

Оптический журнал

Оптическое приборостроение и метрология
Optical instrument making and metrology

DOI: 10.17586/1023-5086-2023-90-12-96-110

УДК 535.231.16

Зависимость величины сигнала от смещения функции рассеяния точки относительно центра пикселя фоточувствительной матрицы

ИГОРЬ ВСЕВОЛОДОВИЧ ЗНАМЕНСКИЙ

Научно-производственная корпорация «Системы прецизионного приборостроения»,
Москва, Россия

igorznamenskii@yandex.ru <https://orcid.org/0000-0002-0612-1255>

Аннотация

Предмет исследования. Изменение величины сигнала пикселя матрицы при смещении функции рассеяния точки относительно центра пикселя матрицы. **Цель работы.** Определение зависимости величины сигнала от смещения функции рассеяния точки относительно центра пикселя фоточувствительной матрицы для трёх случаев распределения облучённости: функции, описывающей распределение в кружке Эйри, гауссоиды вращения и равномерного распределения. **Метод.** В основу расчёта положен метод разбиения функции рассеяния точки на пикселе матрицы на отдельные области, по которым производятся вычисления сигнала. Смещение функции рассеяния точки на Δx по оси X и на Δy по оси Y берётся в нормированном к радиусу пятна виде. Для создания двумерного графика зависимости сигнала пикселя от смещения функции рассеяния точки по осям X , Y введена ось смещения функции рассеяния точки. Сигнал на входе пикселя представлен в относительных единицах и нормирован к максимальному сигналу, сформированному при отсутствии смещения функции рассеяния точки. **Основные результаты.** Разработан алгоритм расчёта изменения уровня сигнала пикселя матрицы при смещении функции рассеяния точки относительно пикселя матрицы. Построена зависимость нормированного сигнала пикселя матрицы от относительного смещения функции рассеяния точки под углом 45° для вышеуказанных случаев облучённости. При смещении функции рассеяния точки под углом 45° на величину $1,41R$ относительно пикселя сигнал меняется в 4 раза для всех 3-х случаев, а при смещении функции рассеяния точки вдоль одной из осей на величину R сигнал меняется в 2 раза для гауссоиды и цилиндрической функции. **Практическая значимость.** При смещении функции рассеяния точки относительно центра пикселя матрицы происходит падение облучённости матрицы, что при малом отношении сигнал/шум может приводить к срыву сопровождения или увеличению погрешности измерения угловых координат космических объектов. При энергетическом расчёте оптико-электронных систем падение сигнала из-за смещения функции рассеяния точки на половину пикселя позволит определить минимальный сигнал и, следовательно, минимальное отношение сигнал/шум.

Ключевые слова: дифракция, матрица, пикセル, функция Бесселя, функция Гаусса, диск Эйри, функции рассеяния точки

Благодарность: автор благодарит доктора технических наук Тунгушпаева А.Т. за внимательное редактирование, в процессе которого им был высказан ряд замечаний, учтённых при составлении окончательного текста. Автор благодарит рецензентов и редакцию журнала за ценные замечания, которые позволили значительно улучшить статью.

Ссылка для цитирования: Знаменский И.В. Зависимость величины сигнала от смещения функции рассеяния точки относительно центра пикселя фоточувствительной матрицы // Оптический журнал. 2023. Т. 90. № 12. С. 96–110. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-12-96-110>

Коды OCIS: 260.1960, 260.2160.

Dependence of the signal magnitude on displacement of the point spread function relative to the center of the photosensitive matrix pixel

IGOR V. ZNAMENSKIY

Scientific and Production Corporation "Precision Instrumentation Systems", Moscow, Russia
igorznamenskii@yandex.ru <https://orcid.org/0000-0002-0612-1255>

Abstract

The subject of study is the change in the signal value of a matrix pixel, when the point spread function is shifted relative to the center of the matrix pixel. The aim of the work is to determine the dependence of the signal magnitude on the displacement of the point spread function relative to the center of the photosensitive matrix pixel for three cases of irradiance distribution: a function describing the distribution in the Airy circle, a Gaussoid of rotation and a uniform distribution.

Method. The calculation is based on the method of dividing the scattering function of a point on the matrix pixel into separate areas, for which the signal is calculated. The displacement of the point scattering function by Δx along the X axis and by Δy along the Y axis is taken in a form normalized to the radius of the spot. To create a two-dimensional graph of the dependence of the pixel signal on the displacement of the point spread function along the X, Y axes, the displacement axis of the point spread function is introduced. The signal at the pixel input is presented in relative units and normalized to the maximum signal generated in the absence of the shift in the point spread function. The spectral sensitivity of the pixel is constant within the pixel area. **Main results.** An algorithm for calculating the changes in the signal level of the matrix pixel, when the point scattering function shifts relative to the matrix pixel, has been developed. The dependence of the normalized matrix pixel signal on the relative displacement of the point spread function at an angle of 45° has been plotted for the above cases of irradiation. When the point spread function is shifted at an angle of 45° by an amount of $1.41R$ relative to the pixel, the signal changes by 4 times for all 3 cases, and when the point spread function is shifted along one of the axes by an amount R , the signal changes by 2 times for the Gaussian and cylindrical function. **Practical significance.** When the point scattering function shifts relative to the center of the matrix pixel, the irradiance of the matrix decreases, which with a low signal-to-noise ratio can lead to a breakdown in tracking or an increase in the error in measuring the angular coordinates of space objects. In energy calculations of optoelectronic systems the signal drop due to the shift of the point spread function by half a pixel allows to determine the minimum signal and, therefore, the minimum signal-to-noise ratio.

Keywords: diffraction, matrix, pixel, Bessel function, Gaussian function, Airy disk, point spread function

Acknowledgment: the author thanks Tungushpaev A.T., Dr. Sci. (Engineering) for careful editing, during which he made a number of comments that were taken into account when compiling the final text. The author thanks the reviewers and the editorial board of the journal for their valuable comments, which made it possible to significantly improve the article.

For citation: Znamenskiy I.V. Dependence of the signal magnitude on displacement of the point spread function relative to the center of the photosensitive matrix pixel [In Russian] // Opticheskii Zhurnal. 2023. V. 90. № 12. P. 96–110. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-12-96-110>

OCIS codes: 260.1960, 260.2160.

ВВЕДЕНИЕ

В системах наведения и сопровождения космических объектов (КО), астродатчиках широко используются матричные фотоприёмники [1, 2].

