УДК 535.241.1, 535.346

ДИФФУЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ В СВЕТОЗАЩИТНЫХ БЛЕНДАХ

© 2008 г. **А. Е. Романов**

Самарский государственный университет , г. Самара

E-mail: rom-alex@mail.ru

Рассмотрена фотометрическая модель диффузного отражения в блендах с коническими диафрагмами. Предложены метод численного решения нестационарного интегрального уравнения поля самоосвещенности в квазистационарном приближении и способ организации кластерной структуры модели.

Коды OCIS: 220.0220, 220.2740.

Поступила в редакцию 24.01.2008.

Процесс многократных отражений приводит к постепенному ослаблению светового потока по мере его распространения, и в зависимости от состояния поверхностей учет диффузной составляющей заключается в перераспределении энергии и направленности отражений. Физико-математическая модель многократных зеркальных отражений (ММЗО) в блендах с коническими диафрагмами, которые могут функционировать на борту космических аппаратов, представлена в работе [1]. В принципе учет диффузной составляющей аналогичен используемому в этой работе, но с поправкой на то, что диффузное отражение рассматривается в смысле генерации множества вторичных световых пучков после каждого отражения. Если учесть, что отраженный луч должен занимать в пространстве малый телесный угол, количество вторичных световых пучков должно быть большим и потому применять ММЗО в исходном виде не представляется возможным. В связи с этим предлагается использовать фотометрический подход, когда диффузное отражение моделируется как проявление эффекта взаимной облученности диафрагм, корпуса бленды и сторонних отражающих поверхностей. В определенных математических условиях интеграл

$$E_m = \left(\pi S_m\right)^{-1} \int\limits_{S_m} \int\limits_{S_n} B_n D_{mn}^{-2} \cos\eta_n \cos\mu_m dS_n dS_m, \quad (1)$$

где μ, η – углы между линией расстояния D и нормалями к идеальным диффузно отражающей S_m и излучающей S_n с яркостью B_n поверхностям, сводится к линейному соотношению относительно коэффициента облученности Ψ [2, 3]

$$E_m = \sum_n B_n \Psi_{mn}. \quad (2)$$

Выражение (2) лежит в основе фотометрической модели диффузных отражений в светозащитной бленде, которую условно можно разделить на три части: модель самоосвещенности бленды, модель освещенности от сторонних источников света (источников фоновой засветки), модель освещенности фиктивных поверхностей. Рассмотрим их подробнее.

Самоосвещенность бленды

Освещенность или яркость в произвольной точке поверхности при наличии многократных отражений описывается соответственно интегральным уравнением локальной яркости [2] или освещенности [3]. В общем случае освещенность

$$E\left(\mathbf{r}_i,t\right) = E^{(0)}\left(\mathbf{r}_i,t\right) + \int\limits_G H\left(\chi,\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_j,\Phi_{ij},t\right) E\left(\mathbf{r}_j,t\right) dG, \quad (3)$$

где $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{r}_j$ – радиусы-векторы точек отражающей и излучающей поверхностей, t – время, G – граница области пространства, занимаемая отражающими поверхностями; H – интегральное ядро, $E^{(0)}$ – поле освещенности от сторонних источников света, $\Phi_{ij} = \Phi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ – функция видимости. В данном случае первое слагаемое правой части (3) определяется световыми потоками от переменных в пространстве и времени сторонних источников (Земля, Луна, Солнце и др.), а второе – потоками, отраженными от диафрагм, корпуса бленды и сторонних поверхностей (вторичные источники)

$$E_\Sigma = \sum_{k=1}^{K} \int\limits_{G_k} (HE)_k dG + \sum_{n=1}^{N} \int\limits_{G_{K+n}} (HE)_{K+n} dG. \quad (4)$$

Здесь K – количество поверхностей диафрагм плюс корпус бленды (в дальнейшем индексом “K” нумеруется внутренняя поверхность корпуса бленды), N – количество сторонних отражающих поверхностей (зеркала оптической системы и др.), $G = \bigcup\limits_{k=1}^{K+N} G_k$.

