго порядка.

В результате исследования и анализа полученных исходных систем определены границы коэффициента сложности C

– при $0 \leq C < 0,3$ — возможно использование системы с поверхностями второго порядка

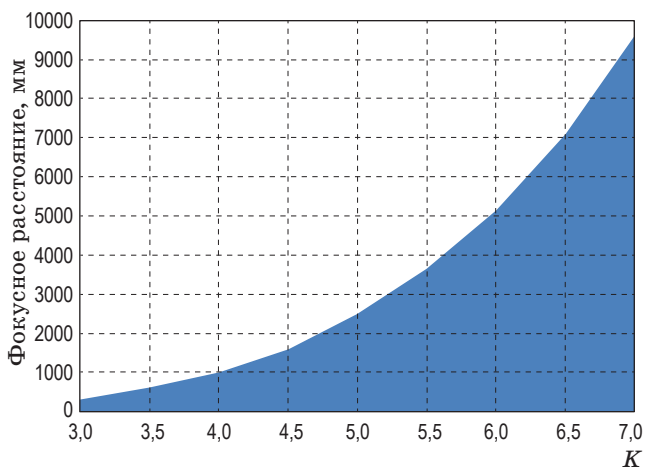


Рис. 2. Область решений для систем без асферических поверхностей высшего порядка в зависимости от исходных характеристик.

для получения удовлетворительного качества изображения,

– коэффициент $0,3 \leq C < 1$ — для получения удовлетворительного качества изображения потребуется введение асферических поверхностей высшего порядка,

– коэффициент $C \geq 1$ — потребуется использование сложных асферических высшего порядка или поверхностей свободной формы; таким образом, фактическое воплощение системы на заданные параметры фокусного расстояния, углового поля в пространстве предметов и относительного отверстия потребует значительных затрат времени и средств.

В качестве примера рассмотрим систему с $f' = 1000$ мм, $K = 5$ и начальными данными $\alpha_2 = -1,3$, $\alpha_3 = 0,04$, $h_2 = 0,3$ и коэффициентом $C = 0,21$ (рис. 3). Для обеспечения углового поля в 1° в ней изначально задаются $\omega_{\min} = 1,86^\circ$, $\omega_{\max} = 2,86^\circ$.

При использовании только асферических поверхностей второго порядка система действительно (как предсказано выше по результатам расчета) обладает удовлетворительным качеством изображения (контраст 0,38 достигается на частоте 100 лин/мм). Однако, поскольку одной из задач является развитие в том числе и углового поля, то был рассмотрен вариант при тех же значениях фокусного расстояния и диафрагменного числа, но с по-

