

УДК 681.3

ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРИРОВАННЫХ В НУЛЕ ГАУССОВСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

© 2009 г. Е. А. Самойлин, канд. техн. наук

Ростовский военный институт ракетных войск им. Главного маршала артиллерии Неделина М.И.,
Ростов-на-Дону

E-mail sea@rsu.ru

Разработаны алгоритмы оценивания пространственного положения импульсных помех с центрированным и усеченным в нуле гауссовским распределением яркости на изображениях. Критериями оптимальности алгоритмов являются безусловная вероятность пропуска при фиксированной безусловной вероятности ложной тревоги и наоборот. Представлены результаты численных исследований алгоритмов, показывающие их более высокое качество по сравнению с известными процедурами.

Коды OCIS: 100.2000.

Поступила в редакцию 13.10.2008.

Введение

Как известно [1–3], борьба с импульсными помехами (ИП), возникающими на цифровых изображениях в информационных и оптико-локационных системах, представляет собой достаточно сложный случай для построения оптимальных процедур фильтрации, из-за этого она осуществляется, как правило, на базе аппарата непараметрической статистики [4].

Одним из классов ИП, наиболее часто встречающимся на практике, является класс помех с модальным гауссовским (нормальным) распределением яркости [1, 2]. Поэтому открывается возможность перехода от задачи с непараметрической априорной помеховой неопределенностью к задаче с параметрической неопределенностью. При таком переходе появляется возможность использовать статистический синтез оптимальных по какому-либо критерию алгоритмов оценивания пространственного положения ИП на изображениях и использование этих алгоритмов в общих задачах непараметрической фильтрации сигналов [4]. В частности, в работе [5] предложены алгоритмы оптимального оценивания пространственного положения центрированных и усеченных в верхней точке квантования яркости гауссовских ИП на изображениях, использующие априорную информацию о распределении помех и являющиеся более эффективными по сравнению с известными [6].

Между тем, другой разновидностью модальных ИП являются помехи, распределение яркости которых подчиняется центрированному и усеченному в нижней (нулевой) точке квантования яркости нормальному закону [1, 2]. То есть, под центрированными в нуле гаус-

совскими помехами будем понимать ИП, случайные колебания яркости которых описываются усеченным распределением с математическим ожиданием, равным нижнему (нулевому) пределу квантования яркости.

Цель работы – повышение качества оценивания положения центрированных в нуле гауссовских ИП на цифровых изображениях.

Постановка задачи оптимального оценивания помех

Рассмотрим математические модели изображений и помех. Модель цифрового изображения $\lambda(I_i, J_j)$ строками $i = 1, m$ и столбцами $j = 1, n$ имеет вид квантованного дискретного скалярного случайного поля

$$\lambda(I_i, J_j) = Q[D\Lambda(I, J)], \quad (1)$$

где Q, D – операторы квантования и прямоугольной дискретизации соответственно, $\Lambda(I, J)$ – непрерывное случайное поле, I, J – непрерывные переменные.

Область значений Ξ поля $\lambda(I_i, J_j)$ (яркость) квантована на интервале

$$\lambda(I_i, J_j) \in \Xi, \quad \Xi = \{\lambda_K, K = 0, (2^N - 1)\}, \quad (2)$$

где N – степень квантования (как правило, $N = 8$ для полутоновых изображений).

Модель ИП имеет вид квантованного дискретного скалярного случайного поля с независимыми значениями

$$h(I_i, J_j) \in \Xi, \quad \Xi = \{h_K, K = 0, (2^N - 1)\}. \quad (3)$$

Значения h_K (3) представляют собой случайные величины с унимодальным центрированным в нуле

$(\text{mod}[h(I_{i=1,m}, J_{j=1,n})] = 0)$ усеченным нормальным распределением [1, 2] на интервале квантования поля (2), (3).

Изображение, искаженное ИП, представляет собой частичное замещение $\lambda(I_i, J_j)$ элементами поля $h(I_i, J_j)$ в соответствии с выражением

$$x(I_i, J_j) = \begin{cases} h(I_i, J_j) & \text{с вероятностью } p, \\ \lambda(I_i, J_j) & \text{с вероятностью } 1-p, \end{cases} \quad (4)$$

где p – вероятность замены элемента $\lambda(I_i, J_j)$ на $h(I_i, J_j)$ в дискрете с координатами (i, j) , которая не зависит ни от наличия помех в других координатах, ни от исходного поля и имеет равномерную по пространству плотность $p = \text{const } \forall i \in [1, m], j \in [1, n]$.

Появления $\lambda(I_i, J_j)$ и $h(I_i, J_j)$ образуют полную совокупность несовместимых событий для $i \in [1, m], j \in [1, n]$.

