

СОБСТВЕННЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ И СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ И КОМПЛЕКСНОЙ АМПЛИТУДЫ СЛОЯ СРЕДЫ СО СПИРАЛЬНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

© 2007 г. М. З. Арутюнян*, Г. А. Варданян**, А. А. Геворгян*

* Ереванский государственный университет, г. Ереван, Армения

E-mail: agevorgyan@ysu.am

** Intercontinental State University, Los Angeles, USA

E-mail: Gagik2003@cs.com

Рассмотрено наклонное распространение света через планарный слой холестерического жидкого кристалла. Задача решена методом сложения слоев Амбарцумяна. Приведены результаты изучения особенностей собственных поляризаций (СП) и собственных значений передаточной функции для комплексной амплитуды. Показано, что с увеличением угла падения эллиптичность СП стремится к нулю немонотонно.

Коды OCIS: 260.0260.

Поступила в редакцию 04.12.2006.

Введение

Холестерическая жидкокристаллическая фаза имеет локально двупреломляющую структуру, которая равномерно вращается вокруг определенного направления (называемого направлением оптической оси среды). Образующаяся в результате геликоидальная структура фазы вызывает многие интересные оптические свойства, а именно селективное по отношению к циркулярным поляризациям брэгговское отражение, аномальное пропускание и т. д. [1–4]. Периодические геликоидальные структуры можно создать также искусственно, например, осаждением структур под углом скольжения на вращающейся подложке [5].

Ячейки холестерического жидкого кристалла (ХЖК) находят широкое применение: в высокоэффективных жидкокристаллических дисплеях, как поляризационные фильтры и зеркала, в поляризационных системах освещения изображения, как источники круговой поляризации, как модуляторы и т. д. [1–17]. При этом могут иметь место случаи как нормального, так и наклонного падения света на ХЖК-ячейку. Точное решение задачи о распространении света в таких системах удалось получить только для случая нормального падения [1–4]. Для общего случая наклонного падения света существуют эффективные численные процедуры решения [1, 2, 15, 18–23]. В работах [24, 25] развит приближенный аналитический метод на основе динамической теории дифракции. Ниже эта задача решена методом сложения слоев Амбарцумяна [14].

Как известно, собственные поляризации (СП) – это две поляризации, которые не изменяются при прохождении света через систему, а собственные значения – это значения передаточной функции для комплексной

амплитуды, соответствующие СП [26]. СП и собственные значения дают много информации об особенностях взаимодействия света с системой, и поэтому в оптике, и особенно в эллипсометрии, важное значение имеет вычисление СП и собственных значений для каждой оптической системы. Из определения СП следует, что они должны быть связаны с поляризациями внутренних волн (собственных мод), возбуждаемых в среде. Как показывают наши исследования, в частности, при нормальном падении, для которого известно точное решение и, следовательно, известны поляризации собственных мод, СП практически совпадают с поляризациями собственных мод. Тем не менее в общем случае есть определенные отличия: существуют только две СП, тогда как число собственных мод может быть больше двух, причем поляризации всех этих мод могут отличаться друг от друга (например, для невзаимных сред). В СП учтено влияние диэлектрических границ. Из сказанного следует, что исследование особенностей СП крайне важно в случае неоднородных сред, для которых точное решение задачи неизвестно. Особенности СП и собственных значений для слоя ХЖК при нормальном падении исследованы в работах [27, 28]. Некоторые результаты изучения особенностей СП и собственных значений для слоя ХЖК при наклонном падении представлены в работах [2, 23]. В данной работе приведены результаты детального анализа особенностей СП и собственных значений, а также особенности спектров отражения при наклонном падении света.

Теория

Рассмотрим отражение и пропускание света через планарный слой ХЖК. Разложим компоненты амплитуд электрических полей падающей, отражен-

ной и прошедшей волн на проекции, параллельные (p -поляризация) и перпендикулярные (s -поляризация) к плоскости падения:

$$\mathbf{E}_{i,r,t} = E_{i,r,t}^p \mathbf{n}_p + E_{i,r,t}^s \mathbf{n}_s = \begin{pmatrix} E_{i,r,t}^p \\ E_{i,r,t}^s \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где индексы i , r и t означают падающую, отраженную и прошедшую волны соответственно, а \mathbf{n}_p и \mathbf{n}_s – орты p - и s -поляризаций.

Решение задачи представим в виде

$$\mathbf{E}_r = \hat{R}\mathbf{E}_i, \quad \mathbf{E}_t = \hat{T}\mathbf{E}_i, \quad (2)$$

где \hat{R} и \hat{T} – 2×2 -матрицы Джонса данной системы.