Если угловой размер объекта меньше углового размера пикселя, то его оптическое изображение в плоскости матрицы фотоприёмника (ФП) определяется функцией рассеяния точки (ФРТ).

Изображение, сформированное от малоразмерного точечного источника, вписывается в пиксель матрицы, что обеспечивает максимизацию отношения сигнал/шум [1]. При смещении ФРТ относительно центра пикселя матрицы происходит падение сигнала на выходе матрицы, что при малом отношении сигнал/шум может приводить к срыву сопровождения или увеличению погрешности измерения угловых координат КО [2–4]. В работах [5–7] проведён энергетический расчёт оптико-электронных систем (ОЭС), где сигнал вписан в пиксель и не учитывается падение сигнала из-за смещения ФРТ относительно центра пикселя. Результаты данной работы позволяют уточнить минимальный сигнал и минимальное отношение сигнал/шум при энергетическом расчёте ОЭС.

В наземных оптических системах для измерения углового положения наземного объекта используется матрица, у которой кружок рассеяния объектива перекрывает большое число пикселов [8–10], что позволяет измерять угловое положение с малой погрешностью (менее 1 угл. с.). В системах наведения и сопровождения космических объектов важнейшим параметром является отношение сигнал/шум и кружок рассеяния объектива, который, как правило, перекрывает только один пиксель на максимальной дальности цели при низком отношении сигнал/шум. Поэтому становится актуальным определение величины сигнала от смещения ФРТ. Погрешность измерения углового положения объекта определяется датчиком углового положения оси опорно-поворотного устройства, а более точное измерение достигается по угловым положениям звёзд.

При оценке сигнала, облучающего пиксель матрицы, необходимо учитывать распределение облучённости по площади ФРТ. Для качественного объектива распределение облучённости в ФРТ в фокальной плоскости описывается квадратом отношения функции Бесселя перво-

го порядка от некоторого аргумента, делённой на этот аргумент [11, 12]. Этот случай является чисто теоретическим, так как при этом рассматривается только одна длина волны.

Теоретически диаметром кружка рассеяния принято считать диаметр центрального, яркого пятна в дифракционной картине изображения точки (диск Эйри) [11, 12]. В настоящей работе рассмотрен случай, когда ФРТ, сформированная от точечного источника, вписана в квадратный пиксель матрицы и учитывается только дифракция.

Например, для матрицы FPA-640x512-TE2 InGaAs Imager (0,9–1,7 мкм) [13] с размером пикселя 25×25 мкм² для длины волны 1,7 мкм при диаметре объектива 0,1 м и заднем фокусном расстоянии 0,6029 м ФРТ будет вписана в пиксель матрицы (при расчёте с использованием функции Бесселя). Для видимого диапазона (0,4–0,77 мкм) при работе в ночное время суток, когда используется солнечная подсветка КО, а приём сигнала осуществляется на поверхности Земли, применяются высокочувствительные матрицы, например, фирмы Gpixel [14, 15], GSENSE4040, GSENSE6060 с размером пикселя 9×9 мкм² и 10×10 мкм², соответственно. В качестве примера для матрицы GSENSE6060 при длине волны 0,77 мкм и диаметре объектива 0,5 м и заднем фокусном расстоянии 2,662 м ФРТ будет вписана в пиксель матрицы (при расчёте с использованием функции Бесселя).

В реальных условиях при приёме спектра сигналов от точечного источника часто используется гауссова аппроксимация распределения облучённости ФРТ в фокальной плоскости объектива [4, 8, 9, 11, 16, 18].

Аппроксимация равномерной облучённостью в фокальной плоскости объектива используется для оптических систем с пониженным разрешением или для расфокусированных систем [4, 11]. Выше указанные распределения являются модельными представлениями распределения в кружке пятна фокусировки излучения, которые широко используются в расчётах другими авторами [4, 8, 9, 11, 16, 18].

В [4, 11] рассмотрены два случая аппроксимации ФРТ: гаусса вращения и равномерное распределение облучённости, но при этом смещение ФРТ не рассматривается. В работе [11] утверждается, что использование гаусса вращения является универсальным способом описания пространственно-частотных

свойств оптико-электронных приборов. Также в работе [11] утверждается (для равномерного распределения облучённости), что функция рассеяния пригодна для несфокусированной идеальной оптической системы, когда наблюдения проводятся в плоскости, смещённой относительно плоскости наибольшей резкости.

Оптимизации соотношения между радиусом ФРТ и размером пикселя матрицы, обеспечивающей максимальную точность оценки координат центров изображений малоразмерных объектов, посвящён целый ряд работ [8, 9, 16, 20].

В работе [8] показано, что различные алгоритмы обладают не просто различной точностью, но и минимум среднеквадратичного отклонения (СКО) для них достигается при различном размере элемента разложения. В работе [9, 10, 17] исследована методическая погрешность, зависящая от положения изображения звезды относительно растровой структуры ПЗС-матрицы. В работе [18, 19] используется гауссоида, а сбор сигнала осуществляется с помощью адаптивного выделяющего фильтра. В ФРТ попадало 83,78% энергии точечного объекта аналогично, как в данной статье.

В работе [21] рассмотрен метод определения центра пятна рассеяния в присутствии aberrаций.

В данной работе не рассматривается определение оптимального ФРТ относительно размера пикселя, так как он меняется в зависимости от выбранного критерия.

Целью данной работы является определение зависимости величины сигнала от смещения функции рассеяния точки относительно центра пикселя фоточувствительной матрицы для трёх случаев распределения облучённости: функции, описывающей распределение в кружке Эйри, гауссоиды вращения и равномерного распределения.

При смещении ФРТ изменяется мощность облучения пикселя (P_s), которая вычисляется в данной работе для трёх случаев распределения облучённости: описывается распределением в кружке Эйри, гауссоиды вращения и равномерного распределения (цилиндр). Мощность сигнала зависит от распределения облучённости и площади облучения

$$P_s = \int_S E dS,$$

где E — облучённость пикселя по площади S .

На выходе потенциальной ямы КМОП-матрицы регистрируется число электронов (N_s), определяемое выражением

$$N_s = P_s \tau_{ac} \varepsilon / (h c / \lambda_0),$$

где τ_{ac} — время накопления, ε — квантовая эффективность, h — постоянная Планка, c — скорость света, λ_0 — средняя длина волны облучения, $\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$, λ_1 и λ_2 — минимальная и максимальная длина волны облучения пикселя.

Следовательно, число зарегистрированных электронов пропорционально облучённости, попадающей на область площади пикселя матрицы.