Поскольку переменные I_i, J_j являются, по сути, индексами, полагаем $\lambda(I_i, J_j) = \lambda_{i,j}, \lambda_{i,j} \in \Lambda; h(I_i, J_j) = h_{i,j}, h_{i,j} \in \mathbf{H}; x(I_i, J_j) = x_{i,j}, x_{i,j} \in \mathbf{X}$.

Для обнаружения унимодальных ИП $h_{i,j}$ в скользящей апертуре можно воспользоваться выражением [7], согласно которому ее центральный пиксел принимается за помеху, если его уровень ближе к моде ИП, чем порог x_p , устанавливаемый на основе распределения сигналов соседних пикселов (полагаемых $\lambda_{i,j}$). Так как на этапе восстановления изображения необходимо иметь информацию лишь о пространственном положении ИП (сигнальное значение подлежит коррекции), бинарная оценка помех является достаточной. При этом в случае ИП с $\text{mod}[h(I_{i=1,m}, J_{j=1,n})] = 0$ элементы матрицы оценки $\hat{\mathbf{H}}$ могут строиться в соответствии с выражением

$$\tilde{h}_{i,j} = \begin{cases} 1, & x_{i,j} \leq x_p, \\ 0, & x_{i,j} > x_p. \end{cases} \quad (5)$$

Задачу оценивания ИП можно сформулировать в следующем виде. Необходимо разработать алгоритм получения оптимальных пороговых значений x_p , позволяющий сформировать оценку (5) для центриро-

ванных и усеченных в нуле ИП, которая была бы наиболее близка к ее истинным значениям

$$[x_p] = \underset{x_p \in [0, (2^N - 1)]}{\text{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\| \tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j} \right\| \right\}, \quad (6)$$

где $\hat{h}_{i,j}$ – элементы матрицы $\hat{\mathbf{H}}$ истинного положения

$$\hat{h}_{i,j} = \begin{cases} 1, & x_{i,j} = h_{i,j} \\ 0, & x_{i,j} = \lambda_{i,j} \end{cases} \text{ на изображении } x_{i,j}.$$

Необходимо отметить, что разрабатываемый алгоритм будет являться оптимальным только для выбора наилучшего значения порога.

Построение алгоритмов оптимального оценивания помех

Поскольку центрированные в нуле ИП характеризуются гауссовским законом распределения яркости, пренебрегая квантованием (2) и (3) в силу, как правило $N \geq 8$, можно записать выражение для плотности распределения (строго – ряда распределения) ИП с $\text{mod}[h(I_{i=1,m}, J_{j=1,n})] = 0$, которая будет иметь усеченный вид [8], ограниченный слева нулевым (черным) значением яркости

$$f_h(0 \dots (2^N - 1)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2[h_{i,j}]}} \times \exp\left\{-\left[0 \dots (2^N - 1)\right]^2 / 2\sigma^2[h_{i,j}]\right\}, \quad (7)$$

где $\sigma^2[h_{i,j}]$ – дисперсия значений h_K случайного поля (3).

Обозначим через $f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{A})$ плотность распределения полезного сигнала $\lambda_{i,j}$ при условии отсутствия ИП ($\mathbf{X} = \mathbf{A}$), а через $f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{H})$ плотность распределения помехи $h_{i,j}$ ($\mathbf{X} = \mathbf{H}$) на интервале квантования (2) в скользящей по $x_{i,j}$ апертуре. При этом нормированная условная вероятность ложного обнаружения по (5) помехового пиксела в апертуре будет иметь вид [9]

$$P_{\text{ЛО}} = \sum_{x=0}^{x_p} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{A}) / \sum_{x=0}^{2^N - 1} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{A}). \quad (8)$$

Условная вероятность принятия правильного решения в соответствии с (5) об отсутствии помехи будет определяться [9]

$$P_{\text{ПР.ОТС}} = \sum_{x=x_p}^{2^N - 1} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{A}) / \sum_{x=0}^{2^N - 1} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{A}), \quad (9)$$

причем $P_{\text{ЛО}} + P_{\text{ПР.ОТС}} = 1$.

Условные вероятности пропуска и принятия правильного решения об обнаружении помехи будут соответственно иметь вид [9]

$$P_{\text{ПРОП}} = \sum_{x=x_p}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H}) / \sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H}), \quad (10)$$

$$P_{\text{ПР.ОБН}} = \sum_{x=0}^{x_p} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H}) / \sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H}), \quad (11)$$

причем $P_{\text{ПРОП}} + P_{\text{ПР.ОБН}} = 1$.