Численные расчеты будем выполнять по следующей схеме. Сначала вычислим матрицы отражения и пропускания для одного шага. Для этого слой ХЖК толщиной $d = \sigma$ (σ – шаг спирали) разобьем на большое число тонких слоев с толщинами $d_1, d_2, d_3, \dots, d_N$. Если максимальная толщина достаточно мала, то можно считать, что каждый слой представляет собой пластинку с линейным двулучепреломлением, а сам слой толщиной $d = \sigma$ – стопку параллельных и весьма тонких двулучепреломляющих слоев, причем главные оси каждого последующего слоя повернуты относительно осей предыдущего на малый угол $2\pi/N$. Тогда согласно [14] задача определения \hat{R} - и \hat{T} -слоя с $d = \sigma$ сводится к решению следующей системы разностных матричных уравнений:

$$\begin{cases} \hat{R}_j = \hat{r}_j + \hat{t}_j \hat{R}_{j-1} (\hat{I} - \hat{r}_j \hat{R}_{j-1})^{-1} \hat{t}_j, \\ \hat{T}_j = \hat{T}_{j-1} (\hat{I} - \hat{r}_j \hat{R}_{j-1})^{-1} \hat{t}_j \end{cases} \quad (3)$$

при $\hat{R}_0 = \hat{0}$, $\hat{T}_0 = \hat{I}$. Здесь \hat{R}_j , \hat{T}_j , \hat{R}_{j-1} , \hat{T}_{j-1} – матрицы Джонса для сред с j - и $(j-1)$ -двулучепреломляющими слоями соответственно; \hat{r}_j , \hat{t}_j – матрицы Джонса j -го двулучепреломляющего слоя, $\hat{0}$ – нулевая матрица, \hat{I} – единичная матрица, а тильдой обозначены соответствующие матрицы Джонса в случае обратного направления распространения света. Например, в случае, когда слой среды с обеих сторон граничит с одной и той же средой, матрицы Джонса при падении света “справа” и “слева” связаны между собой соотношениями

$$\hat{\tilde{T}} = \hat{F}^{-1} \hat{T} \hat{F}, \quad \hat{\tilde{R}} = \hat{F}^{-1} \hat{R} \hat{F}, \quad (4)$$

где $\hat{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ при круговых базисных поляризациях

и $\hat{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ при линейных базисных поляризациях.

Таким образом, задача сводится к вычислению матриц Джонса двулучепреломляющего слоя. Ана-

литическое решение этой задачи хорошо известно (см., например, [29]).

Для вычисления матриц отражения и пропускания всей системы мы снова используем систему разностных матричных уравнений (3), однако в этом случае уже \hat{r}_j, \hat{t}_j суть матрицы Джонса для слоя ХЖК с толщиной $d = \sigma$. С помощью (1)–(3) можно вычислить отражение $R = |E_r|^2/|E_i|^2$ и пропускание $T = |E_t|^2/|E_i|^2$, поворот плоскости поляризации $\psi = \arctg[2\text{Re}(\chi)/(1 - |\chi|^2)]/2$ и эллиптичность поляризации $e = \arcsin[2\text{Im}(\chi)/(1 + |\chi|^2)]/2$ ($\chi = E_t^p/E_t^s$), круговой и линейный дихроизмы и т. д.

Перейдем теперь к СП и собственным значениям амплитуд. Обозначив через χ_i отношение комплексных компонентов поля на входе системы ($\chi_i = E_i^s/E_i^p$), а через χ_t – то же отношение на выходе системы ($\chi_t = E_t^s/E_t^p$), из (2) получаем связь между ними

$$\chi_t = (T_{22}\chi_i + T_{21})/(T_{12}\chi_i + T_{11}). \quad (5)$$

Функция $\chi_t = f(\chi_i)$ называется поляризационной передаточной функцией [26] и несет информацию о преобразовании эллипса поляризации при прохождении света через систему. Каждая оптическая система имеет две СП, получаемые подстановкой $\chi_i = \chi_r$. Согласно (5) для СП получаем

$$\chi_{i,2} = \frac{T_{22} - T_{11} \pm \sqrt{(T_{22} - T_{11})^2 + 4T_{12}T_{21}}}{2T_{12}}. \quad (6)$$

Функция

$$F(\chi_i) = \sqrt{\frac{|T_{12}\chi_i + T_{11}|^2 + |T_{22}\chi_i + T_{21}|^2}{1 + |\chi_i|^2}} \frac{T_{12}\chi_i + T_{11}}{|T_{12}\chi_i + T_{11}|}, \quad (7)$$

называемая передаточной функцией для комплексной амплитуды, несет информацию о преобразовании комплексной амплитуды волны при ее прохождении через оптическую систему [26]. Связанные с СП собственные значения передаточной функции для комплексной амплитуды $V_1 = F(\chi_1)$ и $V_2 = F(\chi_2)$ определяют амплитудные коэффициенты пропускания при падении на систему света с поляризациями $\chi_i = \chi_1$ и $\chi_i = \chi_2$ соответственно.

Аналогично функция

$$G(\chi_i) = \sqrt{\frac{|R_{12}\chi_i + R_{11}|^2 + |R_{22}\chi_i + R_{21}|^2}{1 + |\chi_i|^2}} \frac{R_{12}\chi_i + R_{11}}{|R_{12}\chi_i + R_{11}|} \quad (8)$$

называется передаточной функцией для комплексной амплитуды отраженной волны. Связанные с СП собственные значения передаточной функции для комплексной амплитуды отраженной волны $W_1 = G(\chi_1)$ и $W_2 = G(\chi_2)$ определяют амплитудные коэффициенты отражения при падении на систему света с поляризациями $\chi_i = \chi_1$ и $\chi_i = \chi_2$ соответствен-

но. Ниже представлены результаты численного анализа особенностей СП и собственных значений для слоя ХЖК при наклонном падении. Вычисления выполнены для слоя ХЖК состава холестерил-нонаноат:холестерил хлорид:холестерил ацетат (20:15:6), обладающего при температуре 24 °С шагом спирали в оптическом диапазоне $\sigma = 0,42$ мкм и имеющего область дифракционного отражения при нормальном падении в интервале длин волн падающего света от 0,615 до 635 мкм. В заключение рассмотрим ХЖК со сравнительно большой локальной анизотропией и существенно бóльшим шагом спирали ($\sigma = 1$ мкм).