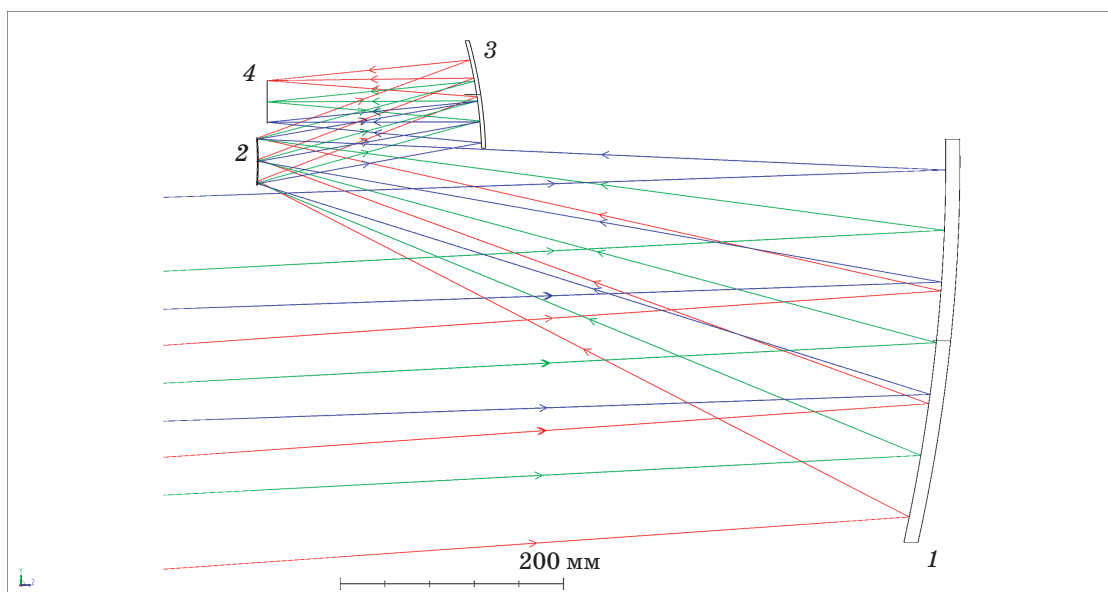


Рис. 3. Схема с ходом лучей объектива с $f' = 1000$ мм, $K = 5$, $\omega_{\min} = 1,86^\circ$, $\omega_{\max} = 2,86^\circ$. 1 — главное зеркало, 2 — второе зеркало, 3 — третье зеркало, 4 — плоскость приемника.

лем 2° . При этом для обеспечения приемлемого качества изображения необходимо введение в систему асферических поверхностей высшего порядка: наиболее эффективная комбинация в этом случае — поверхности высшего порядка на первом и третьем зеркалах. На рис. 4 приведены графики функции передачи модуляции (ФПМ) для обоих вариантов системы.

Как указано выше, если при начальном расчете объектива получается значение коэффициента сложности $0,3 \leq C < 1$, применение

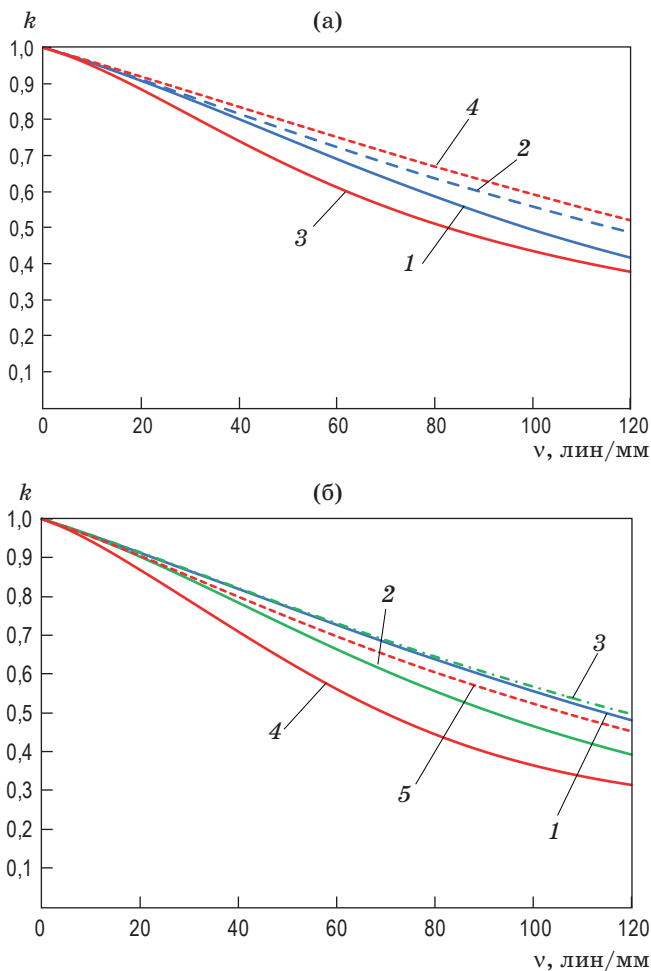


Рис. 4. Графики ФПМ объективов с $f' = 1000$ мм, $K = 5$ с использованием поверхностей второго порядка $\omega_{\min} = 1,86^\circ$ (1, 2 — соответственно меридиональное и сагиттальное сечения), $\omega_{\max} = 2,86^\circ$ (3, 4 — соответственно меридиональное и сагиттальное сечения) — (а) и с асферическими поверхностями высшего порядка $\omega_{\min} = 2^\circ$, $\omega_{\max} = 4^\circ$ (1 — $\omega = 2^\circ$, меридиональное и сагиттальное сечения, 2, 3 — $\omega = 3^\circ$, соответственно меридиональное и сагиттальное сечения, 4, 5 — $\omega = 4^\circ$, соответственно меридиональное и сагиттальное сечения) — (б).

