

DOI: 10.17586/1023-5086-2023-90-12-35-45

УДК 53.082.52; 621.3.084.2

Разработка модели эффекта послеимпульса в однофотонных лавинных диодах InGaAs/InP, предназначенных для применения в системах квантового распределения ключей

Александр Александрович Филяев^{1✉}, Антон Вадимович Лосев²,
Владимир Владимирович Заводиленко³, Игорь Денисович Павлов⁴

^{1, 2, 3, 4}ООО «КуРЭйт», Сколково, Россия

^{1, 2, 3, 4}Национальный исследовательский технологический университет «Московский институт стали и сплавов», Москва, Россия

^{1, 3}Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

²Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», Зеленоград, Россия

¹alex.filyaev.98@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-7319-8001>

²a.losev@goqr.com

<https://orcid.org/0000-0002-6030-2532>

³v.zavodilenko@goqr.com

<https://orcid.org/0000-0002-3252-2984>

⁴ip@goqr.com

<https://orcid.org/0000-0001-8865-556X>

Аннотация

Предмет исследования. Исследовался шумовой параметр, такой как эффект послеимпульса, который возникает в однофотонных лавинных диодах на арсениде индия-галлия/фосфиде индия при их эксплуатации в составе детектора одиночных фотонов в системах квантового распределения ключей. **Цель работы.** Разработка модели эффекта послеимпульса в однофотонных лавинных диодах на арсениде индия-галлия/фосфиде индия для определения истинного значения данного шумового параметра при эксплуатации диода в составе детектора одиночных фотонов в системах квантового распределения ключей. **Метод.** Для экспериментального измерения вероятности послеимпульса в однофотонных лавинных диодах на арсениде индия-галлия/фосфиде индия использовался специальный стенд, все компоненты которого управляются программным обеспечением, созданным в среде LabVIEW. В основе разработанной модели вероятности послеимпульса лежит немарковский характер данного явления. **Основные результаты.** Для определения послеимпульса разработаны методика измерений и вероятностная модель, основанная на рекурсивном характере этого эффекта в однофотонных лавинных диодах на арсениде индия-галлия/фосфиде индия. Это позволяет производить оценку истинного значения вероятности послеимпульса по реакции на однократное срабатывание детектора одиночных фотонов с однофотонными лавинными диодами на арсениде индия-галлия/фосфиде индия в своем составе. Проведён анализ подходов к оценке послеимпульса, применяемых в мировой практике для систем квантового распределения ключей. Продемонстрированы преимущества разработанного подхода перед стандартными методами, которые не учитывают немарковскую природу рассматриваемого эффекта. **Практическая значимость.** Разработан подход к определению вероятности послеимпульса детектора одиночных фотонов на основе однофотонных лавинных диодов на арсениде индия-галлия/фосфиде индия в виде двух моделей — упрощённой и составной, что позволяет достичь компромисса между точностью вычислений и их сложностью для применения таких устройств в системах квантового распределения ключей.

Ключевые слова: детекторы одиночных фотонов, система квантового распределения ключей, однофотонные лавинные диоды, вероятность послеимпульса

Благодарность: исследовательская работа выполнена по заказу ОАО «РЖД» (договор № 925/ОКЭ-ДКСС/21/1/1 от 22 декабря 2021 года).

Ссылка для цитирования: Филяев А.А., Лосев А.В., Заводиленко В.В., Павлов И.Д. Разработка модели эффекта послеимпульса в однофотонных лавинных диодах на InGaAs/InP, предназначенных для применения в системах квантового распределения ключей // Оптический журнал. 2023. Т. 90. № 12. С. 35–45. <https://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-12-35-45>

Коды OCIS: 270.5565, 230.5160, 250.1345.

Development of afterpulse effect model of InGaAs/InP single-photon avalanche diodes for applying in quantum key distribution systems

ALEXANDR FILYAEV¹✉, ANTON LOSEV², VLADIMIR ZAVODILENKO³, IGOR PAVLOV⁴

^{1, 2, 3, 4}«QRate» LLC, Skolkovo, Russia

^{1, 2, 3, 4}National University of Science and Technology Moscow Institute of Steel and Alloys MISIS, Moscow, Russia

^{1, 3}«Higher School of Economics» University, Moscow, Russia

²National Research University of Electronic Technology «Moscow Institute of Electronic Technology», Zelenograd, Russia

¹alex.filyaev.98@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-7319-8001>

²a.losev@goqrates.com

<https://orcid.org/0000-0002-6030-2532>

³v.zavodilenko@goqrates.com

<https://orcid.org/0000-0002-3252-2984>

⁴ip@goqrates.com

<https://orcid.org/0000-0001-8865-556X>

Abstract

Subject of study. A noise parameter, such as an afterpulse effect, that occurs in indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes when operated as part of a single-photon detector in quantum key distribution systems has been investigated. The **aim of study** is the analysis of indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes afterpulse effect estimation approaches used in the world practice for quantum key distribution systems and the development of measurement technique and model for estimating the afterpulse effect in indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes. **Method.** For the experimental measurement of the afterpulse probability in indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes a special stand has been used. All components of this stand are controlled by the software created in LabVIEW. The developed model of afterpulse probability is based on the non-Markovian character of this effect. **Main results.** The measurement technique and the probabilistic model for estimating the afterpulse based on the recursive nature of this effect in indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes are developed. This makes it possible to estimate the true value of the afterpulse probability by the reaction to a single triggering of single-photon detector with indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes in its composition. The analysis of approaches to estimating the afterpulse used in world practice for quantum key distribution systems is performed. The advantages of the developed approach over the standard methods that do not take into account the non-Markov nature of the effect under consideration are demonstrated. **Practical significance.** The approach to determining the afterpulse probability of indium-gallium arsenide/indium phosphide single-photon avalanche diodes in the form of two models (simple and complex) has been developed, which allows to compromise between the accuracy of calculations and their complexity for the application of such devices in quantum key distribution systems.

Keywords: single-photon detectors, quantum key distribution system, single-photon avalanche diodes, afterpulse probability

Acknowledgment: the research work was commissioned by JSC "Russian Railways" (Contract № 925/OKE-DKSS/21/1/1 dated December 22, 2021).