С учетом p и условных вероятностей (8)–(11) запишем выражения для безусловных вероятностей ошибочных и правильных решений при обнаружении ИП. Вероятность ложных тревог будет определяться

$$P_{\text{ЛТ}} = (1-p) P_{\text{ЛО}} = (1-p) \left[\frac{\sum_{x=0}^{x_p} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{A})}{\sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{A})} \right]. \quad (12)$$

Вероятность принятия правильного решения об отсутствии помехи равна

$$P_{\text{ПО}} = (1-p) P_{\text{ПР.ОТС}} = (1-p) \left[\frac{\sum_{x=x_p}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{A})}{\sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{A})} \right]. \quad (13)$$

Вероятность пропуска помехи будет определяться как

$$P_{\text{ПР}} = p P_{\text{ПРОП}} = p \left[\frac{\sum_{x=x_p}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H})}{\sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H})} \right]. \quad (14)$$

Вероятность принятия правильного решения о наличии помехи будет

$$P_{\text{ПН}} = p P_{\text{ПР.ОБН}} = p \left[\frac{\sum_{x=0}^{x_p} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H})}{\sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H})} \right]. \quad (15)$$

Очевидно, что $P_{\text{ЛТ}} + P_{\text{ПО}} + P_{\text{ПР}} + P_{\text{ПН}} = 1$.

Так как в задаче восстановления изображений стоимость $P_{\text{ЛТ}}$ и $P_{\text{ПР}}$, как правило, различна (пропуск помехи влечет большие потери), то можно воспользоваться одним из двух критериев оптимальности [7], в соответствии с которыми минимизируется безусловная вероятность пропуска при фиксированной вероятности ложной тревоги (в случае условных вероятностей – критерий Неймана–Пирсона [8, 9]), либо наоборот.

Рассмотрим минимизацию безусловной вероятности пропуска при заданной безусловной вероятности ложной тревоги. С учетом (12) и (14) выражение для искомого значения порога (5) будет выглядеть следующим образом:

$$x_p = \operatorname{argmin}_{x_p \in [0, (2^N-1)]} \left\{ p \left[\frac{\sum_{x=x_p}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H})}{\sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{H})} \right] \right\}, \quad (16)$$

при

$$P_{\text{ЛТ}} \geq (1-p) \left[\frac{\sum_{x=0}^{x_p} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{A})}{\sum_{x=0}^{2^N-1} f(0...(2^N-1)/\mathbf{X}=\mathbf{A})} \right]. \quad (17)$$

Как видно из (16), для минимизации его правой части необходимо $x_p \rightarrow (2^N - 1)$, однако это вызовет

рост $P_{\text{ЛТ}}$ (17). Поэтому значение x_p найдем из ограничения (17). Поскольку распределение $f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{\Lambda})$ в двумерной апертуре, перемещающейся по изображению, лежит в границах от минимального $x_{\min}^A$ до максимального x_p значения сигнала, выражение (17) можно переписать в виде

$$P_{\text{ЛТ}} \geq (1-p) \left[(x_p - x_{\min}^A) / (2^N - 1) \right]. \quad (18)$$

Определим из выражения (18) верхнюю границу значения x_p

$$x_p \leq x_{\min}^A + P_{\text{ЛТ}} (2^N - 1) / (1-p). \quad (19)$$

Так как согласно (16) необходимо $x_p \rightarrow (2^N - 1)$, а согласно (17) – $x_p \rightarrow 0$, то оптимальное значение x_p будет определяться верхней границей (19)

$$x_p = x_{\min}^A + P_{\text{ЛТ}} (2^N - 1) / (1-p), \quad (20)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{X}_{\min}^A + P_{\text{ЛТ}} (2^N - 1) / (1-p), \quad (21)$$

где $\mathbf{X}_p$ – пороговая матрица размером $m \times n$, $\mathbf{X}_{\min}^A$ – матрица минимумов апертур, равная $\mathbf{X}_{\min}^A =$

$$= \begin{bmatrix} \mu_{1,1} & \mu_{1,2} & \dots & \mu_{1,n} \\ \mu_{2,1} & \mu_{2,2} & \dots & \mu_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m,1} & \mu_{m,2} & \dots & \mu_{m,n} \end{bmatrix}, \text{ элементы которой (для апер-}$$

туры размером 3×3 элемента) представляют собой минимумы яркости текущих апертур $\mu_{i,j} =$

$$= \min \begin{Bmatrix} x_{i-1,j-1} & x_{i-1,j} & x_{i-1,j+1} \\ x_{i,j-1} & x_{i,j} & x_{i,j+1} \\ x_{i+1,j-1} & x_{i+1,j} & x_{i+1,j+1} \end{Bmatrix}. \text{ В случае, когда обра-}$$

ботке подвергаются крайние элементы изображения ($i = 1, m, j = 1, n$), количество минимумов уменьшается на число элементов, выходящих за границы изображения, например, (при апертуре 3×3) для

$$\mu_{1,1} = \begin{Bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} \\ x_{2,1} & x_{2,2} \end{Bmatrix}.$$

Очевидно, что с ростом размера апертуры $\mu_{i,j}$ будут стремиться к нулю, поэтому в алгоритме должны использоваться апертуры с минимальным размером 3×3 элемента.