данной схемы на рассчитываемые фокусное расстояние и диафрагменное число возможно, но для получения приемлемого качества изображения необходимо использовать поверхности высшего порядка. Например, система, полученная по приведенной методике, с начальными данными $\alpha_2 = -1,45$, $\alpha_3 = 0,09$, $h_2 = 0,25$ и характеристиками $f' = 1600$ мм, $K = 4$ при (угловое поле по умолчанию 1°) имеет коэффициент сложности $C = 0,6$ (рис. 5а), т.е. при использовании только поверхностей второго порядка не обеспечивает необходимого качества изображения. Однако после проведения

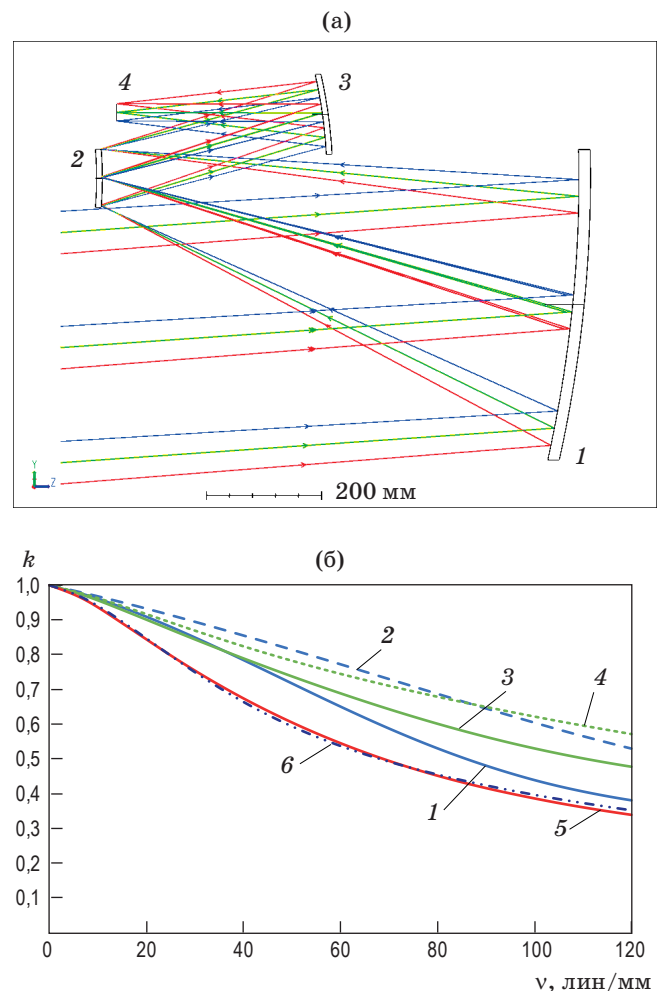


Рис. 5. Схема с ходом лучей объектива с $f' = 1600$ мм, $K = 4$, $\omega_{\min} = 3,5^\circ$, $\omega_{\max} = 4,5^\circ$ (1 — главное зеркало, 2 — второе зеркало, 3 — третье зеркало, 4 — плоскость приемника) — (а) и ФПМ (1, 2 — $\omega = 3,5^\circ$, соответственно меридиональное и сагиттальное сечения, 3, 4 — $\omega = 4^\circ$, соответственно меридиональное и сагиттальное сечения, 5, 6 — $\omega = 4,5^\circ$, соответственно меридиональное и сагиттальное сечения) — (б).

оптимизации с использованием в качестве коррекционных параметров положения плоскости установки и коэффициентов асферической деформации в уравнении поверхности типа *Even Asphere* [14] на первом и третьем зеркалах система обладает хорошим качеством изображения и позволяет обеспечить контраст 0,39 на пространственной частоте 100 лин/мм (рис. 5б).