For citation: Filyaev A.A., Losev A.V., Zavodilenko V.V., Pavlov I.D. Development of after-pulse effect model of InGaAs/InP single-photon avalanche diodes for applying in quantum key distribution systems [In Russian] // Opticheskii Zhurnal. 2023. V. 90. № 12. P. 35–45. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-12-35-45>

OCIS codes: 270.5565, 230.5160, 250.1345.

ВВЕДЕНИЕ

Однофотонные лавинные диоды (ОЛФД) в составе детекторов одиночных фотонов (ДОФ) нашли широкое применение в системах квантового распределения ключей (КРК) [1–3]. Одной из важных проблем КРК является сложность определения секретности сгенерированного ключа. В отличие от классических криптографических алгоритмов, в которых конфиденциальность ключа строго определена применяемыми математическими преобразованиями, квантовая криптография полагается на физические параметры установки [4]. Расчётная секретность ключа может выбираться либо пессимистично, что значительно снижает скорость генерации ключа, либо оптимистично, что ставит под угрозу безопасность зашифрованных с его помощью данных. По этой причине необходима разработка методов точного определения параметров ДОФ, в том числе, вероятности послеимпульса в ОЛФД.

Послеимпульс представляет собой шумовой эффект, причиной которого является корреляция между вероятностью срабатывания детектора в текущий момент времени и предыдущими срабатываниями. Механизм данного эффекта заключается в следующем: после того, как самоподдерживающаяся лавина прерывается управляющей электроникой, в структуре остаётся большое количество носителей заряда, которые со временем релаксируют. Таким образом, при следующем переходе диода в гейгеровский режим существует большая вероятность срабатывания детектора именно вследствие релаксации зарядов из ловушек с последующим лавинным процессом [5]. Если принудительно удерживать ОЛФД при напряжении меньшем, чем напряжение пробоя, то через некоторое время удержанные заряды релаксируют, и очередное срабатывание не будет коррелировать с предыдущим. Однако использование такого режима для ОЛФД

на InGaAs/InP нецелесообразно из-за большого времени релаксации.

Таким образом, целью данной работы является разработка модели эффекта послеимпульса в ОЛФД на InGaAs/InP для определения истинного значения данного шумового параметра при эксплуатации диода в составе ДОФ в системах КРК, что позволит значительно повысить эффективность таких систем в целом [6].

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОЛФД НА InGaAs/InP

Для измерения параметров ДОФ использовался специальный стенд (рис. 1). Он включает в себя систему синхронизации, источник лазерного излучения, систему светоделителей, систему управляемых оптических аттенуаторов с регулируемой выходной мощностью, исследуемый ДОФ, частотомер и осциллограф. Схема стенда представлена на рис. 2. Все компоненты этой системы управляются программным обеспечением, созданным в среде LabVIEW.

Лазерный источник испускает оптические импульсы. Эти импульсы генерируются в той же частотной сетке, что и стробирующий сигнал. Фазовый сдвиг между стробирующим сигналом и оптическими импульсами контролируется системой синхронизации. Система синхронизации представляет собой программируемую логическую интегральную схему, используемую в качестве генератора опорной частоты для высокочастотного драйвера лазера и ДОФ. Относительную фазу между лазерными импульсами и синусоидальными стробимпульсами ДОФ можно варьировать для достижения максимально возможной скорости счёта при неизменных оставшихся управляющих параметрах.

Выходной сигнал детектора поступает одновременно на частотомер и осциллограф посредством делителя электрической мощности.

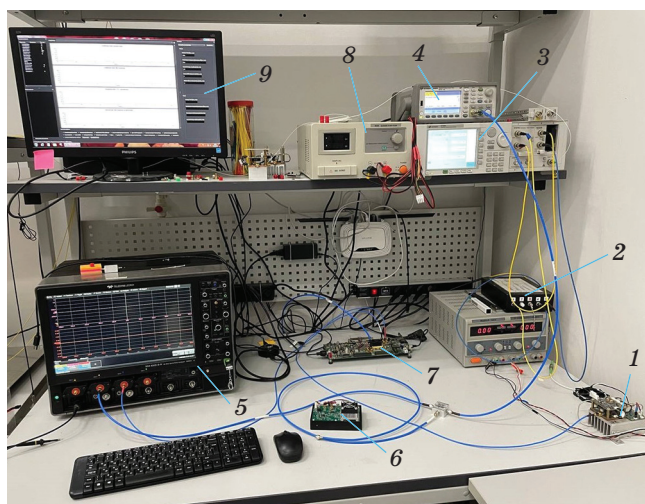


Рис. 1. Автоматизированный измерительный стенд для определения эксплуатационных параметров ДОФ. 1 — ВЧ драйвер лазера; 2 — система оптических светоделителей (система со светоделителем BS013 50/50 и светоделителем BS025 90/10); 3 — блок с аттенюаторами (система для оптических измерений Keysight 8164B с аттенюатором с контроллером мощности Keysight 81576A и аттенюатором Keysight 81570A); 4 — частотомер (Keysight 53230A); 5 — осциллограф (Lecroy WaveMaster 830Zi-B-R); 6 — детектор одиночных фотонов; 7 — схема синхронизации (Xilinx Kintex-7 FPGA KC705 Evaluation Kit); 8 — источник питания (QJ3020E 0-30V-20A); 9 — компьютер

Fig. 1. Automated measurement setup for determining the SPD operating parameters. 1 — HF laser driver; 2 — system of optical beam splitters (system with BS013 50/50 beam splitter and BS025 90/10 beam splitter); 3 — attenuators module (Keysight 8164B optical measurement system with Keysight attenuator 81576A and Keysight 81570A attenuator); 4 — frequency meter (Keysight 53230A); 5 — oscilloscope (Lecroy WaveMaster 830Zi-BR); 6 — single-photon detector; 7 — synchronization system (Xilinx Kintex-7 FPGA KC705 Evaluation Kit); 8 — power supply (QJ3020E 0-30V-20A); 9 — computer

На осциллографе отображается гистограмма срабатываний во времени, по которой определяется вероятность послеимпульса.

АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭФФЕКТА ПОСЛЕИМПУЛЬСА

Наиболее популярными методами определения вероятности послеимпульсов являются: метод

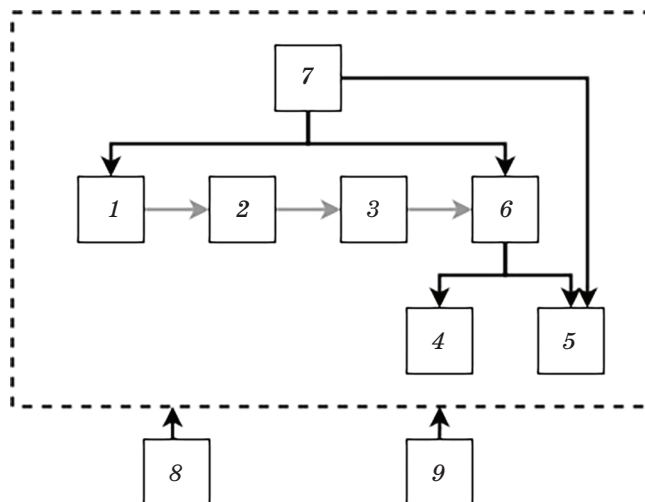


Рис. 2. Схема автоматизированного измерительного стенда для определения эксплуатационных параметров ДОФ (чёрным цветом обозначены контакты устройств посредством электрического провода, а серым — оптоволоконна). 1 — ВЧ драйвер лазера; 2 — система оптических светоделителей; 3 — блок с аттенюаторами; 4 — частотомер; 5 — осциллограф; 6 — детектор одиночных фотонов; 7 — схема синхронизации; 8 — источник питания; 9 — компьютер

Fig. 2. Scheme of the automated measurement setup for determining the SPD operating parameters (black lines indicate electric wiring between the devices, and gray lines indicate the optical fiber). 1 — HF laser driver; 2 — system of optical beam splitters; 3 — attenuators module; 4 — frequency meter; 5 — oscilloscope; 6 — single-photon detector; 7 — synchronization system; 8 — power supply; 9 — computer

Бетьюна [7], метод инжекции импульсов с субгармонической частотой [8–11], метод совпадения [12–13], метод двойного импульса [14–15], автокорреляционный метод [16]. Метод двойного импульса можно использовать только для стробирующих импульсов с изменяемыми длительностью и интервалом, например, прямоугольных. Он неприменим для синусоидальных импульсов и здесь не рассматривается, так как объектом исследования в данной работе является ДОФ с синусоидальным стробированием на ОЛФД на InGaAs/InP.

Метод Бетьюна, метод инжекции импульсов с субгармонической частотой и метод совпадения очень похожи, однако различаются подходами к сбору гистограмм и постобработке. В каждом методе требуется набрать

две гистограммы: с освещением детектора и без освещения.

В методе Бетьюна необходимо настроить частоту лазерных импульсов равной половине частоты стробирующих импульсов. При оценке вероятности послеимпульса исследуемого ДОФ на измерительном стенде (рис. 2) для частоты стробирования $f_g = 312,50$ МГц устанавливается частота лазерных импульсов на $f_l = 156,25$ МГц. По результатам статистической обработки гистограмм вероятность послеимпульса рассчитывается как:

$$P_{ap} = \frac{C_{ni} - C_{dark}}{C_{de}}, \quad (1)$$

где P_{ap} — вероятность послеимпульса при освещении детектора, C_{ni} — скорость счёта в неосвещённых стробах, C_{de} — скорость счёта в двух соседних последовательных стробах без освещения, C_{dark} — скорость счёта в стробе.

В методе инжекции импульсов с субгармонической частотой необходимо установить частоту лазерных импульсов, кратную частоте стробирования, например, одну пятидесятую $f_l = 6,25$ МГц. С применением измерительного стенда (рис. 2) собирается аналогичная гистограмма, как в предыдущем методе, и подвергается последующей статистической обработке.

$$P_{ap} = \frac{C_{ni} - C_{dark}}{C_{de} - C_{ni}} \frac{f_g}{f_l}, \quad (2)$$

где C_{ni} — скорость счёта в ячейке гистограммы, следующей после подсвеченного строба, C_{de} — скорость счёта в подсвеченном стробе.

Основным недостатком этого метода является то, что послеимпульс рассматривается только одним конкретным элементом для вычисления C_{ni} . В связи с тем, что вероятность послеимпульса имеет экспоненциальную зависимость от номера рассматриваемого строба, при рассмотрении другого строба со своим значением C_{ni} будет получено другое значение вероятности послеимпульса.

Применяя метод совпадения, можно решить проблему метода инжекции импульсов с субгармонической частотой. В таком случае для расчёта используется значение общей скорости счёта между соседними лазерными импульсами, расстояние между которыми опре-

деляется их частотой следования. Для измерения используется такая же частота лазерных импульсов $f_l = 6,25$ МГц, а гистограмма собирается с применением измерительного стенда (рис. 2) по развёртке, равной одному периоду лазерного импульса. Статистическая обработка результатов в таком случае проводится согласно выражению:

$$P_{ap} = \frac{C_{de} - C_{de}^c - (1 - f_l/f_g)C_{dark}}{C_{de}^c}, \quad (3)$$

где C_{de} — общая скорость счёта за один период лазерного импульса.

Автокорреляционный метод основан на измерении автокорреляции темновых срабатываний согласно уравнению

$$P_{ap} = \sum_k p(0|k\tau), \quad (4)$$

где p — вероятность послеимпульса в определённом канале коррелятора k ; τ — ширина ячейки, соответствующей ширине каждого канала коррелятора.

Кривая корреляции строится для ширины τ , обратно пропорциональной частоте стробирования. Интегрируя эту кривую, рассчитывается вероятность послеимпульса согласно (4). Такой подход позволяет учитывать вклад всех стробов, которые с определённой вероятностью освещены фотонами.

Все рассмотренные модели описывают эффект послеимпульса с разной степенью точности. Также можно наблюдать зависимости вероятности послеимпульсов от внешних параметров, которые были получены на измерительном стенде (рис. 3).

Послеимпульсы являются внутренней характеристикой ДОФ и не должны зависеть от внешних факторов, таких как частота повторения лазерных импульсов или средняя энергия лазерного импульса. Это означает, что вероятность послеимпульса как немарковского процесса [5] при определении стандартными методами будет сильно зависеть от скорости счёта. Таким образом, ни один из описанных методов не позволяет получить истинное значение вероятности послеимпульса.