Облучённость пикселя представлена в относительных единицах. Сигнал нормирован к максимальному сигналу, сформированному при отсутствии смещения ФРТ. Спектральная чувствительность пикселя постоянна в пределах площади пикселя.

Рассмотрен частный случай, когда $\Delta x = \Delta y$, то есть смещение ФРТ относительно пикселя осуществляется под углом 45° . Максимальное смещение ФРТ по каждой оси равно $\Delta x = \Delta y = R$. В этом случае на рассматриваемый пиксель попадает четвертая часть от исходной энергии.

Также рассмотрено смещение ФРТ по оси Y при отсутствии смещения по оси X и наоборот.

Особенностью данного метода расчёта заключается в том, что при расчёте не нужно учитывать ненулевые зазоры между пикселями, так как вычисления проводятся от центра ФРТ при смещении пикселя.

В исходном состоянии ФРТ вписана в квадратный пиксель матрицы. Между пикселями матрицы имеется вертикальный зазор $2h$ и горизонтальный зазор $2h$ (рис. 1). При вычислениях эти зазоры не учитываются.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ОБЛАСТЕЙ ПИКСЕЛА МАТРИЦЫ

Началом оси смещения ФРТ относительно матрицы является точка 0 (рис. 1). При смещении кружка рассеяния относительно пикселя матрицы на величину $\Delta x > 0$ по оси X и на $\Delta y > 0$ по оси Y ФРТ разбивается на четыре основные области матрицы: $S_1, S_2, S_3, S_4 = S_{41} + S_{42}$ (рис. 1).

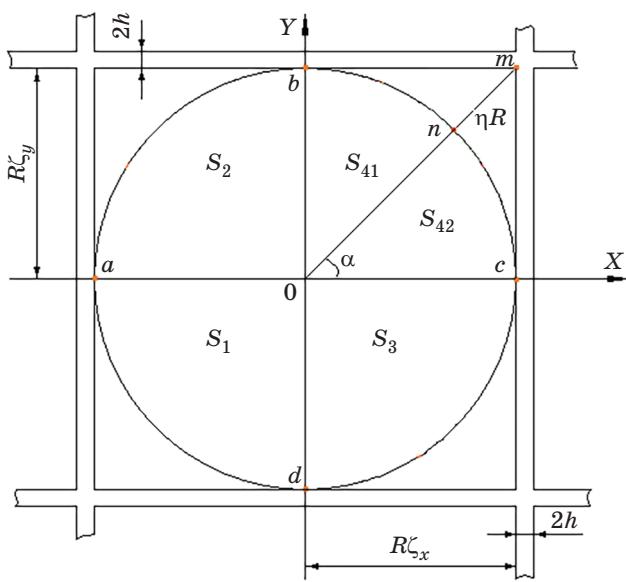


Рис. 1. Исходное положение функции рассеяния точки относительно пикселя матрицы при $\zeta_x = \zeta_y = 1$

Fig. 1. The initial position of the point spread function relative to the pixel of the matrix at $\zeta_x = \zeta_y = 1$

Вычислим уровень сигнала пикселя матрицы в зависимости от величины смещения Δx и Δy по осям X и Y , соответственно.

Здесь ζ_x, ζ_y — относительное смещение ФРТ по осям X и Y , соответственно:

$$\zeta_x = 1 - \Delta x/R, \zeta_y = 1 - \Delta y/R.$$

На рис. 1 показано разделение областей ФРТ на 4-е основные области без смещения ФРТ.

Если ФРТ перемещается под углом $\pi/4$ относительно матрицы (рис. 2), тогда $\zeta_x = \zeta_y$, где прямая $0q = \eta R$ — ось смещения ФРТ.

Каждая из 4-х областей кроме 1-й разделены на две области (рис. 2). Такое разделение необходимо для определения пределов интегрирования.

Обозначим

$$\eta = (\zeta_x^2 + \zeta_y^2)^{0.5}, \quad (1)$$

где $0 \leq \eta \leq 1,414$, $0 \leq \zeta_x \leq 1$, $0 \leq \zeta_y \leq 1$.

Выражение (1) можно записать $\eta = \zeta_y / \sin \alpha$ при $\pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2$, $\eta = \zeta_x / \cos \alpha$ при $0 \leq \alpha \leq \pi/4$, где α — угол смещения ФРТ (рис. 1).

При $\alpha = \pi/4$, $\zeta_x = \zeta_y$, $\eta = 1,414 \zeta_x = 1,414 \zeta_y$. (2)

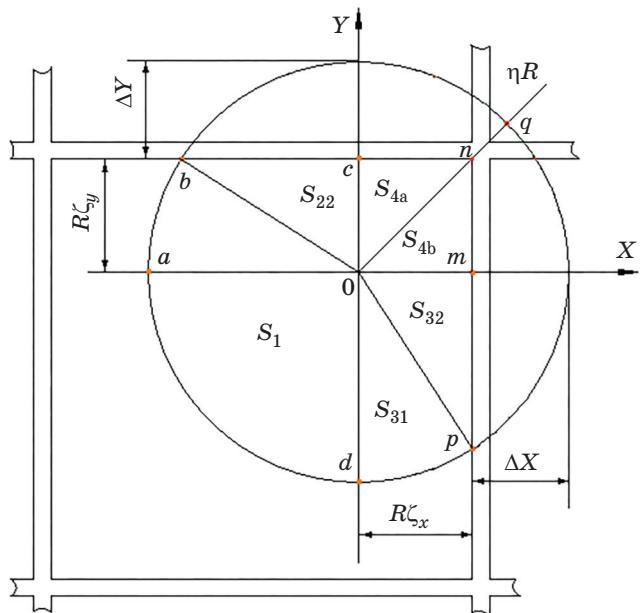


Рис. 2. Функция рассеяния точки смещена под углом $\pi/4$ относительно пикселя при $\eta < 1$

Fig. 2. The point spread function is shifted at an angle of $\pi/4$ relative to the pixel for $\eta < 1$