Рассмотрим частный случай, когда, например, $x_{\min}^A$ в апертуре составляет 10% от полного интервала квантования (2), т. е. около 25 при $N = 8$. При этом зависимость x_p (20) от p и $P_{\text{ЛТ}}$ для данной апертуры будет иметь вид, показанный на рис. 1.

Таким образом, разработанный алгоритм оценивания положения центрированных в нуле ИП, минимизирующий безусловную вероятность пропуска (16) при заданной безусловной вероятности ложной тревоги (17), выглядит следующим образом.

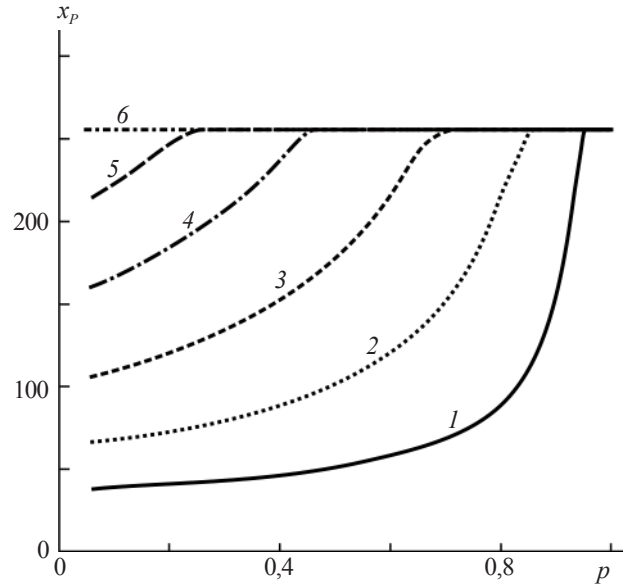


Рис. 1. Зависимости оптимального значения x_p (20) от p при заданных $P_{\text{ЛТ}}$. 1 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,05$, 2 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,15$, 3 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,3$, 4 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,5$, 5 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,7$, 6 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,9$.

Алгоритм 1.

Шаг 1. По исходному изображению $x_{i,j}$ находится матрица $\mathbf{X}_{\min}^A$.

Шаг 2. На основе заданных $P_{\text{ЛТ}}$, p , N и вычисленной на первом шаге $\mathbf{X}_{\min}^A$ определяется пороговая матрица $\mathbf{X}_p$ (21).

Шаг 3. В соответствии с (5) находится матрица $\tilde{\mathbf{N}}$ оценок пространственного положения ИП.

Рассмотрим минимизацию безусловной вероятности ложной тревоги при фиксированной безусловной вероятности пропуска. С учетом (12) и (14) выражение для порога (5) примет следующий вид:

$$x_p = \arg \min \left\{ (1-p) \frac{\sum_{x=0}^{x_p} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{\Lambda})}{\sum_{x=0}^{2^N - 1} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{\Lambda})} \right\}, \quad (22)$$

при

$$P_{\text{ПР}} \geq p \frac{\sum_{x=x_p}^{2^N - 1} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{H})}{\sum_{x=0}^{2^N - 1} f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{H})}. \quad (23)$$

Как видно из (22), для минимизации его аргумента необходимо $x_p \rightarrow 0$, однако это вызовет рост $P_{\text{ПР}}$ (23). Поэтому значение x_p найдем из ограничения (23). Так как распределение ИП $f(0 \dots (2^N - 1)/\mathbf{X} = \mathbf{H})$ является нормальным (7), несмотря на его дискрет-

ность, перепишем (23) в интегральном виде, что допустимо при $N \geq 8$

$$P_{\text{ПР}} \geq p \frac{\int_{x_p}^{(2^N-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2[h_{i,j}]}} \exp\left(-\frac{(0, \dots, (2^N-1))^2}{2\sigma^2[h_{i,j}]}\right) d(2^N-1)}{\int_0^{(2^N-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2[h_{i,j}]}} \exp\left(-\frac{(0, \dots, (2^N-1))^2}{2\sigma^2[h_{i,j}]}\right) d(2^N-1)}. \quad (24)$$