Следовательно, рассмотренные модели послеимпульса несмотря на то, что они широко используются для систем КРК, имеют опреде-

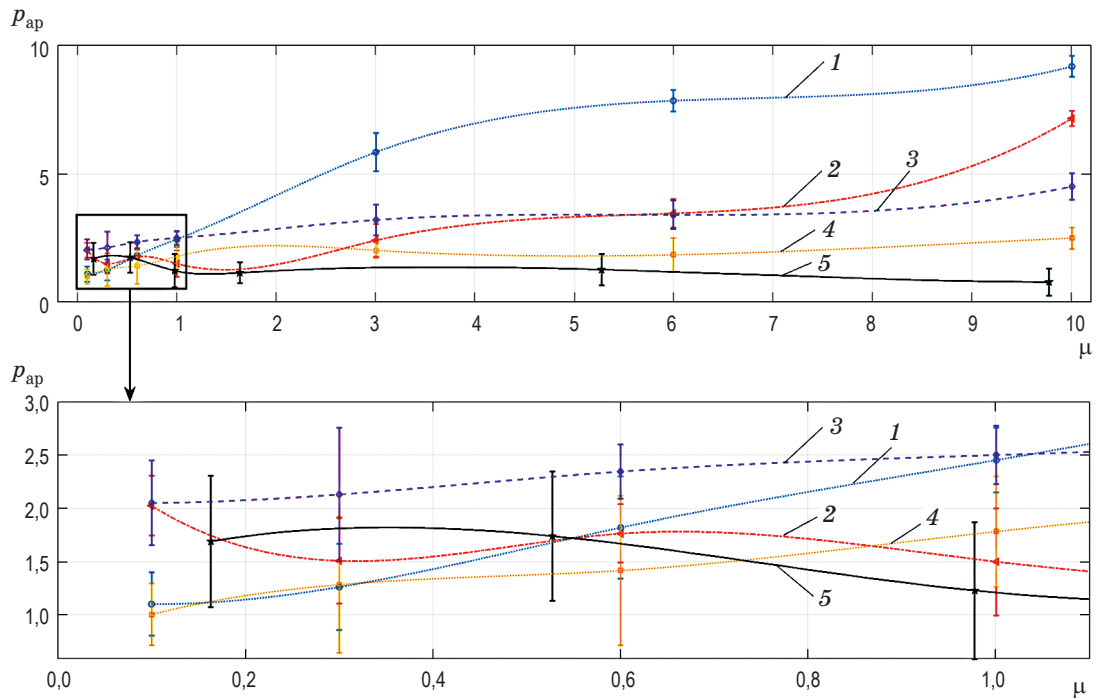


Рис. 3. Сравнение зависимостей вероятности послеимпульса (P_{ap} , %), определенной разными методами для исследуемого ДОФ с применением измерительного стенда (рис. 2), от энергии лазерного импульса (μ , фотон/импульс). 1 — метод Бетьюна; 2 — метод инъекции импульсов с субгармонической частотой; 3 — автокорреляционный метод; 4 — метод совпадения; 5 — метод, предложенный авторами данной работы

Fig. 3. Comparison of the dependences of the afterpulse probability (P_{ap} , %) on the laser pulse energy (μ , photon/pulse) in the studied SPD determined by different methods in the measurement setup (fig. 2). 1 — Bethune method; 2 — subharmonic-clock-rate pulse injection method; 3 — autocorrelation method; 4 — coincidence method; 5 — self-developed method

лённые недостатки. Однако приоритетной задачей в данной работе является определение истинного значения вероятности послеимпульса, которое не будет зависеть от внешних факторов. В следующем разделе рассмотрим разработанную вероятностную модель для оценки послеимпульса, основанную на рекурсивном характере этого эффекта.

РЕКУРСИВНАЯ МОДЕЛЬ ЭФФЕКТА ПОСЛЕИМПУЛЬСА

В результате исследования разработана модель оценки вероятности послеимпульсов, основанная на рекурсивном характере этого эффекта, которая позволяет определять истинный внутренний параметр вероятности послеимпульса. Зная его, можно смоделировать поведение исследуемого ДОФ при любых внешних параметрах, таких как частота лазерных импульсов и их средняя энергия.

Разработаны две различные модели: упрощённая и составная. Преимуществом упрощённой модели является возможность легкого расчёта p_{ap} по набранной статистике. Достоинство составной модели — точное статистическое описание процессов появления послеимпульсов в ОЛФД.

Основная идея упрощённой модели заключается в том, что вероятность послеимпульсного срабатывания P_{ap}^s может быть получена из вероятностей срабатываний, вызванных фотонами, теплом и туннелированием P_0 , посредством параметра p_{ap}^s . В таком случае вероятность срабатывания детектора можно представить в виде зависимости:

$$P = P_0 + P_{ap}^s - P_0 P_{ap}^s = P_0(1 + p_{ap}^s - P_0 p_{ap}^s). \quad (5)$$

В этом представлении P_{ap}^s включает послеимпульсы второго, третьего и т.д. порядка, и его оценка включена в параметр p_{ap}^s .

Этот подход следует применять для низких вероятностей послеимпульсов, поскольку в таком случае послеимпульсы высокого порядка маловероятны. Основным недостатком является то, что при изменении P_0 , например, при увеличении количества фотонов в импульсе, значение p_{ap}^s будет также изменяться.

В составной модели учитывается рекурсивное поведение послеимпульса. Вероятность того, что срабатывания P_0 вызовут послеимпульс, равна $P_0 p_{ap}$. Вероятность того, что послеимпульсы $P_0 p_{ap}$ сгенерируют новые послеимпульсы, равна $P_0 p_{ap}^2$, и так далее (рис. 4).

Расчёт итогового влияния эффекта послеимпульса на полную вероятность срабатывания может быть выполнен серией последовательных свёрток вероятностей. В таком случае вероятность срабатывания детектора можно представить в виде разложения в ряд относительно P_0 . Для удобства использования в аналитических моделях целесообразно рас-

смаивать первое и второе слагаемые в разложении в ряд P относительно P_0 .