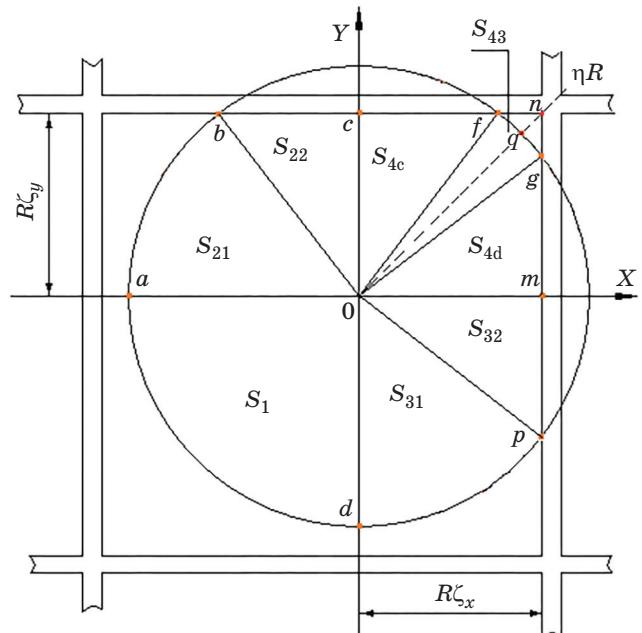


Рис. 3. Функция рассеяния точки смещена под углом $\pi/4$ относительно пикселя при $\eta > 1$

Fig. 3. The point spread function is shifted at an angle of $\pi/4$ relative to the pixel for $\eta > 1$

При $1 < \eta \leq 1,414$ изменяются области интегрирования. Область интегрирования S_{4a} превращается в S_{4c} , а S_{4b} — в S_{4d} . При этом $S_{4c} = S_{4d}$ и добавляется область S_{43} (рис. 3).

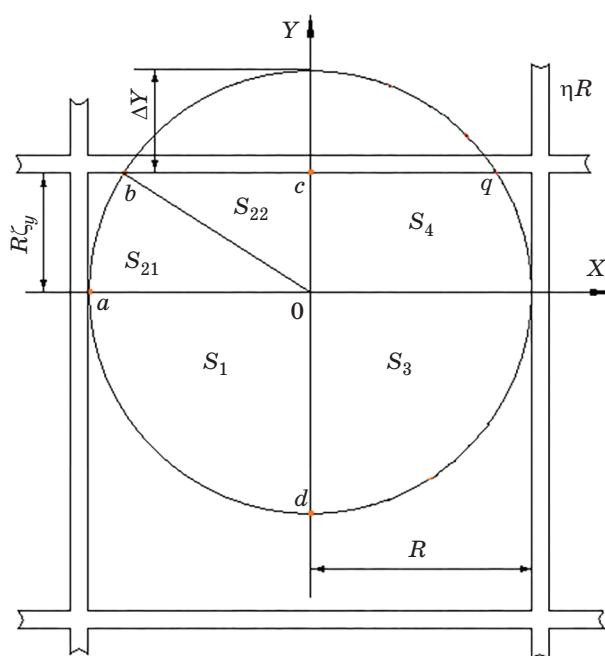


Рис. 4. Смещение функции рассеяния точки вдоль оси Y (под углом $\alpha = 90^\circ$) при отсутствии смещения по оси X

Fig. 4. Displacement of the point spread function along the Y axis (at an angle $\alpha = 90^\circ$) in the absence of an offset along the X axis

На рис. 4 показано смещение ФРТ вдоль оси Y при отсутствии смещения по оси X , поэтому $\eta = \zeta_y$, т.е. ηR соответствует прямой $0c$. Сигнал с площади $S_1 = S_3$ не меняется в диапазоне смещения ФРТ. Площадь $S_2 = S_4 = S_{21} + S_{22}$, поэтому достаточно вычислить сигнал с площадей S_1 и S_{21}, S_{22} .

При смещении ФРТ вдоль оси X (под углом $\alpha = 0^\circ$) и отсутствие смещения по оси Y сигнал с площади $S_1 = S_2$ не меняется в диапазоне смещения ФРТ (рис. 1). Изменяется сигнал с площади $S_3 = S_4 = S_{41} + S_{42}$, поэтому достаточно вычислить сигнал с площадей S_1 и S_{41}, S_{42} .

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛУЧЁННОСТИ В ФРТ ОПИСЫВАЕТСЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ В КРУЖКЕ ЭЙРИ

Это распределение облучённости является чисто теоретическим случаем, так как в реальности КО рассеивает солнечный свет, который принимается в спектральной полосе приёмника ОЭС.

ФРТ при отсутствии аберраций можно записать в полярных координатах в виде [11, 12]

$$G(\rho, \theta) = \left[2J_1\{\pi D\rho / (\lambda f_c)\} / \{\pi D\rho / (\lambda f_c)\} \right]^2, \quad (3)$$

где λ — длина волны принимаемого излучения, f_c — заднее фокусное расстояние приёмного объектива, D — диаметр объектива, ρ — полярный радиус, $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $x = \rho \sin \theta$, $y = \rho \cos \theta$, $J_1(x)$ — функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка.

Выражение (3), но в первой степени, в литературе [11, 12, 23] обозначается как $Bessinc(2\chi_0\rho)$, где χ_0 — пространственная частота, $2\chi_0 = D/(\lambda f_c)$ и обозначим $z = \pi D\rho / (\lambda f_c)$.

Радиус центрального кружка $R = \rho_{01} = 3,8317\lambda f_c / (\pi D)$. Ограничимся центральным кружком. В центральном кружке сосредоточено 83,8% энергии сигнала [12].

Используя формулы приведения бесселевых функций [11, 12, 23], получим соотношение (4)

$$2 \int_0^z [J_1^2(z) / z] dz = [1 - J_0^2(z) - J_1^2(z)]. \quad (4)$$

Теперь можно вычислить суммарную нормированную функцию облучённости [11]

$$F_{\text{norm}} = F(\rho) / F(\infty) = [1 - J_0^2(z) - J_1^2(z)],$$

где $J_0(z)$ — функции Бесселя 1-го рода 0-го порядка при $z \neq 0$, $J_1(z)$ — функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка при $z \neq 0$.

Функция F_{norm} показывает распределение энергии в дифракционной картине при суммировании энергии колец.

Для удобства оценки облучённости пикселя введём нормирующий коэффициент A_B

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_B \left[\frac{2J_1\left(2\pi\chi_0\sqrt{x^2 + y^2}\right)}{2\pi\chi_0\sqrt{x^2 + y^2}} \right]^2 dx dy = 1,$$

$$A_B = \pi\chi_0^2.$$

Запишем общее выражение интеграла B_J в полярных координатах

$$B_J = A_B \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_1}^{\rho_2} [2J_1(2\pi\chi_0\rho) / (2\pi\chi_0\rho)]^2 \rho d\rho. \quad (5)$$

Выражение (5) для B_j используется для любой области ФРТ, различаются только пределы интегрирования.