Результаты и их обсуждение

Особенности СП и собственных значений для слоя ХЖК при нормальном падении исследованы в работах [27, 28]. В частности, показано, что при условиях слабой анизотропии $\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \ll 1$ и минимального влияния диэлектрических границ $\varepsilon_m = \varepsilon$ ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – главные значения тензора диэлектрической проницаемости, ε – диэлектрическая проницаемость среды, ограничивающей с обеих сторон слой ХЖК) СП ортогональны ($\chi_1 \chi_2^* = -1$) и являются ортогональными квазикруговыми поляризациями.

Как показывают наши вычисления, при наклонном падении СП слоя ХЖК перестают быть орто-

гональными, как это имеет место при наличии поглощения или при наличии диэлектрических границ (т. е. при $\varepsilon_m \neq \varepsilon$) [23, 27, 28]. На рис. 1 представлены зависимости эллиптичности e_1 (1) и азимута ψ_1 (2) первой СП от длины волны при различных углах падения световой волны. Эллиптичность e_2 и азимут ψ_2 второй СП отличаются от e_1 и ψ_1 практически только знаком: $e_2 \approx -e_1$, $\psi_2 \approx -\psi_1$. Как видно из рисунков и как показывают вычисления, при наклонном падении и при углах $\varphi \geq 30^\circ$ вне области дифракционного отражения (ОДО) СП являются квазилинейными. В ОДО эллиптичность СП значительно увеличивается, претерпевая значительные изменения. Вне ОДО имеются зоны, где дифракционное отражение отсутствует, хотя имеются резонансные изменения эллиптичности и азимута СП. С увеличением угла падения число таких зон увеличивается.

На рис. 2 (2а, 2в, 2д, 2ж) представлены зависимости коэффициента отражения R от длины волны λ при падении на слой ХЖК света с поляризациями $\chi_i = \chi_{1,2}$, т. е. зависимости $R_{1,2} = |G(\chi_{1,2})/E_i|^2$ (1 и 2 соответственно) от длины волны при различных углах падения света. Для сравнения там же (рис. 2б, 2г, 2е, 2з) приведены зависимости коэффициента отражения R от длины волны λ при падении на слой ХЖК света с правыми и левыми круговыми поляризациями (1 и 2 соответственно), а так-

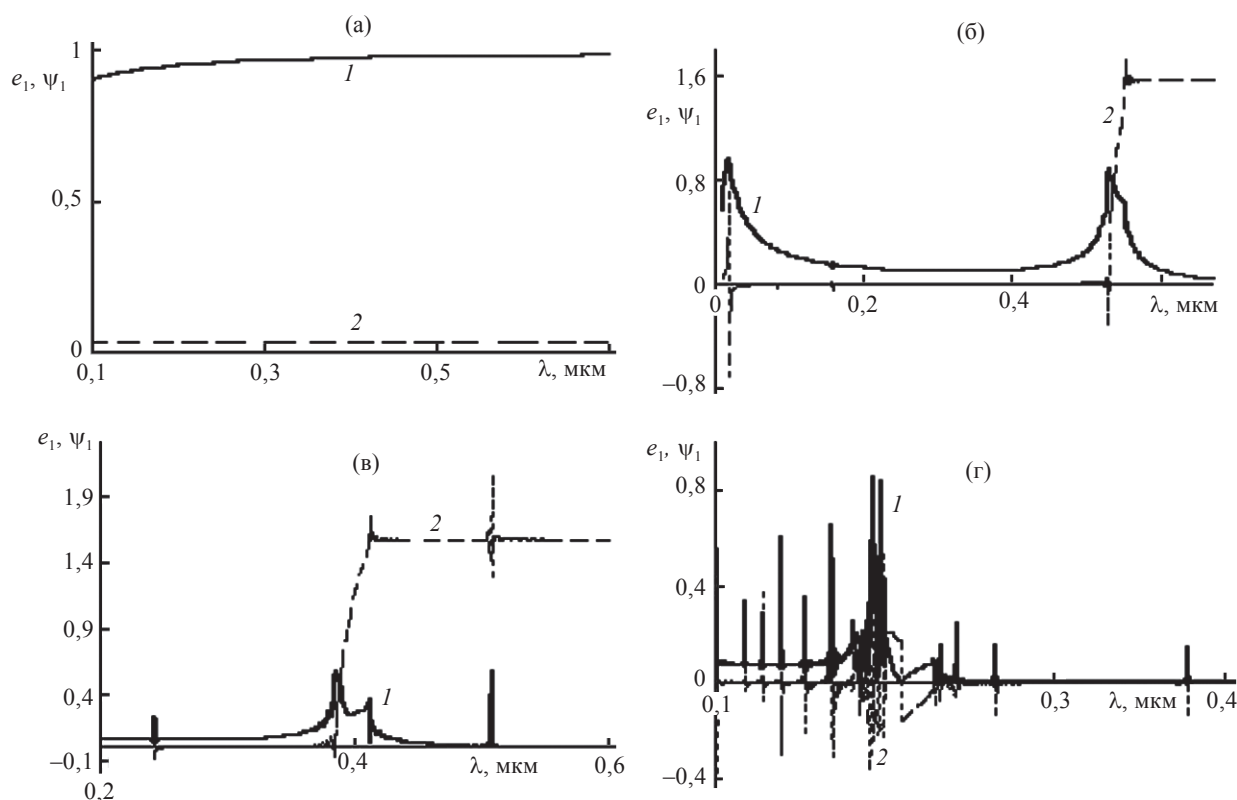


Рис. 1. Зависимости эллиптичности поляризации e_1 (1) и азимута поляризации ψ_1 (2) от длины волны при различных углах падения света φ : а – 0° , б – 30° , в – 50° , г – 70° . $d = 50\sigma$.