Тогда сумма рядов первого и второго порядка относительно P_0 вычисляется как:

$$P = P_0 \frac{1}{1 - p_{ap}}, \quad (6)$$

$$P = P_0 \frac{1}{1 - p_{ap}} - P_0^2 \frac{p_{ap}}{(1 - p_{ap})^2 (1 + p_{ap})}. \quad (7)$$

На рис. 5 сравнивается вероятность обнаружения P , вычисляемая в соответствии с упрощённой моделью и составной моделью первого, второго и высокого порядка. Предполагается, что модель высокого порядка (разложение P с 20-м порядком P_0) является эталоном, с которым необходимо сравнить другие модели.

Можно наблюдать, что при значении параметра вероятности послеимпульса $p_{ap} = 0,1$ все рассматриваемые модели дают хорошую сходимость с моделью высокого порядка, а низкие отклонения начинаются с увеличением P_0 . Для более высоких значений p_{ap} упрощённая модель и составная модель первого порядка сильно отклоняются от эталона. Для точной оценки общей вероятности срабатывания P следует использовать модель второго порядка.

При проведении экспериментальной оценки вероятности послеимпульса на основе представленной ранее модели считается, что все срабатывания, отличающиеся от темновых, являются срабатываниями в результате проявления эффекта послеимпульса. Общее количество срабатываний по послеимпульсам может быть найдено при рассмотрении гистограммы, полученной с применением измерительного стенда (рис. 2), как:

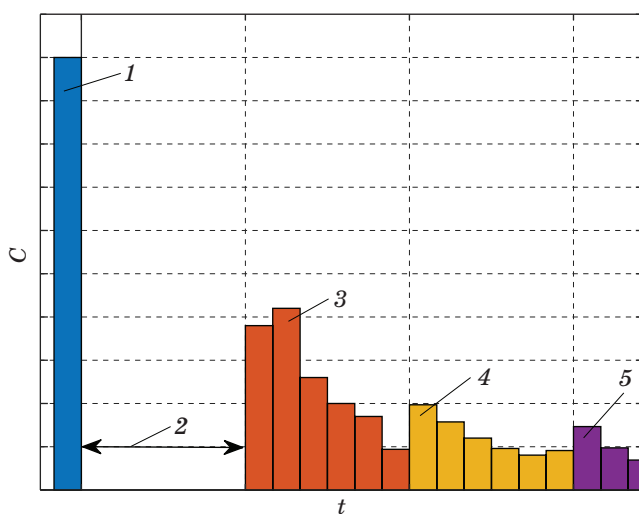


Рис. 4. Схематическая гистограмма для оценки вероятности послеимпульса в соответствии с разработанной моделью. C — число срабатываний детектора, t — время; 1 — опорное срабатывание; 2 — «мёртвое» время (время нечувствительности детектора порядка 50 мкс); 3 — послеимпульс первого порядка; 4 — послеимпульс второго порядка; 5 — послеимпульс третьего порядка

Fig. 4. Schematic histogram for estimating the probability of an afterpulse according to the developed model. C — counts, t — time; 1 — trigger click; 2 — dead time (detector dead time is on the order of 50 μ s); 3 — first-order afterpulse; 4 — second-order afterpulse; 5 — third-order afterpulse

$$C_{DCR} = \frac{1}{N_{DCR}} \sum_{i \in t_{DCR}} C_i, \quad (8)$$

$$C_{AP} = \sum_{i \in [\tau, 25]_{\text{мкс}}} (C_i - C_{DCR}), \quad (9)$$

где C_{DCR} — среднее количество темновых срабатываний, накопленных в каждом столбце гистограммы, N_{DCR} — количество столбцов в интервале времени t_{DCR} , C_i — количество срабатываний в i -м столбце гистограммы, C_{AP} — общее количество срабатываний, которые возникли в результате проявления эффек-