Обозначим

$$\begin{aligned} z &= 2\pi\chi_0\rho, d\rho = dz/(2\pi\chi_0), \\ z_1 &= 0, z_2 = 2\pi\chi_0\rho_0 = 2,709\eta. \end{aligned} \quad (6)$$

Преобразовав подинтегральное выражение (5), получим

$$B_j = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{z_1}^{z_2} [J_1^2(z)/z] dz. \quad (7)$$

Вычислим сигнал B_1 , сформированный областью S_1 пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования, образуемой прямыми $a0, d0$ и нижней дугой ad (рис. 2).

Пределы интегрирования для площади S_1 равны

$$\Theta_1 = \pi, \Theta_2 = 3\pi/2, \rho_1 = 0, \rho_2 = \rho_0. \quad (8)$$

Так как $z_1 = 0, z_2 = z$ и с учётом выражения (2)

$$B_1 = [1 - J_0^2(z) - J_1^2(z)]/4.$$

Для $z = z_0 = 3,8317, J_1^2(z) = 0, J_0^2(z) = 0,1622, B_1 = 0,20945$.

Интеграл с областью интегрирования S_2 разбивается на две области интегрирования S_{21} и S_{22} .

Вычислим сигнал B_{21} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{21} , ограниченной прямыми $b0, a0$ и дугой ab (рис. 2). Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (7), но с другими пределами интегрирования [22]

$$\Theta_3 = \pi - \arcsin\zeta_y, \Theta_4 = \pi, \rho_1 = 0, \rho_2 = \rho_0, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} B_{21} &= [1 - J_0^2(z_{01}) - J_1^2(z_{01})] \times \\ &\quad \times \arcsin(\eta/1,414)/(2\pi), \end{aligned}$$

где $0 \leq \eta \leq 1,414$.

Вычислим сигнал B_{22} , согласно (7), сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{22} (рис. 2), ограниченной прямыми $b0, bc, c0$.

Пределы интегрирования имеют вид

$$\begin{aligned} \Theta_5 &= \pi/2, \Theta_6 = \pi - \arcsin\zeta_y, \\ \rho_3 &= 0, \rho_4 = \rho_0 \zeta_y / \sin\Theta. \end{aligned} \quad (10)$$

С учётом того, что $2\pi\chi_0\rho_0\zeta_y = 3,8317\zeta_y$, вычислим B_{22} [22]

$$B_{22} = 0,25 - [\arcsin\zeta_y - J_{B2}]/(2\pi),$$

где

$$\begin{aligned} J_{B2} &= \int_{\theta_5}^{\theta_6} [J_0^2(3,8317\zeta_y / \sin\theta) + \\ &\quad + J_1^2(3,8317\zeta_y / \sin\theta)] d\theta. \end{aligned}$$

Вычислим $B_2 = B_{21} + B_{22}$, учитывая (2),

$$\begin{aligned} B_2 &= 0,25 - \arcsin(\eta/1,414) \times \\ &\quad \times [J_0^2(2,709\eta) + J_1^2(2,709\eta)]/(2\pi) - J_{B2}/(2\pi). \end{aligned}$$

Интеграл с областью интегрирования S_3 разбивается на две области интегрирования S_{31} и S_{32} .

Сигнал B_{31} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{31} (рис. 2), ограниченной прямыми $d0, p0$ и дугой dp , равен B_{21} , так как $S_{31} = S_{21}$.

Сигнал B_{32} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{32} (рис. 2), ограниченной прямыми $m0, p0$ и mp , равен B_{22} , так как $S_{32} = S_{22}$.

В результате

$$B_3 = B_{31} + B_{32} = B_2. \quad (11)$$

Вычислим сигнал B_{4a} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{4a} (рис. 2), ограниченной прямыми $c0, cn, n0$, при $0 \leq \eta \leq 1$.

Исходное выражение соответствует соотношению (7). Пределы интегрирования для площади S_{4a} равны

$$\begin{aligned} \Theta_7 &= \pi/4, \Theta_8 = \pi/2, \rho_3 = 0, \\ \rho_4 &= \rho_0 \zeta_y / \sin\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Делаем замену переменных в выражении (7), пределы интегрирования имеют вид

$$\begin{aligned} z &= 2\pi\chi_0\rho, d\rho = dz/(2\pi\chi_0), \\ z_1 &= 0, z_2 = 2\pi\chi_0\rho_0\zeta_y/\sin\theta. \end{aligned} \quad (13)$$

С учётом выражения (2) имеем [22]

$$B_{4a} = 0,125 - J_{B41}/(2\pi),$$

где $0 \leq \eta \leq 1$,

$$\begin{aligned} J_{B41} = \int_{\Theta_7}^{\Theta_8} &[J_0^2(2,709\eta/\sin\theta) + \\ &+ J_1^2(2,709\eta/\sin\theta)]d\theta, \end{aligned}$$

при $\Theta_7 = \pi/4$, $\Theta_8 = \pi/2$.

Сигнал B_{4b} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{4b} (рис. 2), ограниченной прямыми $n0$, nm , $m0$ при $0 \leq \eta \leq 1$, равна B_{4a} , так как $S_{4b} = S_{4a}$.

В результате

$$B_4 = B_{4a} + B_{4b} = 0,25 - J_{B41}/\pi,$$

при $0 \leq \eta \leq 1$.

Вычислим сигнал B_{4c} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{4c} , ограниченной прямыми $c0$, cf , $f0$ (рис. 3) при $1 < \eta \leq 1,414$.

Для исходного выражения (7) пределы интегрирования для площади S_{4c} (рис. 3) равны

$$\begin{aligned} \Theta_9 &= \arcsin\zeta_y, \Theta_{10} = \pi/2, \\ \rho_3 &= 0, \rho_4 = \rho_0\zeta_y/\sin\theta. \end{aligned} \quad (14)$$

Делаем в (7) замену переменных согласно (14). Вычислив интеграл (7), получим [22]

$$B_{4c} = 0,25 - [\arcsin(\eta/1,414) + J_{B4c}]/(2\pi),$$

где

$$\begin{aligned} J_{B4c} = \int_{\Theta_9}^{\Theta_{10}} &[J_0^2(2,709\eta/\sin\theta) + \\ &+ J_1^2(2,709\eta/\sin\theta)]d\theta, \end{aligned}$$

$$\Theta_9 = \arcsin(\eta/1,414), \Theta_{10} = \pi/2,$$

при $1 < \eta \leq 1,414$.