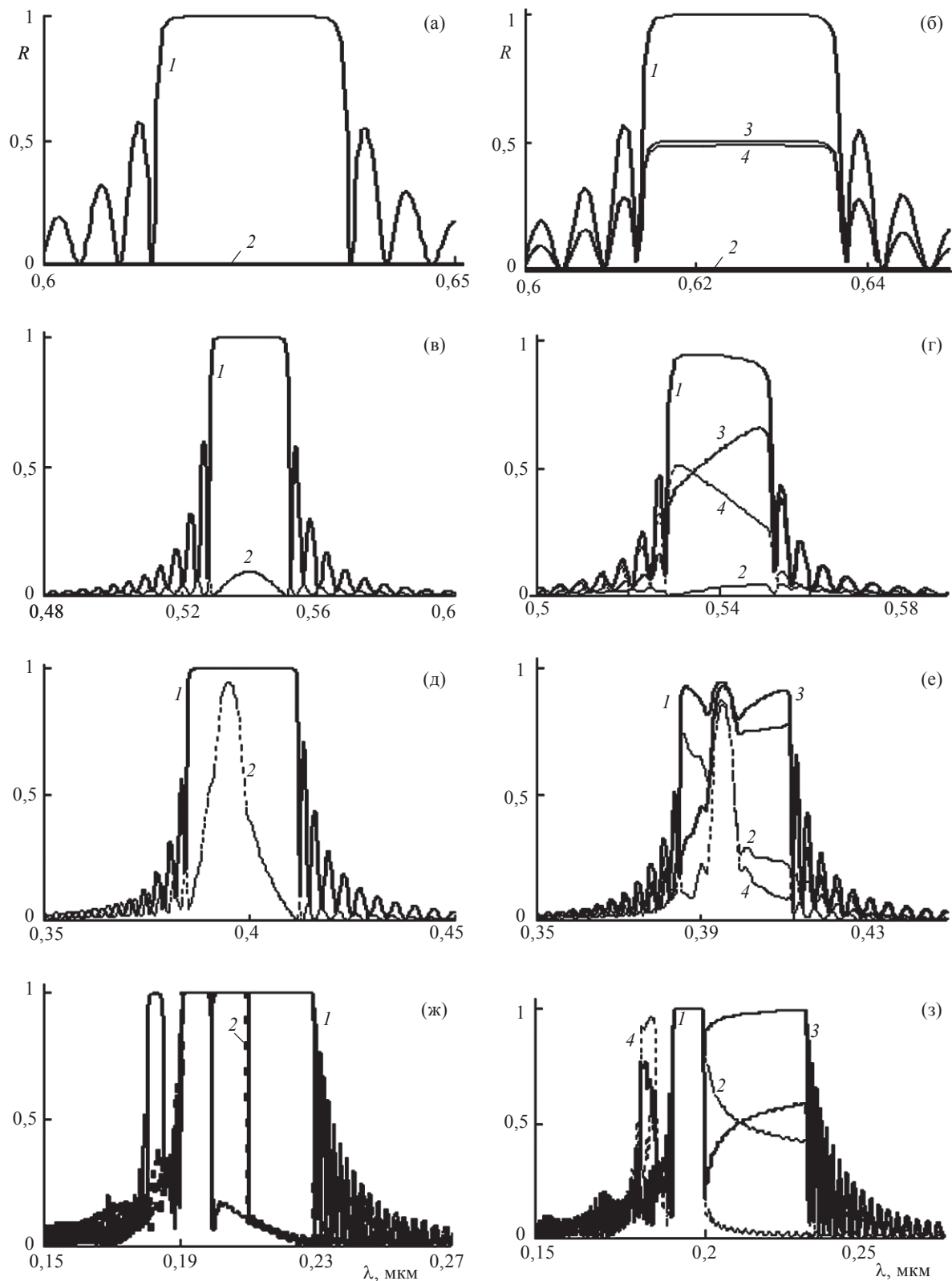


Рис. 2. Зависимости коэффициента отражения R от длины волны при различных углах падения света φ : а, б – 0° ; в, г – 30° ; д, е – 50° ; ж, з – 70° . Пояснения в тексте.