В декартовой системе координат коническая поверхность диафрагм и корпуса бленды описывается уравнением

$$z(x, y) = L - \text{ctg}\gamma\sqrt{x^2 + y^2}, \qquad (5)$$

где L – расстояние от входного зрачка бленды до вершины островершинного конуса вдоль оси вращения, γ – половина угла раствора конуса, элемент площади поверхности не зависит от координат, а интегрирование проводится в области $G(x, y, z) \in \in [-a, a] \cap [-b, b] \cup [z_a, z_b]$, где a, b – радиусы соответственно нижнего и верхнего оснований диафрагмы. Учитывая, что при интегрировании в (3) на непрямоугольную область накладываются булевы ограничения, в ряде случаев удобно использовать полярные координаты стереографической проекции диафрагм на плоскость входного зрачка: она становится прямоугольной $G(\rho, \varphi, z) \in \in [a, b] \cup [0, 2\pi] \cup [z_a, z_b]$, а проекции вектора нормали $\mathbf{\nu}$ на координатные плоскости становятся зависимыми только от полярного угла. Совместно с направляющими косинусами вектора $\mathbf{g}$, содержащего линию расстояния, определяются косинусы углов в (1):

$$\cos\mu = \sum_{\zeta=x,y,z} \nu_\zeta^{(\mu)} g_\zeta, \ \cos\eta = \sum_{\zeta=x,y,z} \nu_\zeta^{(\eta)} g_\zeta, \qquad \zeta = \zeta(\rho, \varphi, z). \qquad (6)$$

Таким образом, в фотометрическом приближении уравнение (3) представляет собой нестационарное интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода с положительно определенным разностным ядром

$$H_{nm} = [\rho_n/S_m]\{\chi_n \Phi_{mn} \cos\mu_m \cos\eta_n/[\pi D_{mn}^2 \sin\gamma_m]\}. \quad (7)$$

В целом аналитическое решение (3) с ядром (7) сопряжено с серьезными вычислительными трудностями следующего характера.

1. Фрагментарно самосвязанное световое поле в системе отражающих поверхностей (поле самоосвещенности) должно быть установившимся, что в общем случае невозможно, так как “карманы” бленды до первого отражения абсолютно не освещены, а из-за динамической смены орбитального положения космического аппарата в уравнении всегда присутствует время.

2. При ламбертовской индикатрисе интегральное ядро раскладывается на 54 простых слагаемых, содержащих комбинации произведений координат, причем знаменатель содержит 85 слагаемых, из которых лишь 5 от координат не зависят. В других случаях разложение может содержать еще большее количество слагаемых.

3. В вычислениях расстояний должна исключаться мнимая освещенность поверхностей, которая возникает из-за отсутствия попарно прямой видимости между облучаемыми участками поверхностей. Математически она интерпретируется как “прозрачность” функции расстояния по отношению к областям затененности близлежащих диафрагм и учитывается функцией видимости Ф. Алгоритм трассирования лучей ММЗО позволяет реализовать такую процедуру, но оставляет их значения дискретными. Поэтому построение интегрального ядра, адаптированного для аналитического решения, возможно лишь с применением численных методов на основе интерполяции и/или аппроксимации, т. е. приближенно.

4. Различные методы аналитического решения интегральных уравнений со сложными ядрами подразумевают составление последовательности связанных более простых интегральных и алгебраических уравнений [4], в результате чего истинное количество решаемых уравнений возрастает, а аналитическое решение некоторых из них может и вовсе не существовать.

Очевидно, что искать поле самоосвещенности численными методами предпочтительнее. В связи с этим используем синтез методов излучательности [2] и трассировки на основе ММЗО применительно к полю самоосвещенности бленды, исключив на данном этапе из рассмотрения сторонние поверхности, т. е. $G = \bigcup_{k=1}^{K} G_k$. Запишем интеграл по поверхности с помощью кубатур методом конечных сумм

$$\int_G HEdG = \sum_{u=1}^{U} \sum_{v=1}^{V} \alpha_u \beta_v H_{uv} E_{uv} + O, \qquad (8)$$

где α, β – весовые коэффициенты (определяются схемой численного интегрирования); O – погрешность кубатурной формулы. Разделим G на элементарные поверхности, приняв и дополнив допущения метода излучательности:

1) все элементы имеют одинаковую площадь ΔS (это особенно важно при больших γ!);

2) значения E, B и H в пределах каждого элемента постоянны;

3) при нулевой толщине диафрагм (приближение конической поверхности) каждый элемент имеет двойную пространственную ориентацию, которая определяется по знаку g_z.