В выражении (24) переменной интегрирования является $(2^N - 1)$. Вынося множители $1/\sqrt{2\pi\sigma^2[h_{i,j}]}$ за знаки интеграла и сокращая их, имеем

$$P_{\text{ПР}} \geq p \frac{\int_{x_p}^{(2^N-1)} \exp\left(-\frac{(0, \dots, (2^N-1))^2}{2\sigma^2[h_{i,j}]}\right) d(2^N-1)}{\int_0^{(2^N-1)} \exp\left(-\frac{(0, \dots, (2^N-1))^2}{2\sigma^2[h_{i,j}]}\right) d(2^N-1)}. \quad (25)$$

Разделив обе части (25) на p и проинтегрировав выражение, получим

$$\frac{P_{\text{ПР}}}{p} \geq 1 - \frac{\text{erf}\left(\frac{x_p \sqrt{2}}{2\sqrt{\sigma^2[h_{i,j}]}}\right)}{\text{erf}\left(\frac{(2^N-1)\sqrt{2}}{2\sqrt{\sigma^2[h_{i,j}]}}\right)}, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \text{erf}(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp\{-t^2\} dt = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp\{-z^2\} dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(z - \frac{z^3}{3} + \frac{1}{2!} \frac{z^5}{5} - \frac{1}{3!} \frac{z^7}{7} \pm \dots \right) \end{aligned}$$

– функция ошибок [10].

Из выражения (26) нижняя граница значения порога будет определяться

$$x_p \geq \frac{2\sqrt{\sigma^2[h_{i,j}]} \text{ERF}\left[\left(1 - \frac{P_{\text{ПР}}}{p}\right) \text{erf}\left(\frac{(2^N-1)\sqrt{2}}{2\sqrt{\sigma^2[h_{i,j}]}}\right)\right]}{\sqrt{2}}, \quad (27)$$

где $\text{ERF}(z)$ – функция, обратная функции ошибок $\text{erf}(z)$ [10].

Таким образом, оптимальное по критерию (22) значение порога будет определяться следующим равенством:

$$x_p = \frac{2\sqrt{\sigma^2[h_{i,j}]} \text{ERF}\left[\left(1 - \frac{P_{\text{ПР}}}{p}\right) \text{erf}\left(\frac{(2^N-1)\sqrt{2}}{2\sqrt{\sigma^2[h_{i,j}]}}\right)\right]}{\sqrt{2}}. \quad (28)$$

Рассмотрим частный случай, когда, например, $\sigma^2[h_{i,j}] = 50$, $N = 8$. При этом зависимость x_p (28) от вероятностей p и $P_{\text{ПР}}$ примет вид, показанный на рис. 2.

Необходимо отметить, что характер зависимостей оптимальных порогов различимости для центрированных в нуле ИП, приведенных на рис. 1 и рис. 2, является обратным по отношению к соответствующим порогам для помех, центрированных в верхней точке квантования яркости [5].

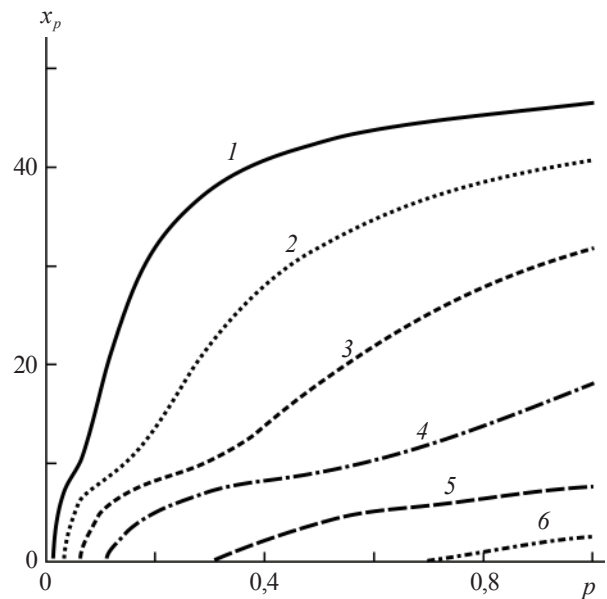


Рис. 2. Зависимости оптимального значения x_p (28) от p при заданных $P_{\text{ПР}}$. 1 – $P_{\text{ПР}} = 0,01$, 2 – $P_{\text{ПР}} = 0,25$, 3 – $P_{\text{ПР}} = 0,05$, 4 – $P_{\text{ПР}} = 0,1$, 5 – $P_{\text{ПР}} = 0,3$, 6 – $P_{\text{ПР}} = 0,7$.

Таким образом, разработанный алгоритм оценивания центрированных в нуле гауссовских ИП, минимизирующий безусловную вероятность ложной тревоги (22) при фиксированной безусловной вероятности пропуска (23), выглядит следующим образом.

Алгоритм 2.

Шаг 1. На основе заданных $P_{\text{ПР}}, p, N$ и $\sigma^2[h_{i,j}]$ вычисляется пороговая матрица $\mathbf{X}_p$ размером $m \times n$, элементы которой представляют собой значения x_p (28).