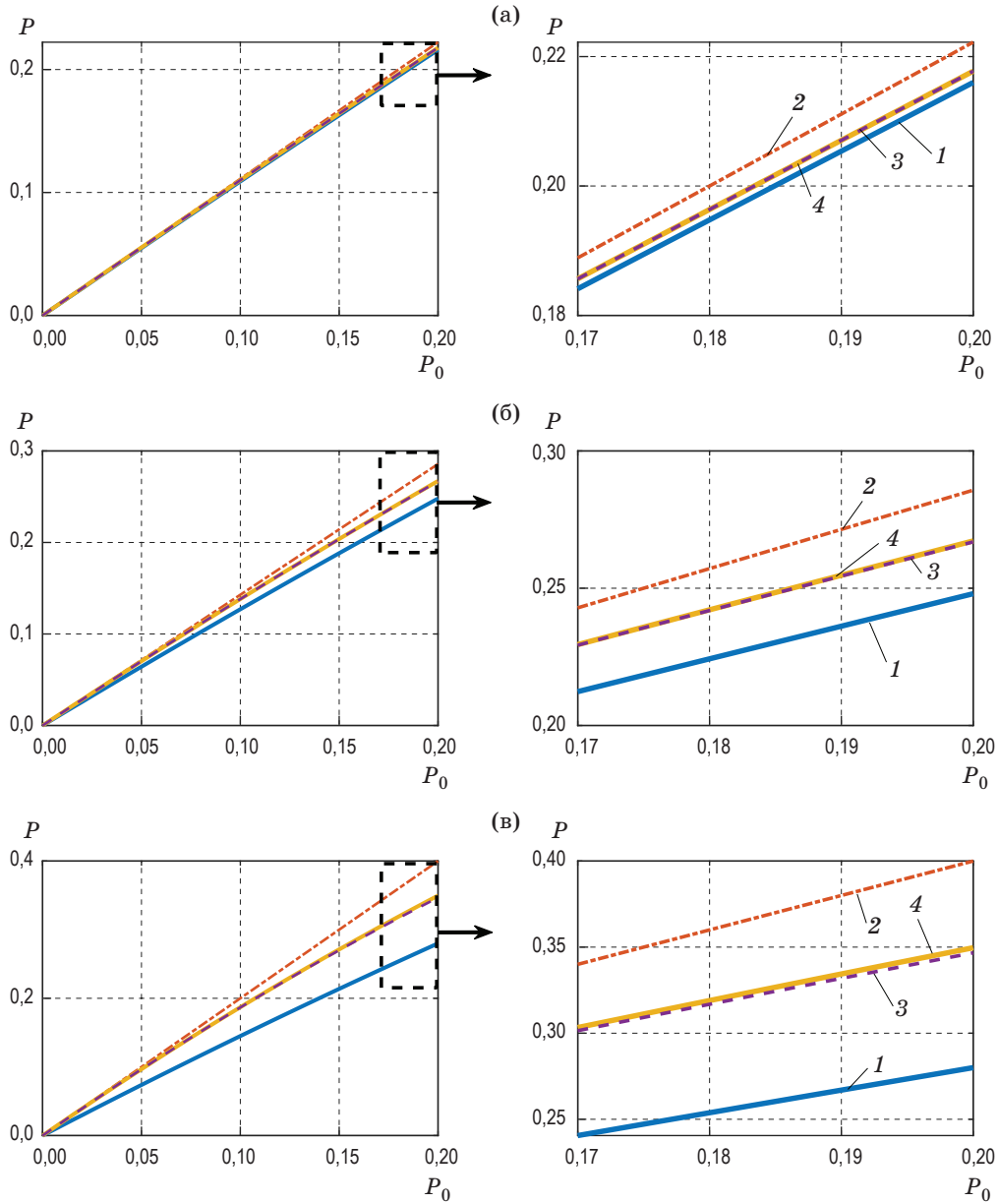


Рис. 5. Сравнение упрощённой модели (1) и составной модели первого (2), второго (3) и высокого (4) порядка для определения вероятности срабатывания P , предполагая, что $p_{ap} = 0,1$ (а); $p_{ap} = 0,3$ (б); $p_{ap} = 0,5$ (в)

Fig. 5. Comparison of the simple (1) model and the complex model of the first (2), second (3) and high (4) order to determine the clicking probability P assuming that (a) $p_{ap} = 0.1$; (б) $p_{ap} = 0.3$; (в) $p_{ap} = 0.5$

та послеимпульса (включают послеимпульсы 1-ого, 2-ого и т.д. порядка).

Срабатывания C_{AP} включают в себя послеимпульсы различных порядков (рис. 4). Тогда вероятность послеимпульса можно оценить по экспериментальным данным как

$$p_{ap}^{exp} = \frac{C_{AP}}{C_0}, \quad (10)$$

где C_0 — срабатывания в опорном столбце гистограммы. Тогда значение P_{ap} , которое должно быть универсальным для всех моделей, выражается как

$$P_{ap} \approx \frac{p_{ap}^{exp} P_0}{1 - P_0}. \quad (11)$$

Используя это предположение, вычисляется значение параметра p_{ap} для упрощённой

модели и составных моделей первого и второго порядка. Параметр P_{ap}^{exp} связан с P_{ap}^s и P_{ap} зависимостями

$$P_{ap} = \frac{P_n - P_0}{1 - P_0}, \quad (12)$$

$$P_{ap}^{exp} P_0 = P_n - P_0, \quad (13)$$

$$P_n = P_0(1 + P_{ap}^{exp}), \quad (14)$$

где получена правая часть для первого уравнения из простого уравнения для вероятности P_n (обозначение P для упрощённой модели): $P_n = P_0 + P_{ap} - P_0 P_{ap}$. P и P_n могут быть получены из уравнений (5), (6) и (7) для упрощённой модели и составных моделей первого и второго порядка.

При построении точной модели ДОФ следует использовать составную модель второго порядка, поскольку в таком случае одно значение P_{ap} можно использовать для широкого диапазона оптической мощности μ . Упрощённая модель подходит только для низких значений P_{ap}^s , и когда предполагается работа ДОФ с фиксированным значением μ . Составная модель первого порядка подходит в случае низкого P_{ap} , потому что, как и для модели второго порядка, она может быть использована для широкого (но более низкого, чем для модели второго порядка) диапазона μ , а простая форма уравнений позволяет использовать её в аналитических моделях ДОФ. Преимуществом описанного подхода является необходимость проведения статистической обработки только одной гистограммы, получаемой на измерительном стенде при включённом лазерном излучении, для получения значения вероятности послеимпульса, что значительно сокращает время проведения экспериментальных исследований.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Yao N., Yao Q., Xie X. P., Liu Y., Xu P., Fang W., Zheng M.Y., Fan J., Zhang Q., Tong L., Pan J.W. Optimizing up-conversion single-photon detectors for quantum key distribution // Optics Express. 2020. V. 28. № 17. P. 25123–25133. <https://doi.org/10.1364/OE.397767>
2. Yuan Z., Plews A., Takahashi R., Doi K., Tam W., Sharpe A.W., Dixon A.R., Lavelle E., Dynes J.F., Murakami A., Kujiraoka M., Lucamarini M., Tanizawa Y., Sato H., Shields A.J. 10-Mb/s quantum key distribution // Journal of Lightwave Technology. 2018.

Результаты экспериментальной оценки вероятности послеимпульса ДОФ (при температуре -50°C)

Results of experimental estimation of SPD's afterpulse probability (at the temperature of -50°C)

№ ДОФ	ОЛФД	P_{ap} , % (квантовая эффективность 10%)	P_{ap} , % (квантовая эффективность 20%)
1	1730C050	0,33	15,28
2	1646C011	0,12	1,37
3	1524C041	0,12	5,30
4	1646C017	0,26	8,38
5	1707C007	2,44	7,59

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана рекурсивная модель для определения вероятности послеимпульсов, основанная на немарковском характере этого эффекта, которая позволяет выявлять истинные внутренние параметры эффекта послеимпульса. Определив истинные внутренние параметры, можно моделировать поведение ДОФ при любых значениях внешних параметров, таких как частота лазерных импульсов или их средняя энергия. Результаты измерения вероятности послеимпульса P_{ap} для ДОФ при значениях квантовой эффективности 10% и 20% представлены в таблице. Анализ разработанного подхода к измерению вероятности послеимпульсов в сравнении с другими широко используемыми методами, такими как метод Бетьюна, метод инъекции импульсов с субгармонической частотой, метод совпадения и автокорреляционный метод, показал, что значение вероятности послеимпульса, определённое с применением разработанной модели, менее чувствительно к изменению внешних параметров излучения.