На рис. 6а приведен пример системы с компактным расположением зеркал (положение первого и третьего совпадают) с большим

углом наклона главных лучей – $\omega_{\min} = 5,71^\circ$, $\omega_{\max} = 6,71^\circ$, при расчете коэффициента сложности на характеристики $f' = 1000$ мм, $K = 5$ получено значение $C = 0,63$. Начальные параметры – $\alpha_2 = -1,5$, $\alpha_3 = -0,1$, $h_2 = 0,4$.

Поскольку изначально значение коэффициента сложности больше 0,3, для обеспечения высокого качества изображения введены асферические поверхности высшего порядка на первом и третьем зеркалах, а также выполнена оптимизация в программе ZEMAX [16]. Полученная оптическая система обладает удовлетворительным качеством изображения, позволяет получить контраст 0,47 на частоте 100 лин/мм, ФПМ приведена на рис. 6б.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены особенности разработки трехзеркальных светосильных компактных систем, работающих с внеосевым полем. Найдены области исходных параметров, обеспечивающие конструктивно приемлемые решения, обеспечивающие компактность системы ($L < 1,5f'$), обладающие плананастигматической коррекцией aberrаций. Введен коэффициент сложности, позволяющий предварительно оценить на этапе проектирования необходимость использования асферических поверхностей высшего порядка для обеспечения приемлемого качества изображения, соответствующего получению коэффициента передачи контраста не менее 0,35 на пространственных частотах 100–120 мм⁻¹. Представлены примеры применения методики и разработанные системы, позволяющие вести наблюдение с высоким разрешением (до 1–3 м при работе на высоте орбиты до 350 км) в широкой полосе захвата (до 20 км на высоте орбиты 650 км).

По приведенной методике рассчитаны несколько вариантов объективов (с фокусным расстоянием 1000 и 1600 мм, диафрагменным числом 4–5, угловым полем до 1–2°), обладающих приемлемым качеством, небольшими габаритами и подходящих для использования в составе аппаратуры дистанционного зондирования Земли.

Настоящее исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект 075-15-2020-780).