Шаг 2. В соответствии с (5) находится матрица $\tilde{\mathbf{H}}$ оценок пространственного положения ИП.

Результаты исследований разработанных алгоритмов

При численных исследованиях разработанных алгоритмов были использованы разнообразные цифровые полутонные изображения с параметрами: $m \times n = 800 \times 600$, $N = 8$. Размер апертуры всех исследуемых алгоритмов выбран минимальным (3×3 элемента). Перед обработкой изображения целенаправленно, в соответствии с выражением (4), подвергались воздействию центрированных в нуле ИП с дисперсией $\sigma^2[h_{i,j}] = 50$ (7). Оценивание качества алгоритмов проводилось в диапазоне интенсивности ИП от $p = 0$ до $p = 1$ (4) с шагом 0,1. Критерием качества служила невязка (6), конкретизированная для ошибок типа “пропуск помехи” $H_{\text{ПР}}$

$$H_{\text{ПР}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \begin{cases} 1 & \left(\hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j} \right) = 1 \\ 0 & \left(\hat{h}_{i,j} - \tilde{h}_{i,j} \right) \neq 1 \end{cases}, \quad (29)$$

и ошибок типа “ложная тревога” $H_{\text{ЛТ}}$

$$H_{\text{ЛТ}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \begin{cases} 1 & \left(\tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j} \right) = 1 \\ 0 & \left(\tilde{h}_{i,j} - \hat{h}_{i,j} \right) \neq 1 \end{cases}. \quad (30)$$

Выражения (29) и (30) представляют собой отношение числа ошибок к общему числу элементов изображения и характеризуют их относительную частоту.

На рис. 3 и 4 представлены зависимости ошибок соответственно (29) и (30) оценивания центрированных в нуле ИП от их интенсивности p для известной [6] процедуры и разработанного алгоритма 1 при четырех заданных уровнях $P_{\text{ЛТ}}$. Из рис. 3 видно, алгоритм 1 допускает меньше ошибок, особенно с увеличением допустимого уровня ложных тревог.

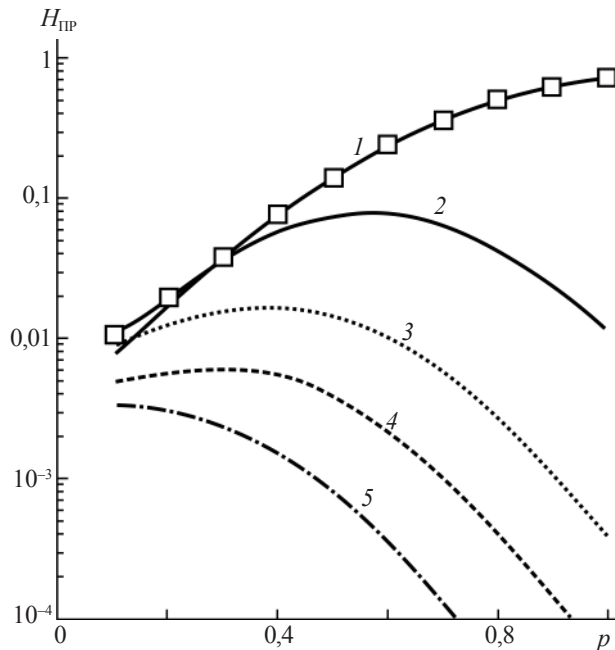


Рис. 3. Зависимости пропуска ИП (29) от их интенсивности p для известной процедуры [6] (кривая 1) и алгоритма 1 при фиксированных $P_{\text{ЛТ}}$. 2 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,01$, 3 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,02$, 4 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,03$, 5 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,04$.

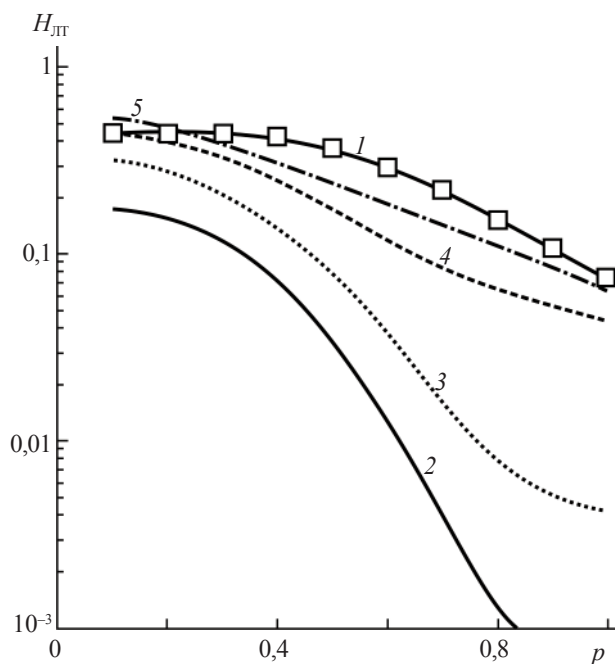


Рис. 4. Зависимости ложного обнаружения ИП (30) от их интенсивности p для известной процедуры [6] (кривая 1) и алгоритма 1 при фиксированных $P_{\text{ЛТ}}$. 2 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,001$, 3 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,01$, 4 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,1$, 5 – $P_{\text{ЛТ}} = 0,2$.