же с линейными по оси x и по оси y (3 и 4 соответственно) поляризациями. Спираль ХЖК правая. При нормальном падении света волна с одной из СП дифрагирует на периодической структуре среды, тогда как волна с другой СП не чувствует периодическую структуру среды. При наклонном падении света

волны с обеими СП становятся дифракционными (одна из них является сильновзаимодействующей, другая – слабовзаимодействующей), причем при больших углах падения образуется область полного (неселективного по отношению к поляризации) дифракционного отражения. Отметим, что такой

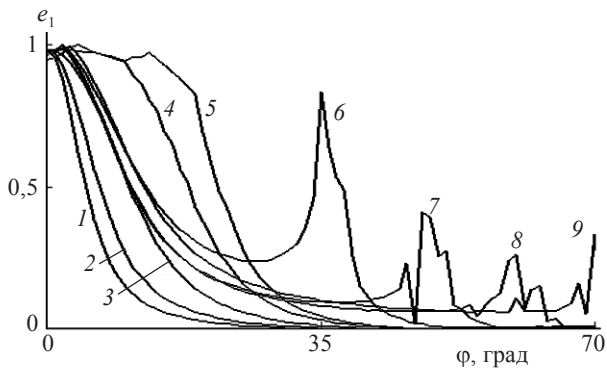


Рис. 3. Зависимости эллиптичности e_1 от угла падения для различных длин волн падающего света. 1 – 0,9 мкм, 2 – 0,8 мкм, 3 – 0,7 мкм, 4 – 0,625 мкм, 5 – 0,6 мкм, 6 – 0,5 мкм, 7 – 0,4 мкм, 8 – 0,3 мкм, 9 – 0,2 мкм.

эффект впервые предсказан Беляковым и Дмитриенко [24, 25]. При больших углах падения возникает трехпиковая дифракционная область с центральной областью полного отражения и боковыми областями селективного отражения. В зависимости от угла падения и параметров среды эти области или граничат друг с другом, или могут быть разделены. Такая картина наблюдается также во втором порядке дифракционного отражения. С увеличением угла падения область дифракционного отражения сме-

щается в сторону коротких волн, при этом увеличивается и частотная ширина этих областей. При больших углах падения эффективно возбуждается и дифракционное отражение высших порядков. Однако ширина ОДО высших порядков намного меньше. Если для СП кривые дифракционного отражения имеют хорошо известный вид “столбиков” (при больших углах падения или при больших толщинах слоя ХЖК), то для остальных поляризаций соответствующие кривые асимметричны из-за частотной зависимости СП в пределах ОДО.

На рис. 3 представлены зависимости эллиптичности e_1 от угла падения для различных длин волн падающего света. Как видно из рисунка, в длинноволновой области спектра ($\lambda > 0,61$ мкм) зависимость e_1 от угла падения имеет монотонно уменьшающийся характер, а при углах падения $\varphi > 30^\circ$ эллиптичность СП практически равна нулю и СП представляют собой ортогональные линейные поляризации. В коротковолновой области спектра в зависимости e_1 от угла падения появляется новая область сильных изменений. Она находится в области образования дифракционного отражения. Таким образом, если СП при углах падения $\varphi > 30^\circ$ вне ОДО представляют квазилинейные поляризации, то в самой ОДО эллиптичность СП значительно увеличивается, претерпевая при этом значительные