Сигнал B_{4d} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{4d} , ограниченной прямыми $g0$, gm , $m0$ (рис. 3), при $1 < \eta \leq 1,414$, равен B_{4c} , так как $S_{4d} = S_{4c}$

В результате

$$B_{42} = B_{4c} + B_{4d} = 2B_{4c},$$

$$B_{42} = 0,5 - [\arcsin(\eta/1,414) + J_{B4c}]/\pi$$

при $1 < \eta \leq 1,414$.

Вычислим сигнал B_{43} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{43} (рис. 5), ограниченной прямыми $f0$, $g0$ и дугой gf , при $1 < \eta \leq 1,414$.

Для исходного выражения (7) делаем замену переменных согласно (6). Пределы интегрирования для площади S_{43} равны

$$\begin{aligned} \Theta_{11} &= \arccos(\eta/1,414), \\ \Theta_{12} &= \arcsin(\eta/1,414), \rho_1 = 0, \rho_2 = \rho_0. \end{aligned} \quad (15)$$

Вычислив интеграл (7), получим [22]

$$B_{43} = 0,25 - [2\arccos(\eta/1,414) + J_{B43}]/(2\pi)$$

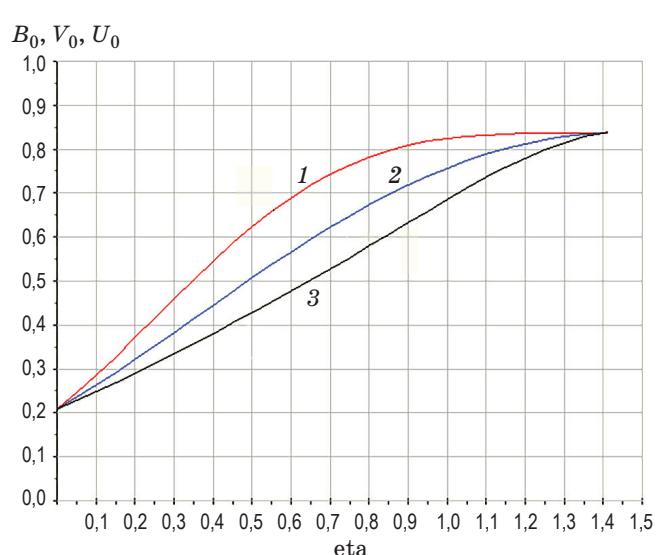


Рис. 5. Зависимость сигнала пикселя от относительного смещения функции рассеяния точки η (при $\alpha = 45^\circ$), где 1 – B_0 , 2 – V_0 , 3 – U_0

Fig. 5. Dependence of the pixel signal on the relative displacement of the point spread function η (at $\alpha = 45^\circ$), where 1 – B_0 , 2 – V_0 , 3 – U_0

при $1 < \eta \leq 1,414$, где

$$J_{B_{43}} = \int_{\theta_{11}}^{\theta_{12}} [J_0^2(2,709\eta) + J_1^2(2,709\eta)] d\theta,$$

$$B_{43} = 0 \text{ при } 0 \leq \eta \leq 1.$$

В результате сигнал B_4 равен

$$B_4 = B_{42} + B_{43}.$$

Суммарный сигнал, как функция от η , находится в виде

$$B_0 = B_1 + B_2 + B_3 + B_4.$$

ОБЛУЧЁННОСТЬ В ФРТ РАСПРЕДЕЛЕНА ПО ЗАКОНУ ГАУССА

На практике используется аппроксимация облучённости в ФРТ гауссоидой вращения. Распределение облучённости в ФРТ задаётся формулой [4]

$$g(x, y) = A_G \exp(-(x^2 + y^2)/c^2).$$

Константа c определяется из соотношения [1]

$$c^2 = R^2/\ln[1/(1-p)], \text{ и } c^2 = 2\sigma^2,$$

где σ — среднеквадратическое отклонение (параметр гауссоиды), p — уровень мощности, сосредоточенной во всем кружке рассеяния с окружностью радиусом R .

$$p = 1 - \exp(-R^2/c^2).$$

Принимаем $p = 0,838$ от всей принятой мощности, тогда p соответствует нормированной мощности центрального кружка при распределении облучённости в ФРТ в виде функции Бесселя.

Обозначим

$$k = R/c. \quad (16)$$

Константа A_G выбирается из условия нормировки [4]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_G \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{c^2}\right) dx dy = 1,$$

где $A_G = 1/(\pi c^2)$.

Пространственное распределение облучённости представляет собой симметричную гауссоиду. В исходном состоянии ФРТ вписана в пиксел матрицы (рис. 1). При смещении кружка относительно центра пикселя матрицы на величину $\Delta x > 0$ по оси X и на $\Delta y > 0$ по оси Y ФРТ разбивается на четыре области пикселя матрицы.

Вычислим сигнал пикселя матрицы в зависимости от величин смещения Δx и Δy по осям X и Y соответственно.

Вычислим сигнал V_1 , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_1 . Запишем выражение интеграла J в полярных координатах

$$J = A_G \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_1}^{\rho_2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{c^2}\right) \rho d\rho. \quad (17)$$

Выражение (17) используем для любой области ФРТ, различаются только пределы интегрирования.

При вычислении сигнала, сформированного областью S_1 пикселя матрицы, пределы интегрирования в выражении (17) соответствуют (8).

Делаем замену переменных во внешнем интеграле

$$u = \exp(-\rho^2/c^2), \quad (18)$$

$$-c^2 du/2 = \exp(-\rho^2/c^2) \rho d\rho.$$

Пределы интегрирования с учётом (16)

$$u_1 = 1, u_2 = \exp(-k^2). \quad (19)$$

Тогда

$$V_1 = \frac{A_G c^2}{2} * \int_{\pi}^{3\pi/2} d\theta [1 - \exp(-k^2)].$$

Окончательно получим

$$V_1 = A_G c^2 \pi p / 4 = 0,2095.$$

Уровень сигнала V_1 не зависит от смещения пятна по оси X и оси Y , если $0 \leq \Delta x \leq R$ и $0 \leq \Delta y \leq R$.

Интеграл по области S_2 разбивается на два интеграла: первый находится аналитически, а второй берётся численным методом.

Вычислим сигнал V_{21} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{21} . Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (17). Пределы интегрирования соответствуют выражению (9).

В выражении (17) во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (18), тогда пределы интегрирования соответствуют выражению (19), и после взятия внешнего интеграла V_{21} имеет вид [22]

$$V_{21} = \frac{Ac^2}{2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} d\theta \left[1 - \exp(-k^2) \right].$$

Или $V_{21} = p \arcsin \zeta_y / (2\pi)$, где $0 \leq \zeta_y \leq 1$, $0 \leq \eta \leq 1,414$.