Из них вытекает следующее:

4) элементы, имеющие после разбиения меньшую ΔS площадь, приобретают свойства пп.1, 2;

5) при большом количестве элементов погрешностью кубатурной формулы для каждого из них можно пренебречь.

Рассмотрим алгоритм деления на равные площади по координатам центральных точек элементов, адаптировав его для вычислений по формуле (8). Пусть V – количество секторов, на которые одинаковым образом разделены все диафрагмы и корпус бленды; $\Delta\varphi = 2\pi V^{-1}$ – угловая мера сектора. Исходя из того, что площадь боковой поверхности равна $S_k = \pi(b_k^2 - a_k^2)/\sin\gamma_k$ [5], количество элементов в секторе соответствует наибольшему целому $U_k^* = S_k/(V\Delta S)$, которое формирует количество элементарных площадок $U = \sum\limits_k U_k^*$. В пределах k-й поверхности диафрагмы существует обратная зависимость $k = k(u)$, вследствие чего

$$\Delta S = \left[\Delta\varphi/\sin\gamma_{k(u)}\right] \int\limits_{\rho_u - \Delta\rho_u}^{\rho_u} \rho d\rho. \tag{9}$$

При раскрытии интеграла получаем квадратное уравнение, одним из корней которого является функция изменения шага интегрирования по радиусу,

$$\delta\rho(\rho) = \rho - \sqrt{\rho^2 - \left[2\Delta S \sin\gamma/\Delta\varphi\right]}. \tag{10}$$

Вычисляя (10) от $\rho_1 = b_1$ согласно рекуррентным соотношениям

$$\rho_{u+1} = \rho_u - \Delta\rho_u,\ \Delta\rho_{u+1} = \delta\rho(\rho_{u+1}), \tag{11}$$

получаем множество пар $\{\rho, \Delta\rho\}$ и по ним координаты центральных точек

$$\begin{gathered}\rho_{u+1/2} = \rho_u - 0{,}5\Delta\rho_u,\ \varphi_{v+1/2}1/2 = (v - 0{,}5)\Delta\varphi,\\ z_{u+1/2,v+1/2} = z\left(\rho_{u+1/2}, \varphi_{v+1/2}\right).\end{gathered} \tag{12}$$

Каждый из интегралов (4) в виде (8) с учетом (10)–(12) записывается по кубатурной формуле центральных прямоугольников с переменным шагом по радиальной координате. Векторы $\mathbf{r}_i$ и $\mathbf{r}_j$ идентифицируют расстояния между центральными точками элементов площадью $\Delta S = \rho\Delta\rho\Delta\varphi$, которая по построению равна произведению весовых коэффициентов и числителя первого множителя (7). Отсюда для каждого элемента $qw = \overline{1,W}$, $W = UV$

$$E_w = E_w^{(0)} + \Delta S \sum_{\substack{q=1\\ q\neq w}}^{W} H_q E_q. \tag{13}$$

Ряд слагаемых в правой части будут иметь нулевое значение из-за наличия абсолютно неосвещенных зон от сторонних источников, а также из-за мнимой освещенности некоторых элементов. Поскольку в (7) $S_w \Rightarrow \Delta S$, то ядра H_w по терминологии [2] приобретают смысл средних разрешающих коэффициентов облученности (см. (2)), а (13) принимает вид

$$E_w = E_w^{(0)} + \sum_{\substack{q=1\\ q\neq w}}^{W} \Psi_q E_q. \tag{14}$$

Записав уравнения (14) в систему, при переносе суммы с неизвестными слагаемыми в левую часть получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} E_1 - \Psi_2 E_2 - \ldots - \Psi_W E_W = E_1^{(0)},\\ \ldots\\ -\Psi_1 E_1 - \ldots - \Psi_{W-1} E_{W-1} + E_W = E_W^{(0)}, \end{cases} \tag{15}$$

решение которой есть совокупность значений средней освещенности каждого элемента, по которым интерполируется и/или аппроксимируется поле самоосвещенности внутри бленды.