REFERENCES

1. Yao N., Yao Q., Xie X.P., Liu Y., Xu P., Fang W., Zheng M.Y., Fan J., Zhang Q., Tong L., Pan J.W. Optimizing up-conversion single-photon detectors for quantum key distribution // Optics Express. 2020. V. 28. № 17. P. 25123–25133. <https://doi.org/10.1364/OE.397767>
2. Yuan Z., Plews A., Takahashi R., Doi K., Tam W., Sharpe A.W., Dixon A.R., Lavelle E., Dynes J.F., Murakami A., Kujiraoka M., Lucamarini M., Tanizawa Y., Sato H., Shields A.J. 10-Mb/s quantum key distribution // Journal of Lightwave Technology. 2018.

- V. 36. № 16. P. 3427–3433. <https://doi.org/10.1109/JLT.2018.2843136>
3. Cañas G., Vera N., Cariñe J., González P., Cardenas J., Connolly P.W.R., Przysieszna A., Gómez E.S., Figueroa M., Vallone G., Villoresi P., Ferreira da Silva T., Xavier G.B., Lima G. High-dimensional decoy-state quantum key distribution over multicore telecommunication fibers // *Physical Review A*. 2017. V. 96. № 2. P. 022317. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.96.022317>
4. Zhao L.Y., Wu Q.J., Qiu H.K., Qian J.L., Han Z.F. Practical security of wavelength-multiplexed decoy-state quantum key distribution // *Physical Review A*. 2021. V. 103. № 2. P. 022429. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.022429>
5. Wang F.X., Chen W., Li Y.P., He D.Y., Wang C., Han Y.G., Wang S., Yin Z.Q., Han Z.F. Non-Markovian property of afterpulsing effect in single-photon avalanche detector // *Journal of Lightwave Technology*. 2016. V. 34. № 15. P. 3610–3615. <https://opg.optica.org/jlt/abstract.cfm?uri=jlt-34-15-3610#articleCitations>
6. Wang C., Wang J., Xu Z., Li J., Wang R., Zhao J., Wei Y. Afterpulsing effects in SPAD-based photon-counting communication system // *Optics Communications*. 2019. V. 443. P. 202–210. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2019.03.039>
7. Bethune D.S., Risk W.P., Pabst G.W. A high-performance integrated single-photon detector for telecom wavelengths // *Journal of modern optics*. 2004. V. 51. № 9–10. P. 1359–1368. <https://doi.org/10.1080/09500340408235278>
8. Yuan Z.L., Kardynal B.E., Sharpe A.W., Shields A.J. High speed single photon detection in the near infrared // *Applied Physics Letters*. 2007. V. 91. № 4. P. 041114. <https://doi.org/10.1063/1.2760135>
9. Liu J., Zhang C., Li Y., Wang Z. 1.2-GHz gated single-photon detector with simple filtering // *Optoelectronic Devices and Integration*. 2014. V. 9270. P. 23–29. <https://doi.org/10.1117/12.2071434>
10. Chunnillal C.J., Degiovanni I.P., Kück S., Müller I., Sinclair A.G. Metrology of single-photon sources and detectors: a review // *Optical Engineering*. 2014. V. 53. № 8. P. 081910. <https://doi.org/10.1117/1.OE.53.8.081910>
11. Liang Y., Chen Y., Huang Z., Bai G., Yu M., Zeng H. Room-temperature single-photon detection with 1.5-GHz gated InGaAs/InP avalanche photodiode // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2016. V. 29. № 1. P. 142–145. <https://doi.org/10.1109/LPT.2016.2630273>
12. Zhang Y., Zhang X., Shi Y., Ying Z., Wang S. Electro-optic modulator based gate transient suppression for sine-wave gated InGaAs/InP single photon avalanche photodiode // *Optical Engineering*. 2014. V. 53. № 6. P. 067102. <https://doi.org/10.1117/1.OE.53.6.067102>
13. Bouzid A., Han S.W., Lee M.S., Moon S. Single-photon detector at telecommunication wavelengths using an analog integrator for ultra small avalanche discrimination // *Applied Physics Express*. 2013. V. 6. № 5. P. 052201. <https://doi.org/10.7567/APEX.6.052201>
14. Korzh B., Lunghi T., Kuzmenko K., Boso G., Zbinden H. Afterpulsing studies of low-noise InGaAs/InP single-photon negative-feedback avalanche diodes // *Journal of Modern Optics*. 2015. V. 62. № 14. P. 1151–1157. <https://doi.org/10.1080/09500340.2015.1024294>
15. Itzler M.A., Jiang X., Entwistle M. Power law temporal dependence of InGaAs/InP SPAD afterpulsing // *Journal of Modern Optics*. 2012. V. 59. № 17. P. 1472–1480. <https://doi.org/10.1080/09500340.2012.698659>
- V. 36. № 16. P. 3427–3433. <https://doi.org/10.1109/JLT.2018.2843136>
3. Cañas G., Vera N., Cariñe J., González P., Cardenas J., Connolly P.W.R., Przysieszna A., Gómez E.S., Figueroa M., Vallone G., Villoresi P., Ferreira da Silva T., Xavier G.B., Lima G. High-dimensional decoy-state quantum key distribution over multicore telecommunication fibers // *Physical Review A*. 2017. V. 96. № 2. P. 022317. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.96.022317>
4. Zhao L.Y., Wu Q.J., Qiu H.K., Qian J.L., Han Z.F. Practical security of wavelength-multiplexed decoy-state quantum key distribution // *Physical Review A*. 2021. V. 103. № 2. P. 022429. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.022429>
5. Wang F.X., Chen W., Li Y.P., He D.Y., Wang C., Han Y.G., Wang S., Yin Z.Q., Han Z.F. Non-Markovian property of afterpulsing effect in single-photon avalanche detector // *Journal of Lightwave Technology*. 2016. V. 34. № 15. P. 3610–3615. <https://opg.optica.org/jlt/abstract.cfm?uri=jlt-34-15-3610#articleCitations>
6. Wang C., Wang J., Xu Z., Li J., Wang R., Zhao J., Wei Y. Afterpulsing effects in SPAD-based photon-counting communication system // *Optics Communications*. 2019. V. 443. P. 202–210. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2019.03.039>
7. Bethune D.S., Risk W.P., Pabst G.W. A high-performance integrated single-photon detector for telecom wavelengths // *Journal of modern optics*. 2004. V. 51. № 9–10. P. 1359–1368. <https://doi.org/10.1080/09500340408235278>
8. Yuan Z.L., Kardynal B.E., Sharpe A.W., Shields A.J. High speed single photon detection in the near infrared // *Applied Physics Letters*. 2007. V. 91. № 4. P. 041114. <https://doi.org/10.1063/1.2760135>
9. Liu J., Zhang C., Li Y., Wang Z. 1.2-GHz gated single-photon detector with simple filtering // *Optoelectronic Devices and Integration*. 2014. V. 9270. P. 23–29. <https://doi.org/10.1117/12.2071434>
10. Chunnillal C.J., Degiovanni I.P., Kück S., Müller I., Sinclair A.G. Metrology of single-photon sources and detectors: a review // *Optical Engineering*. 2014. V. 53. № 8. P. 081910. <https://doi.org/10.1117/1.OE.53.8.081910>
11. Liang Y., Chen Y., Huang Z., Bai G., Yu M., Zeng H. Room-temperature single-photon detection with 1.5-GHz gated InGaAs/InP avalanche photodiode // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2016. V. 29. № 1. P. 142–145. <https://doi.org/10.1109/LPT.2016.2630273>
12. Zhang Y., Zhang X., Shi Y., Ying Z., Wang S. Electro-optic modulator based gate transient suppression for sine-wave gated InGaAs/InP single photon avalanche photodiode // *Optical Engineering*. 2014. V. 53. № 6. P. 067102. <https://doi.org/10.1117/1.OE.53.6.067102>
13. Bouzid A., Han S.W., Lee M.S., Moon S. Single-photon detector at telecommunication wavelengths using an analog integrator for ultra small avalanche discrimination // *Applied Physics Express*. 2013. V. 6. № 5. P. 052201. <https://doi.org/10.7567/APEX.6.052201>
14. Korzh B., Lunghi T., Kuzmenko K., Boso G., Zbinden H. Afterpulsing studies of low-noise InGaAs/InP single-photon negative-feedback avalanche diodes // *Journal of Modern Optics*. 2015. V. 62. № 14. P. 1151–1157. <https://doi.org/10.1080/09500340.2015.1024294>
15. Itzler M.A., Jiang X., Entwistle M. Power law temporal dependence of InGaAs/InP SPAD afterpulsing // *Journal of Modern Optics*. 2012. V. 59. № 17. P. 1472–1480. <https://doi.org/10.1080/09500340.2012.698659>