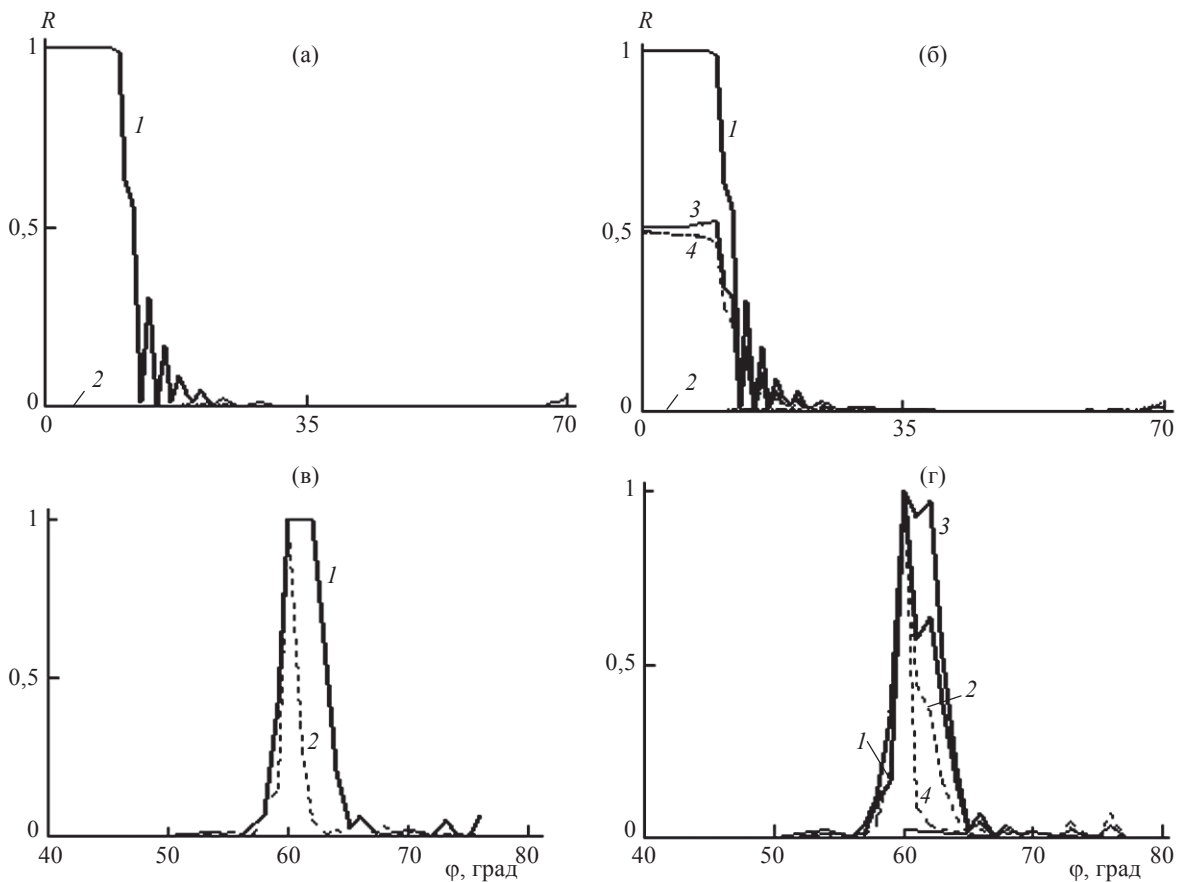


Рис. 4. Зависимости коэффициента отражения R от угла падения для различных длин волн падающего света. а, б – $\lambda = 0,625$ мкм; в, г – $\lambda = 0,3$ мкм. Пояснения в тексте.

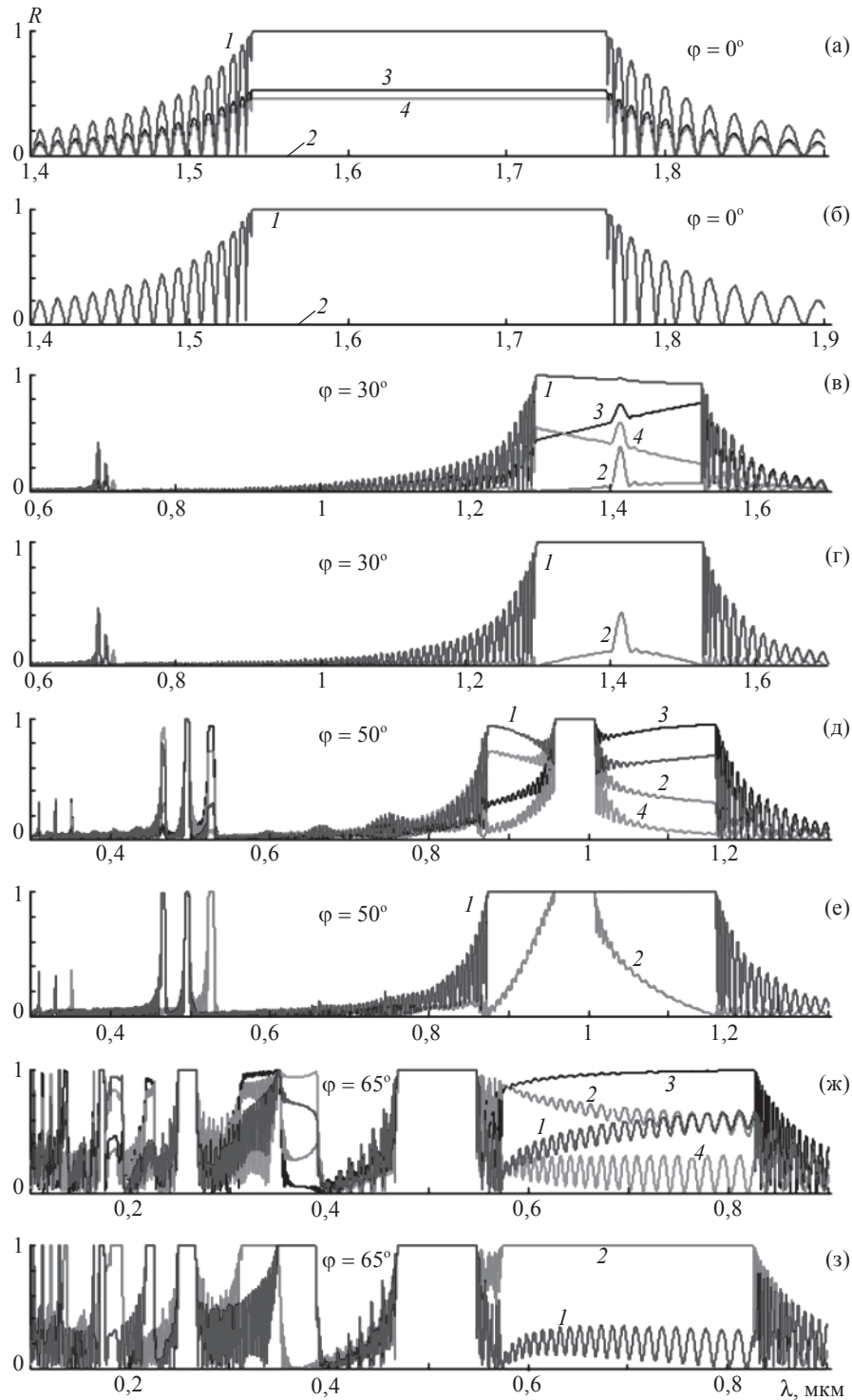


Рис. 5. Зависимости коэффициента отражения R от длины волны при различных углах падения света φ : а, б – 0° ; в, г – 30° ; д, е – 50° ; ж, з – 65° . $\varepsilon_1 = 3,1064$, $\varepsilon_2 = 2,3706$, $\sigma = 1$ мкм, $d = 50\sigma$. Пояснения в тексте.