При нулевой толщине диафрагм один набор координат (12) характеризует пару элементов с различающимися косинусами (6) и применим в случае, когда нет необходимости учитывать яркость свечения кромок диафрагм и формирование имиауральных контуров. Если включить в рассмотрение сторонние отражающие поверхности, то (15) будет содержать $W + L = W'$ уравнений, где L – количество элементов, на которые делятся все сторонние поверхности. Одновременно с этим имеется возможность учитывать свойства отражающих поверхностей путем индексации принадлежности коэффициента отражения в ядре (7). Последнее справедливо и при отсутствии сторонних поверхностей, если диафрагмы или их участки имеют различающиеся коэффициенты отражения (например, в результате технологического дефекта изготовления).

Воздействие сторонних источников света

В общем случае вектор-столбец $\mathbf{E}^{(0)}$ в (15) является функционалом относительно времени. Однако при больших W' исследовать изменения коэффициента ослабления бленды и поля освещенности во время фотографической съемки целесообразно в квазистационарном приближении, так как фотоприемники изображения оптической системы (фотопленка, ПЗС-элементы) в процессе эксплуатации аккумулируют свет короткое время и функционал $E^{(0)}$ можно считать постоянным в моменты экспонирования.

С точки зрения геометрической оптики, каждый луч от первичных источников, пересекая круг входного зрачка бленды, попадает на отражающую поверхность. Если считать, что плотность светового потока F незначительно меняется в пределах телесного угла ω, охватывающего элемент отражающей поверхности, то, решая задачу трассировки о пересечении лучей с кругом по известным координатам точек отражения, получим поле освещенности от сторонних источников. При $F|_{\omega\supset\Delta S}=\mathrm{const}$ по координатами центральных точек значения $E^{(0)}$ определим методом обратной трассировки.

Пусть пучок входящих лучей W' задан семейством векторов $\mathbf{g}$, которые априори проходят через центральные точки элементов. Для одиночного луча расстояние от точки отражения (x_1, y_0, z_0) до точки входного зрачка (x_1, y_1, 0) равно $l_{01}=-z_0/g_z$, причем $x_1=x_0+g_xl_{01}$ и $y_1=y_0+g_yl_{01}$. С помощью алгоритма трассирования ММЗО ищется точка пересечения (x_2, y_2, z_2) луча с диафрагмами и корпусом бленды, и на основании этого вычисляется расстояние l_{01}. Если выполняются условия

$$l_{02}\ge l_{01},\ \sqrt{x_2^2+y_2^2}<R_{\text{вх}}, \tag{16}$$

где $R_{\text{вх}}$ – радиус входного зрачка, то этот луч относится к числу формирующих фоновую засветку. Аналогичная процедура выполняется для всех лучей, в результате чего каждому лучу, концентрирующему в телесном угле ω_w световой поток F_w, соответствует освещенность

$$E_w^{(0)}=F_w\Phi_w/\left[\Delta S\cos\mu_w\right]. \tag{17}$$

Часть значений, рассчитанных по (17), будут равны нулю, если не удовлетворяются условия (16). Далее, (в соответствии с п. 1 в разделе “Самоосвещенность бленды”) значения (17) меняются во время отдельного цикла съемки [6]

$$T=\sum_{c=1}^{C}\left\{\tau_c+\theta_c\right\}, \tag{18}$$

где τ_c – время экспонирования c-го кадра звездного или топографического аппаратов, θ_c – время ожидания между экспонированием c-го и (c + 1)-го кадров. Во время орбитального движения космического аппарата в течение каждого промежутка θ_c углы μ и η непрерывно меняются, а световой поток остается постоянным при съемке звездного неба (звездный аппарат) и непрерывно меняется при съемке поверхности Земли (топографический аппарат). Таким образом, в квазистационарном приближении

$$E_w^{(0)}\Big|_{t\notin\theta_c}=E_w^{(0)}\Big|_{t=t_c}, \tag{19}$$

где t_c – момент начала экспонирования c-го кадра.