Причем у процедуры [6] зависимость $H_{\text{ПР}}$ является возрастающей, а у алгоритма 1 – экстремальной и убывающей (при высоких $P_{\text{ЛТ}}$). Из рис. 4 следует, что предлагаемый алгоритм 1 в сравнении с известным [6] обладает меньшими ошибками $H_{\text{ЛТ}}$, частота

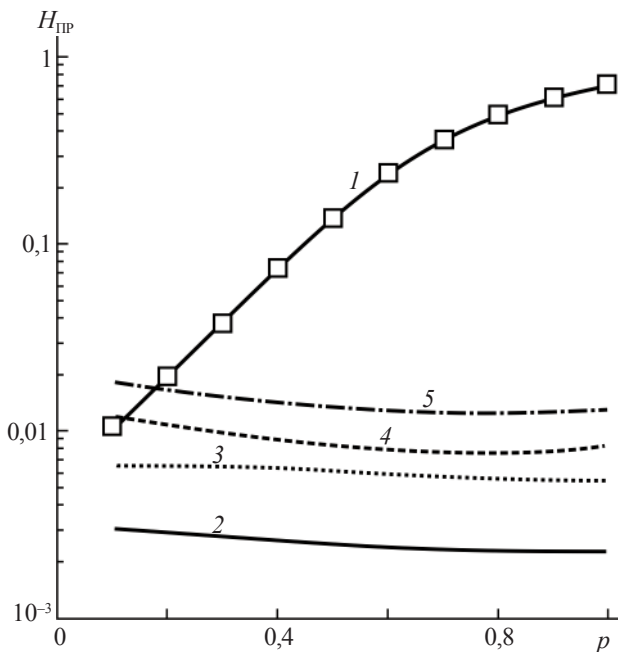


Рис. 5. Зависимости пропуска ИП (29) от их интенсивности p для известной процедуры [6] (кривая 1) и алгоритма 2 при фиксированных P_{IP} . $2 - P_{\text{IP}} = 0,01$, $3 - P_{\text{IP}} = 0,02$, $4 - P_{\text{IP}} = 0,03$, $5 - P_{\text{IP}} = 0,04$.

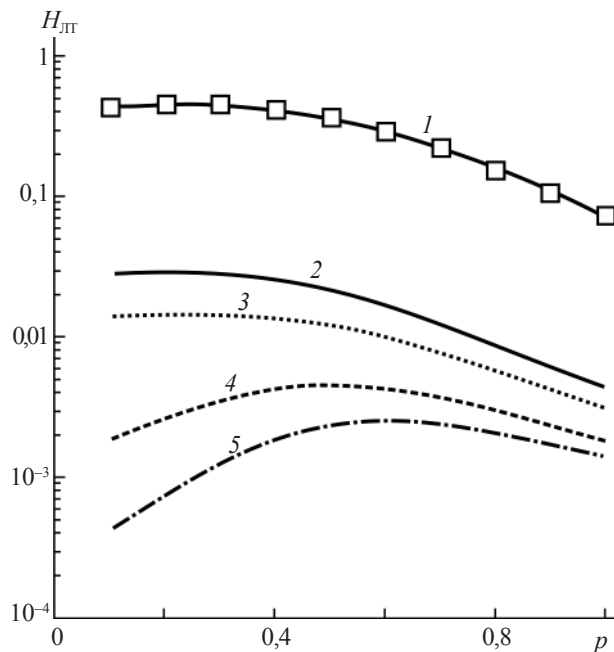


Рис. 6. Зависимости ложного обнаружения ИП (30) от их интенсивности p для известной процедуры [6] (кривая 1) и алгоритма 2 при фиксированных P_{IP} . $2 - P_{\text{IP}} = 0,001$, $3 - P_{\text{IP}} = 0,01$, $4 - P_{\text{IP}} = 0,1$, $5 - P_{\text{IP}} = 0,2$.

которых снижается с уменьшением фиксированного уровня $P_{\text{ЛП}}$.