изменения. С увеличением угла падения эллиптичность СП в ОДО уменьшается.

На рис. 4 для различных длин волн падающего света представлены зависимости коэффициента отражения R от угла падения на слой ХЖК света с поляризациями $\chi_i = \chi_{1,2}$ (рис. 4а, 4в) с правой и левой круговыми поляризациями (1 и 2 соответственно), а также с линейными по осям x и y (3 и 4 соответственно) поляризациями (рис. 4б, 4г).

В последнее время большой интерес вызывают фотонные кристаллы – особый класс искусственных структур с периодическим изменением диэлектрических свойств в пространственном масштабе порядка оптической длины волны. Такие структуры представляют собой новый тип искусственно создаваемых материалов, обладающих недостижимыми в естественных диэлектриках (а также в полупроводниках и металлах) физическими характе-

ристиками, так как их свойства зависят как от физических параметров материалов, из которых они образованы, так и от геометрических размеров слоев и периодов их структур. Особый интерес представляют хиральные фотонные кристаллы (ХЖК, хиральные смектики, искусственные хирально-сконструированные кристаллы [4, 31, 32] и др.) из-за более богатых оптических свойств. В связи с этим представляет большой интерес рассмотрение ХЖК со сравнительно большой локальной анизотропией и существенно большим шагом спирали. На рис. 5 (б, г, е, з) представлены зависимости коэффициента отражения R от длины волны λ при падении на слой ХЖК света с поляризациями $\chi_i = \chi_{1,2}$ (1 и 2 соответственно) различных углах падения света в случае большой локальной анизотропии ($\delta = 0,1343$) и с существенно большим шагом спирали ($\sigma = 1$ мкм). Для сравнения на рис. 5 (а, в, д, ж) представлены зависимости коэффициента отражения R от длины волны λ при падении на слой ХЖК света с правой и левой круговыми поляризациями (1 и 2 соответственно), а также с линейными по осям x и y (3 и 4 соответственно) поляризациями. Спираль ХЖК правая. Сравнение этих результатов с аналогичными результатами на рис. 2 для ХЖК с $\delta = 0,033$ и $\sigma = 0,42$ мкм показывает, что в случае большого шага спирали и большой локальной анизотропии область полного отражения формируется при меньших углах падения. Возбуждаются дифракционные пики значительной интенсивности не только первого и второго, но и более высоких порядков (например, при угле падения $\varphi = 65^\circ$ возбуждается дифракционное отражение в пятом и более высоких порядках). Как было отмечено выше, при больших углах падения возникает трехпиковая дифракционная область с центральной областью полного отражения и боковыми областями селективного отражения. Причем в зависимости от угла падения и параметров среды эти области или граничат друг с другом (при малых углах падения), или разделены (при больших углах падения). Как видно из рис. 5, в этом случае при больших углах падения появляются области пропускания между указанными областями, причем со значительной шириной.

Заключение

В данной работе исследованы особенности СП и собственных значений передаточной функции слоя среды с периодической спиральной структурой. Показано, что если при нормальном падении света СП представляют собой две ортогональные круговые поляризации, то при наклонном падении они неортогональные и некруговые. При больших

углах падения вне ОДО они квазилинейные, а внутри ОДО они претерпевают значительные изменения. Обнаружен немонотонный характер уменьшения эллиптичности СП с увеличением угла падения. Такая картина наблюдается в коротковолновой части спектра, где образуются области дифракционного отражения. При наклонном падении обе СП становятся дифрагирующими, причем при больших углах падения возникает трехпиковая дифракционная область с центральной областью полного отражения и боковыми областями селективного отражения. Отметим, что при наклонном падении света возбуждается также дифракционное отражение высших порядков, причем при большой локальной анизотропии и при большом шаге спирали со значительной интенсивностью.

В заключение отметим, что из-за изменения СП изменяется также характер дифракционного поглощения излучения в среде. Так, в работе [30] экспериментально изучено аномальное прохождение (эффект Бормана) при наклонном падении света на планарный слой ХЖК и показано, что эффект не наблюдается при углах падения $\varphi > 19^\circ$. В [23] показано, что это связано с изменением СП при изменении угла падения.

Выражаем искреннюю признательность рецензенту за ценные замечания и советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Belyakov V.A.* Diffraction Optics of Complex-Structured Periodic Media. New York: Springer, 1992. Chap. 1, 2.
2. *Беляков В.А., Сонин А.С.* Оптика холестерических жидких кристаллов. М.: Наука, 1982. 360 с.
3. *Chandrasekhar S.* Liquid Crystals. Cambridge: Cambridge U. Press, 1992. Chap. 4.
4. *De Gennes P.G.* The Physics of Liquid Crystals. Oxford: Clarendon Press, 1974. Chap. 6.
5. *Robbie K., Broer D.J., Brett M.J.* Chiral nematic order in liquid crystals imposed by an engineered inorganic nanostructure // Nature (London). 1999. V. 399. P. 764–766.
6. *Subacius D., Shiyakovskii S.V., Bos Ph., Lavrentovich O.D.* Cholesteric gratings with field-controlled period // Appl. Phys. Lett. 1997. V. 71. № 23. P. 3323–3325.
7. *Suresh K.A., Yuvaraj S., Kumar P.B.S., Ranganath G.S.* Optical diffraction in chiral-C liquid crystals // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 2863–2866.
8. *Lakhtakia A.* Anomalous axial propagation in helicoidal bianisotropic media // Opt. Commun. 1998. V. 157. № 1–6. P. 193–201.
9. *Venugopal V.C., Lakhtakia A.* On selective absorption in an axially exited slab of a dielectric-thin film helicoidal bianisotropic medium // Opt. Commun. 1998. V. 145. № 1–6. P. 171–187.