16. Arahira S., Murai H. Effects of afterpulse events on performance of entanglement-based quantum key distribution system // Japanese Journal of Applied Physics. 2016. V. 55. № 3. P. 032801. <https://doi.org/10.7567/JJAP.55.032801>

АВТОРЫ

Александр Александрович Филяев — младший научный сотрудник, ООО «КуРэйт», 143026, Сколково, Россия; инженер научного проекта, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, 119333, Москва, Россия; аспирант, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 101000, Москва, Россия; Scopus ID: 57218269710, <https://orcid.org/0000-0001-7319-8001>, alex.filyaev.98@gmail.com, a.filyaev@goqrates.com

Антон Вадимович Лосев — руководитель отдела разработки ДОФ, ООО «КуРэйт», 143026, Сколково, Россия; инженер научного проекта, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, 119333, Москва, Россия; Scopus ID: 57198354858, <https://orcid.org/0000-0002-6030-2532>, a.losev@goqrates.com

Владимир Владимирович Заводиленко — ведущий инженер, ООО «КуРэйт», 143026, Сколково, Россия; инженер научного проекта, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, 119333, Москва, Россия; аспирант, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 101000, Москва, Россия; Scopus ID: 57198359400, <https://orcid.org/0000-0002-3252-2984>, v.zavodilenko@goqrates.com

Игорь Денисович Павлов — технический директор, ООО «КуРэйт», 143026, Сколково, Россия; заместитель директора центра, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, 119333, Москва, Россия; <https://orcid.org/0000-0001-8865-556X>, ip@goqrates.com

16. Arahira S., Murai H. Effects of afterpulse events on performance of entanglement-based quantum key distribution system // Japanese Journal of Applied Physics. 2016. V. 55. № 3. P. 032801. <https://doi.org/10.7567/JJAP.55.032801>

AUTHORS

Alexandr A. Filyaev — Junior Researcher, "QRate" LLC, 143026, Skolkovo, Russia; Engineer of the Scientific Project, National University of Science and Technology MISIS, 119333, Moscow, Russia; PhD student, HSE University, 101000, Moscow, Russia; Scopus ID: 57218269710, <https://orcid.org/0000-0001-7319-8001>, alex.filyaev.98@gmail.com, a.filyaev@goqrates.com

Anton V. Losev — Head of the SPD Development Department, "QRate" LLC, 143026, Skolkovo, Russia; Engineer of the Scientific Project, National University of Science and Technology MISIS, 119333, Moscow, Russia; Scopus ID: 57198354858, <https://orcid.org/0000-0002-6030-2532>, a.losev@goqrates.com

Vladimir V. Zavodilenko — Senior Electronics Design Engineer, "QRate" LLC, 143026, Skolkovo, Russia; Engineer of the Scientific Project, National University of Science and Technology MISIS, 119333, Moscow, Russia; PhD student, HSE University, 101000, Moscow, Russia; Scopus ID: 57198359400, <https://orcid.org/0000-0002-3252-2984>, v.zavodilenko@goqrates.com

Igor D. Pavlov — CTO, "QRate" LLC, 143026, Skolkovo, Russia; Deputy Director of the Center, National University of Science and Technology MISIS, 119333, Moscow, Russia; <https://orcid.org/0000-0001-8865-556X>, ip@goqrates.com

Статья поступила в редакцию 10.03.2023
Одобрена после рецензирования 22.08.2023
Принята к печати 30.10.2023

The article was submitted to the editorial office 10.03.2023
Approved after review 22.08.2023
Accepted for publication 30.10.2023