Сопоставляя рис. 3 и 4 можно отметить, что при заданных ограничениях (17) на уровнях 0,01–0,2 разработанный алгоритм 1 является более качественным, чем процедура [6] при любой интенсивности помех p как по критерию (29) так и по (30).

На рис. 5 и 6 приведены зависимости ошибок соответственно (29) и (30) от интенсивности помех для известной [6] процедуры оценивания ИП и алгоритма 2 при нескольких фиксированных P_{IP} . Из рис. 5 видно, что алгоритм 2 является более эффективным чем [6], особенно при малых допустимых уровнях P_{IP} . Из рис. 6 видно, что алгоритм 2 обла-



Рис. 7. Исходное изображение x_{ij} , содержащее ИП.



Рис. 8. Результат фильтрации $x_{i,j}$ известной медианной процедурой обработки.



Рис. 9. Результат фильтрации $x_{i,j}$ пространственно-избирательной процедурой на основе алгоритма 1.

дает меньшими ошибками $H_{\text{ЛП}}$ по сравнению с [6]; при увеличении допустимого уровня $P_{\text{ПР}}$ частота ошибок разработанного алгоритма снижается.

На рис. 7–9 представлен пример фильтрации ИП на цифровом космическом снимке поверхности Земли (фрагмент центральной части Санкт-Петербурга) с использованием разработанного алгоритма 1. На рис. 7 показано исходное изображение $x_{i,j}$ ($m \times n =$

$= 550 \times 400$, $N = 8$), искаженное ИП с центрированным в нуле и усеченным гауссовским распределением яркости ($\sigma^2[h_{i,j}] = 50$, $p \approx 0,2$), а на рис. 8 – результат его фильтрации известным [1] медианным алгоритмом с размером апертуры 3×3 элемента. На рис. 9 представлено изображение, полученное путем пространственно-избирательной обработки [4, 6] исходного снимка $x_{i,j}$, когда на первом этапе осуществля-

ется процедура оценивания ИП (алгоритм 1, $P_{\text{лт}} = 0,1$), а на втором – коррекция уровней яркости пикселей, содержащих ИП. Из рис. 7–9 видно, что использование предлагаемого алгоритма оценивания ИП позволяет получить более высокое качество фильтрации изображений за счет меньшего искажения контуров объектов и полезных перепадов яркости.

Таким образом, рассмотренные результаты численных исследований (рис. 3–6, 7–9) разработанных алгоритмов оценивания положения центрированных в нуле гауссовских ИП на цифровых изображениях говорят о том, что они являются более эффективными по сравнению с известными.

Заключение

Рассмотренные процедуры обработки цифровых изображений позволяют осуществлять более эффективное оценивание пространственного положения центрированных и усеченных в нуле ИП на изображениях по сравнению с существующими алгоритмами.

Новизна работы заключается в представленных алгоритмах оценивания ИП на изображениях, отличающихся от известных тем, что пороговые параметры решающего правила синтезированы на основе стохастических распределений полезных сигналов изображений, вписывающихся в определенные параметры, а также статистических характеристик помех, подчиняющихся усеченному нижнему гауссовскому распределению яркости.

Разработанные алгоритмы позволят повысить качество непараметрических процедур восстановления искаженных ИП изображений, использующих результат предварительного оценивания положения помех.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант № МК-3603.2007.10.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital image processing. Pearson Education, Inc., Prentice Hall, New Jersey, 2002 / Пер. с англ. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
2. Gonzalez R.C., Woods R.E., Eddins S.L. Digital image processing using MATLAB. Pearson Education, Inc., Prentice Hall, New Jersey, 2004 / Пер. с англ. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006. 616 с.
3. Соифер В.А., Гашиников М.В., Глумов Н.И. и др. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А. Соифера. М.: Физматлит, 2003. 784 с.
4. Самойлин Е.А. Пространственно-избирательная фильтрация изображений // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49. № 12. С. 7–12.
5. Самойлин Е.А. Оптимальные по критерию Неймана–Пирсона алгоритмы оценивания белых гауссовских импульсных помех на изображениях // Оптический журнал. 2009. Т. 76. № 2. С. 13–19.
6. Самойлин Е.А. Алгоритмы оценивания импульсного шума в задачах цифровой фильтрации оптических изображений // Оптический журнал. 2006. Т. 73. № 12. С. 42–46.
7. Ким В., Ярославский Л.П. Ранговые алгоритмы обработки изображений // Адаптивные методы обработки изображений. Сборник научных трудов / Под ред. Сифорова В.И., Ярославского Л.П. М.: Наука, 1988. С. 35–73.
8. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
9. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
10. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers. N. Y.: McGraw-Hill Book Company, 1968. Перевод с англ. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Под ред. Арамановича И.Г. М.: Наука, Гл. ред. физико-математической литературы, 1978. 832 с.