10. Paul D.S., Lakhtakia A., Messier R. Simple model for dielectric thin film helical bianisotropic media // *Opt. Commun.* 1998. V. 158. № 1–6. P. 119–126.
11. Lakhtakia A., Hodgkinson I.J. Spectral response of dielectric thin-film helical bianisotropic medium bilayer // *Opt. Commun.* 1999. V. 167. P. 191–202.
12. Lakhtakia A., McCall M. Sculptured thin film as ultranarrow-bandpass circular-polarization filters // *Opt. Commun.* 1999. V. 168. P. 457–465.
13. McCall M., Lakhtakia A. Polarization-dependent narrow-band spectral filtering by chiral sculptured thin films // *J. Mod. Opt.* 2000. V. 47. № 4. P. 743–455.
14. Геворгян А.А., Папоян К.В., Пикичян О.В. Отражение и пропускание света в системах ХЖК–стекло–ХЖК и ХЖК(1)–ХЖК(2) // *Опт. и спектр.* 2000. Т. 88. В. 4. С. 586–594.
15. Huck N.P.M., Staube I., Thirouard A., De Broer D.K.G. Light polarization by cholesteric layers // *Jpn. J. Appl. Phys.* 2003. V. 42. Part 1. № 8. P. 5189–5194.
16. Broer D.J., Mol G.N., Haaren J.A.M.M., Lub J. Photo-induced diffusion in polymerizing chiral-nematic media // *Adv. Mater.* 1999. V. 11. № 7. P. 573–578.
17. Blom S.M.P., Huck H.P.M., Cornelissen H.J., Greiner H. Towards a polarized light-emitting backlight: microstructured anisotropic layers // *J. Soc. Inf. Display.* 2002. V. 10. № 3. P. 209–213.
18. Berreman D.W., Sheffer T.J. Bragg reflection of light from single-domain cholesteric liquid-crystal films // *Phys. Rev. Lett.* 1970. V. 25. № 9. P. 577–581.
19. Dreher R., Meier G. Optical properties of cholesteric liquid crystals // *Phys. Rev. A.* 1973. V. 8. № 3. P. 1616–1623.
20. Takazoe H., Ouchi Y., Hara M., Fukuda A., Kuze E. Experimental studies of reflection spectra in monodomain cholesteric liquid crystal cell: total reflection, subsidiary oscillation and its beats or swell structure // *Jpn. J. Appl. Phys.* 1983. V. 22. P. 1080–1091.
21. Takazoe V., Ouchi Y., Sugita A., Hara M., Hara A., Fukuda A., Kuze E. Experimental observation of the total reflection by monodomain cholesteric liquid crystal // *Jpn. J. Appl. Phys.* 1982. V. 21. P. L390–L392.
22. Муравский А.А., Хапалюк А.П., Рачкевич В.С., Комяк А.И. Наклонное падение света на слой холестерического жидкого кристалла // *Опт. и спектр.* 1984. Т. 56. В. 1. С. 91–96.
23. Sah Y., Suresh K.A. Anomalous transmission at oblique incidence in absorbing cholesteric liquid crystals // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1994. V. 11. № 2. P. 740.
24. Беляков В.А., Дмитриенко В.Д. К теории оптических свойств холестерических жидких кристаллов // *ФТТ.* 1973. Т. 15. В. 9. С. 2724–2731.
25. Дмитриенко В.Д., Беляков В.А. Высшие порядки селективного отражения света от холестерического жидкого кристалла // *ФТТ.* 1973. Т. 15. В. 12. С. 3540–3543.
26. Azzam R.M.A., Bashara N.M. *Ellipsometry and polarized light.* Amsterdam: North-Holland, 1977. Chap. 2.
27. Варданян Г.А., Геворгян А.А., Ерицян О.С. Собственные поляризации и собственные значения для комплексной амплитуды слоя среды конечной толщины со спиральной структурой // *Опт. и спектр.* 1998. Т. 85. С. 640–642.
28. Nityananda R. On the theory of light propagation in cholesteric liquid crystals // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1973. V. 21. P. 315–331.
29. Wohler H., Fritsch M., Haas G., Mlynski D.A. Characteristic matrix method for stratified anisotropic media: optical properties of special configurations // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1991. V. 8. № 3. P. 536–540.
30. Endo S., Kuribara T., Akahane T. A study of the anomalous transmission (Borrmann effect) on obliquely incident light in an absorbing single-domain cholesteric liquid crystal // *Jpn. J. Appl. Phys.* 1983. V. 22. P. L499–L501.
31. Hodgkinson L.J., Wu Q.H., Torn K.E., Lakhtakia A., McCall M.W. Spacerless circular-polarization spectral-hole filters using chiral sculptured thin films: theory and experiment // *Opt. Commun.* 2000. V. 184. P. 57–66.
32. Pursel S., Horn M.W., Demirel M.C., Lakhtakia A. Growth of sculptured polymer submicron wire assemblies by vapor deposition // *Polymer.* 2005. V. 46. № 23. P. 9544–9548.