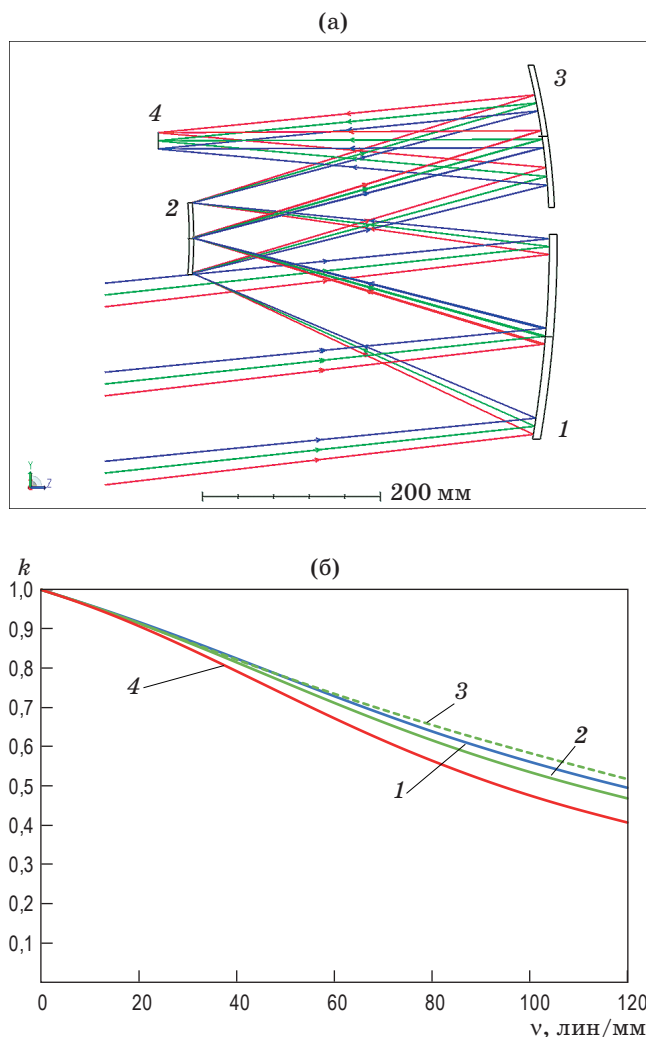


Рис. 6. Схема с ходом лучей объектива с $f' = 1000$ мм, $K = 5$, $\omega_{\min} = 5,71^\circ$, $\omega_{\max} = 6,71^\circ$ (1 — главное зеркало, 2 — второе зеркало, 3 — третье зеркало, 4 — плоскость приемника) — (а) и ФПМ (1 — $\omega = 5,71^\circ$, меридиональное и сагиттальное сечения, 2, 3 — $\omega = 6,21^\circ$, соответственно меридиональное и сагиттальное сечения, 4 — $\omega = 6,71^\circ$, меридиональное сечение) — (б).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гансвинд И.Н. Малые космические аппараты в дистанционном зондировании Земли // Исследование Земли из космоса. 2019. № 5. С. 82–88.
2. Кулик Е.Н. Оперативный космический мониторинг: вчера, сегодня, завтра // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2012. № 3. С. 136–141.
3. Состояние орбитальной группировки КА ДЗЗ на 01.07.2020 г. // Дистанционное зондирование земли из космоса в России. 2020. № 2. С. 16–22.
4. Барталев С.А., Егоров В.А., Жарко В.О., Лупян Е.А., Плотников Д.Е., Хвостиков С.А. Состояние и перспективы развития методов спутникового картографирования растительного покрова России // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2015. Т. 12. № 5. С. 203–221.
5. Савицкий А.М., Сокольский М.Н. Оптические системы объективов для малых космических аппаратов // Оптический журнал. 2009. Т. 76. № 10. С. 83–88.
6. Ju G., Ma H., Gu Z., Yan C. Experimental study on the extension of nodal aberration theory to pupil-offset off-axis three-mirror anastigmatic telescopes // J. Astron. Telesc. Instrum. Syst. 2019. № 5(2). P. 029001. <https://doi.org/10.1117/1.JATIS.5.2.029001>
7. Ju G., Yan C., Gu Z., Ma H. Nonrotationally symmetric aberrations of off-axis two-mirror telescopes induced by axial misalignments // Appl. Opt. 2018. V. 57(6). P. 1399–1409.
8. Zhang X., Xu S., Ma H., Liu N. Optical compensation for the perturbed three mirror anastigmatic telescope based on nodal aberration theory // Opt. Expr. 2017. V. 25. P. 12867–12883.
9. Зверев В.А., Тимошук И.Н., Точилина Т.В. Метод проектирования оптической системы трехзеркального плананастигмата // Оптический журнал. 2017. Т. 84. № 12. С. 56–61.
10. Заварзин В.И., Ли А.В. Расчет центрированного зеркального объектива с эксцентрично расположенным полем изображения // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2016. № 2(107). С. 103–116.
11. Цуканова Г.И. Классификация трехзеркальных объективов // 31 Internationales Wissenschaftliches Kolloquium. Technische Hochschule Ilmenau. 1986. № 3. S. 225.
12. Бахолдин А.В., Бутылкина К.Д., Васильев В.Н., Романова Г.Э. Разработка и исследование зеркальных и зеркально-линзовых оптических систем для дистанционного зондирования Земли // Оптический журнал. 2017. Т. 84. № 11. С. 55–61.
13. Бутылкина К.Д., Цуканова Г.И. Светосильные трехзеркальные объективы без промежуточного изображения с выпуклым вторым и вогнутым третьим зеркалами // Оптический журнал. 2014. Т. 81. № 3. С. 3–7.
14. Бутылкина К.Д., Бахолдин А.В., Романова Г.Э. Исследование и расчет светосильных трехзеркальных систем без промежуточного изображения // Оптический журнал. 2016. Т. 83. № 11. С. 47–50.
15. Волосов Д.С. Фотографическая оптика (Теория, основы проектирования, оптические характеристики). Учеб. пособ. для киновузов. 2-е изд. М.: Искусство, 1978. 543 с.
16. ZEMAX 13. Optical Design Program. User's Manual. June 24, 2015. 805 p.