Вычислим сигнал V_{22} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{22} .

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (17). Пределы интегрирования соответствуют выражению (10).

В выражении (17) во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (18), тогда пределы интегрирования с учётом (16) равны

$$u_1 = 1, u_2 = \exp[-(k\zeta_y)^2 / (\sin^2 \theta)]. \quad (20)$$

После преобразования выражение для V_{22} имеет вид [22]

$$V_{22} = \frac{1}{2\pi} \left[\arccos \zeta_y - \int_{\theta_5}^{\theta_6} \exp \left\{ -k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta \right\} d\theta \right],$$

где $\Theta_5 = \pi/2$, $\Theta_6 = \pi - \arcsin(\eta/1,414)$.

В результате $V_2 = V_{21} + V_{22}$ или

$$V_2 = [\arccos(\eta/1,414) + \\ + p \arcsin(\eta/1,414) - J_{V2}] / (2\pi),$$

$$J_{V2} = \int_{\theta_5}^{\theta_6} \exp \left\{ -k^2 \eta^2 / (2 \sin^2 \theta) \right\} d\theta.$$

Интеграл J_{V2} берётся численным методом.

Область интегрирования S_3 равна S_2 (рис. 2), поэтому $V_3 = V_2$.

Область интегрирования S_4 разбивается на две площади интегрирования S_{4a} и S_{4b} при $0 \leq \eta \leq 1$ (рис. 2). Оба интеграла берутся численным методом.

Вычислим сигнал V_{4a} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{4a} (рис. 2).

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (17). Пределы интегрирования соответствуют выражению (12), где $R = \rho_{01}$.

Делаем замену переменных согласно выражению (18), тогда пределы интегрирования внешнего интеграла соответствуют выражению (20).

После преобразования выражение для V_{4a} имеет вид

$$V_{4a} = \frac{Ac^2}{2} \int_{\theta_7}^{\theta_8} d\theta \left\langle 1 - \exp \left[-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta \right] \right\rangle.$$

Вычислив интеграл, выражение V_{4a} принимает вид [18]

$$V_{4a} = 0,125 - J_{V4a} / (2\pi) \text{ при } 0 \leq \eta \leq 1,$$

$$J_{V4a} = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \exp \left\{ -k^2 \eta^2 / (2 \sin^2 \theta) \right\} d\theta.$$

Так как $S_{4b} = S_{4a}$, тогда используя сумму выражений V_{4a} и V_{4b} , вычислим V_4 с учётом, что $V_{4b} = V_{4a}$.

$$V_4 = 0,25 - J_{V4a} / \pi \text{ при } 0 \leq \eta \leq 1.$$

$$V_4 = 0 \text{ при } \eta = 0.$$

При $1 < \eta \leq 1,414$ образуется область S_{43} (рис. 3).

Вычислим сигнал V_{43} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{43} (рис. 3).

Вычислим V_{43} при $1 < \eta \leq 1,414$, а при $0 \leq \eta \leq 1$ $V_{43} = 0$.

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (17). Пределы интегрирования соответствуют выражению (15), где $R = \rho_{01}$.

Делаем замену переменных согласно выражению (18), тогда пределы интегрирования внешнего интеграла соответствуют (19).

После преобразования выражение V_{43} имеет вид с учётом (2) [22]

$$V_{43} = p[\arcsin(\eta/1,414) - \pi/4]/\pi,$$

при $1 < \eta \leq 1,414$.

Вычислим сигнал V_{4c} , сформированный областью пикселя матрицы, соответствующей площади интегрирования S_{4c} (рис. 3), при $1 < \eta \leq 1,414$.

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (17). Пределы интегрирования соответствуют выражению (14), где $R = \rho_{01}$.

Во внешнем интеграле делаем замену переменных согласно выражению (20).

После преобразования с учётом (16) выражение для V_{4c} имеет вид:

$$V_{4c} = \frac{A_G c^2}{2} \int_{\theta_9}^{\theta_{10}} d\theta \left\langle 1 - \exp \left[-k^2 \zeta_y^2 / \sin^2 \theta \right] \right\rangle.$$

С учётом (2) получим [22]:

$$V_{4c} = 0,25 - [\arcsin(\eta/1,414) + J_{V4c}] / (2\pi),$$

$$J_{V4c} = \int_{\theta_9}^{\theta_{10}} \exp \left\{ -k^2 \eta^2 / (2 \sin^2 \theta) \right\} d\theta,$$

при $\Theta_9 = \arcsin \zeta_y$, $\Theta_{10} = \pi/2$.

Так как $S_{4d} = S_{4c}$, используя сумму выражений V_{4c} и V_{4d} , вычислим сигнал V_{41} при $1 < \eta \leq 1,414$ с учётом, что $V_{4d} = V_{4c}$:

$$V_{41} = V_{4c} + V_{4d} = 2V_{4c}.$$

$$V_{41} = 0,5 - [\arcsin(\eta/1,414) + J_{V4c}] / \pi,$$

при $\Theta_9 = \arcsin \zeta_y$, $\Theta_{10} = \pi/2$, $1 < \eta \leq 1,414$.

Используя сумму выражений V_{41} и V_{43} , вычислим V_4 при $1 < \eta \leq 1,414$

$$V_4 = V_{41} + V_{43}.$$

Окончательно получим зависимость V_4 от η [22]

$$V_4 = 0,25 - J_{V4a} / \pi \text{ при } 0 \leq \eta \leq 1;$$

$$V_4 = 0,5 - [J_{V4c} + (1-p)\arcsin(\eta/1,414)] / \pi - p/4, \text{ при } 1 < \eta \leq 1,414.$$

Вычислим сумму сигналов пикселя от областей, входящих в V_0 , который является функцией от η

$$V_0 = V_1 + 2V_2 + V_4.$$

ОБЛУЧЁННОСТЬ В ФРТ РАСПРЕДЕЛЕНА РАВНОМЕРНО

Распределение облучённости на пикселе матрицы задаётся выражением [4]

$$G(x, y) = A \text{ при } z = (x^2 + y^2)^{0,5} \leq R;$$

$$G(x, y) = 0 \text{ при } z > R.$$

ФРТ аппроксимируется цилиндром.

Константа A выбирается из условия нормировки [4]. Коэффициент p введён, чтобы мощность в ФРТ при равномерной облучённости соответствовала мощности в кружке, рассмотренной в предыдущих разделах

$$A = p/(\pi R^2),$$

где R — радиус пятна, x, y — координаты точки изображения.