Освещенность фиктивных поверхностей

Принцип расчета освещенности фиктивных поверхностей (зрачки и др.) аналогичен рассмотренному выше, включая учет мнимой освещенности. По данным, полученным для моделей самоосвещенности и сторонних источников света, совокупность величин

$$E_p^{(\text{ф})}=\sum_w\Psi_{wp}E_w \tag{20}$$

характеризует поле освещенности $E^{(\text{ф})}$ фиктивной поверхности ($p=\overline{1,\ P}$, $w=\overline{1,\ W'}$). Тогда интегральные освещенности входного и выходного зрачков бленды соответственно равны

$$E_{\text{вх}}=\sum_w E_w^{(0)},\ E_{\text{вых}}=\sum_p E_p^{(\text{ф})}, \tag{21}$$

а коэффициент ослабления бленды $K_{\text{б}}$ равен отношению интегральных освещенностей выходного и входного зрачков.

В отношении $K_{\text{б}}$ и $K_{\text{вых}}$ в [1] сделан вывод о том, что зеркальная составляющая интегральной освещенности не обнаруживается и что светозащита бленд является максимально эффективной. В рамках же фотометрического приближения на выходной зрачок всегда попадает ослабленный свет, так как часть поверхностей диафрагм обращена к выходному зрачку и “облучает” его. Исключение имеет лишь неполный “карман” – область, ограниченная ближайшей к выходному зрачку диафрагмой и частью внутренней поверхности корпуса, находящейся между плоскостью выходного зрачка и указанной диафрагмой. Он абсолютно не освещен в двух случаях: 1) если ближайшая к выходному зрачку диафрагма изолирует указанные области, т. е. касается или пересекает плоскость выходного зрачка; 2) если за выходным зрачком отсутствуют отражающие поверхности.

Кластерная структура модели

Часто при ограниченных вычислительных ресурсах ЭВМ найти $K_{\text{б}}$ и $K_{\text{вых}}$ (даже если в системе присутствует “неполный карман” в первоначальном виде) становится проблематичным: левая часть СЛАУ (15) содержит чрезвычайно большое количество элементов. При наличии осевой симметрии имеется возможность снижения объема и повышения эффективности всех вычислений в трех случаях. В первом частном случае сторонние отражающие поверхности отсутствуют ($N = 0$), во втором они присутствуют и имеют осевую симметрию относительно оптической оси бленды, и в общем случае наличие и расположение сторонних отражающих поверхностей произвольно. Рассмотрим подробно первый случай.

При большом W в квадратичной пропорции увеличивается количество уравнений СЛАУ. Поэтому осевая симметрия диафрагм и корпуса бленды играет важную роль в процессе численного решения СЛАУ: при определенной организации вычислений ее наличие позволяет повысить эффективность и снизить объем однотипных вычислений за счет выявления повторяющихся массивов (матриц) и объединения их в кластеры. Под кластером здесь подразумевается массив, в котором можно выделить группы идентичных структур в виде подмассивов, а их расположение внутри массива подчиняется какому-либо закону (А-кластер), либо массив, элементами которого являются подмассивы разной или равной размерности (Б-кластер). В данном случае осевая симметрия позволяет последовательно повысить эффективность вычислений при любом $\Delta\varphi = \text{const}$ в V раз, при нечетном V – в 2 раза и за счет диагонально-повторяющейся структуры итогового А-кластера – в V раз. В результате набольший выигрыш за счет кластеризации составляет $\Delta = 2V^2$ раз и имеет ярко выраженную квадратичную зависимость (к примеру, при $\Delta\varphi = 0{,}5°$ он превышает 6 порядков!).

Первоначально в процессе разбиения бленды на элементы из массивов значений координат центральных точек и порядковых номеров отражающей поверхностей образуются Б-кластеры. Сформировав их в одномерные вектор-столбцы, вычисляются декартовы координаты центральных точек элементов разбиения. Фиксируя сектор $v = 1$, вычисляются значения расстояний со всеми W элементами, причем при нечетном V на основании симметрии разбиений относительно меридиональной плоскости вычисления проводятся в пределах $0 < \varphi < 180°$. Каждый из полученных массивов M_0 размером $U\times U$ значений расстояний объединяется в А-кластер A_1, из которого затем формируется массив M_1 размером $0{,}5U(V+1)\times U$. Именно для него проводятся все дальнейшие вычисления вплоть до коэффициентов облученности по ядрам (7). Далее необходимо получить кластер $A_3 = A_1 \cup A_2$ и массив M_3 размером $W\times U$. Кластер A_2 формируется по принципу обратной нумерации элементов массива M_0 в кластере A_1, т. е. если обозначить нумерацию как $s = 1, 2, \ldots, 0{,}5(V+1)$, то в кластере A_2 она будет $s' = 0{,}5(V+1), 0{,}5(V-1), \ldots, 2$. После преобразований получаем массив M_2 размером $0{,}5U(V-1)\times U$, который в кластере A_3 образует массив размера M_3. Для того чтобы получить массив Q левой части СЛАУ размером $W\times W$, создадим два промежуточных массива M_4 и M_5. В первом из них элементами являются номера $v = \overline{1, V}$ элементов кластера A_3. Структура его

$$M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & & V-1 & V \\ 2 & 3 & \cdots & V & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ V-1 & V & & V-3 & V-2 \\ V & 1 & \cdots & V-2 & V-1 \end{pmatrix} \tag{22}$$

такова, что при нумерации столбцов $v' = \overline{1, V}$ она формируется на основе булевых условий $(M_4)_{vv'} = if\{v + v' - 1, v + v' - 1 \le V;\ v + v' - 1 - V\}$. В таком виде она неполностью отвечает требуемой структуре, так как $\mathrm{tr}(M_4) \ne V$. Поэтому структура второго массива

$$M_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & & V-1 & V \\ 2 & 1 & \cdots & V-2 & V-1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ V-1 & 4 & & 1 & 2 \\ V & 3 & \cdots & V & 1 \end{pmatrix} \tag{23}$$

такова, что $\mathrm{tr}(M_5) = V$ и первые столбцы и первые строки совпадают с M_4, причем остальные элементы (23) получаются в результате преобразований индексов положения элементов в (22). Таким образом, при размещении массивов из кластера A_3 в элементах, соответствующих индексам элементов массива M_5, получаем А-кластер, который после преобразований становится матрицей Q. В результате кластеризация заменяет систему (15) матричным уравнением

$$Q\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(0)} \tag{24}$$

и создает вычислительные трудности лишь в контексте формирования Q из большого числа массивов M_0, число которых равно Δ.

Во втором случае имеет место переход от W к W' при условии деления сторонних поверхностей на элементы площади ΔS.

В общем же случае кластеризация имеет место только для бленды, причем расположение элементов матрицы будет подобно

$$Q' = \begin{pmatrix} \boxed{Q} & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ & \cdots & \end{pmatrix}, \tag{25}$$

где Q имеет размер $W\times W$, а Q' – размер $W'\times W'$.

Заключение

Фотометрический подход к моделированию диффузных отражений в светозащитных блендах позволил применять ранее разработанный алгоритм трассировки лучей ММЗО и учесть движение сторонних источников в квазистационарном приближении. В строго нестационарном приближении при определенной постановке задачи модель применима также и к расчету тепловых потоков, возникающих в результате кондуктивного и лучистого теплопереноса в бленде, т. е. когда спектр излучения сторонних источников света содержит ИК диапазон. Особую роль здесь играют неполный “карман”, малая масса бленды и высокая теплопроводность материала диафрагм.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Романов А.Е.* Моделирование многократных отражений в блендах с коническими диафрагмами // Оптический журнал. 2007. Т. 74. № 7. С. 42–46.
2. *Айзенберг Ю.Б.* Справочная книга по светотехнике. М.: Знак, 2006. 972 с.
3. *Сапожников Р.А.* Теоретическая фотометрия. М.: Наука, 1962. 262 с.
4. *Манжиров А.В., Полянин А.Д.* Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения. М.: Факториал пресс, 2000. 384 с.
5. *Романов А.Е., Исаева Е.В.* Использование бленд с коническими диафрагмами в составе комплекса топографической аппаратуры // Оптический журнал. 2005. Т. 72. № 6. С. 42–46.
6. *Романов А.Е., Куклев И.К.* Об ошибках привязки космофотоснимков к планово-высотной основе карт // Геодезия и картография. 2004. № 8. С. 30–37.