На рис. 1 представлено исходное положение ФРТ относительно пикселя матрицы, когда $\eta = 1,4142$.

Вычислим сигнал пикселя матрицы в зависимости от величин смещения ФРТ на Δx и Δy по осям X и Y соответственно.

На рис. 2 показано смещение ФРТ относительно пикселя под углом $\pi/4$, здесь $\eta < 1$, где ζ_x, ζ_y — относительное смещение ФРТ по осям X и Y и соответствует выражению (2).

Вычислим сигнал, сформированный областью S_1 пикселя матрицы (рис. 2). Запишем выражение интеграла J_0 в полярных координатах

$$J_0 = A \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho d\rho. \quad (21)$$

Выражение (21) используем для любой области ФРТ, различаются только пределы интегрирования. Пределы интегрирования для площади S_1 соответствуют (8), где $R = \rho_{01}$.

Тогда сигнал от площади S_1 равен

$$U_1 = \frac{AR^2}{2} \int_{\pi}^{3\pi/2} d\theta = 0,2095.$$

Уровень сигнала U_1 не зависит от смещения пятна по оси X и оси Y , если $0 \leq \Delta x \leq R$ и $0 \leq \Delta y \leq R$.

Интеграл U_2 разбивается на два интеграла согласно площадям S_{21} и S_{22} .

Вычислим сигнал U_{21} , сформированный областью S_{21} пикселя матрицы (рис. 2) [22]. Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (21). Пределы интегрирования соответствуют (9), где $R = \rho_{01}$.

$$U_{21} = \frac{AR^2}{2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} d\theta = \frac{p}{2\pi} \arcsin \zeta_y,$$

где $0 \leq \zeta_y \leq 1$.

Вычислим сигнал U_{22} , сформированный областью S_{22} пикселя матрицы (рис. 2).

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (21). Пределы интегрирования соответствуют (10), где $R = \rho_{01}$. Вычислив внешний интеграл, определим U_{22} [22]

$$U_{22} = \frac{p\zeta_y}{2\pi} \int_{\theta_5}^{\theta_6} d\theta / \sin^2 \theta.$$

Окончательно получим

$$U_{22} = p\zeta_y \{1 - (\zeta_y)^2\}^{0,5} / (2\pi).$$

Сложив U_{21} и U_{22} , с учётом (2) получим U_2 .

$$U_2 = p [\arcsin(\eta/1,414) + \\ + (\eta/1,414) \{1 - \eta^2/2\}^{0,5}] / (2\pi).$$

Сигнал U_3 , сформированный областью $S_{31} + S_{32}$ пикселя матрицы (рис. 2), равен выражению U_2 , то есть $U_3 = U_2$.

Область интегрирования S_4 разбивается на две области интегрирования S_{4a} и S_{4b} .

Вычислим сигнал U_{4a} , сформированный областью S_{4a} пикселя матрицы (рис. 2).

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (21). Пределы интегрирования соответствуют (12), где $R = \rho_{01}$, $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq \zeta_y \leq 0,707$.

Вычислив внешний интеграл, определим U_{4a} [22]

$$U_{4a} = \frac{p\zeta_y^2}{2\pi} \int_{\theta_7}^{\theta_8} d\theta / \sin^2 \theta.$$

Окончательно получим

$$U_{4a} = p(\zeta_y)^2 / (2\pi),$$

при $0 \leq \zeta_y \leq 0,707$.

Сигнал U_{4b} , сформированный областью S_{4b} пикселя матрицы (рис. 2), равен U_{4a} , так как равны площади облучения.

Сложив U_{4a} и U_{4b} , с учётом (2) и, учитывая, что $S_{4a} = S_{4b}$ определим U_4 .

$$U_4 = p\eta^2 / (2\pi),$$

при $0 \leq \eta \leq 1$.

При $1 < \eta \leq 1,4142$ образуется дополнительно область S_{43} (рис. 3).

На рис. 3 представлено смещение ФРТ относительно пикселя под углом $\pi/4$ при $\eta > 1$.

Вычислим сигнал U_{4c} , сформированный областью S_{4c} пикселя матрицы (рис. 3) при $1 < \eta \leq 1,414$.

Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (21). Пределы интегрирования соответствуют (14) при $0,707 < \zeta_y \leq 1$.

Вычислив внешний интеграл, определим U_{4c} [22]

$$U_{4c} = p\zeta_y \{1 - (\zeta_y)^2\}^{0,5} / (2\pi),$$

при $0,707 < \zeta_y \leq 1$.

При $\zeta_x = \zeta_y$ площадь S_{4d} равна площади S_{4c} , тогда $U_{4d} = U_{4c}$.

Вычислим сигнал U_{43} сформированный площадью S_{43} при $1 < \eta \leq 1,414$, так как при $0 \leq \eta \leq 1$, $S_{43} = 0$ и $U_{43} = 0$ (рис. 3). Выражение интеграла в полярных координатах соответствует (21). Пределы интегрирования соответствуют (15) при $1 < \eta \leq 1,414$.

Вычислив внешний интеграл, с учётом (2) определим U_{43} [18]:

$$U_{43} = p[\arcsin(0,707\eta)/\pi - 0,25],$$

при $1 < \eta \leq 1,414$.

$$U_{43} = 0,$$

при $0 \leq \eta \leq 1$.

Вычислим суммарный сигнал U_4 .

$$U_4 = 2U_{4c} + U_{43}.$$

$$U_4 = p\eta^2 / (2\pi),$$

при $0 \leq \eta \leq 1$.

$$U_4 = p[0,707\eta\{1 - \eta^2/2\}^{0,5} + \\ + \arcsin(0,707\eta)]/\pi - 0,25p,$$

при $1 < \eta \leq 1,414$.

Вычислим суммарный сигнал U_0 в зависимости от η

$$U_0 = U_1 + 2U_2 + U_4.$$

$$U_0 = 0,25p + p[\arcsin(0,707\eta) + \\ + 0,707\eta\{1 - \eta^2/2\}^{0,5} + \eta^2/2]/\pi,$$

при $0 \leq \eta \leq 1$,

$$U_0 = 2p[\arcsin(0,707\eta) + 0,707\eta\{1 - \eta^2/2\}^{0,5}]/\pi,$$

при $1 < \eta \leq 1,414$.

Сравнение зависимостей сигналов B_0 , V_0 и U_0 от относительного смещения ФРТ η под углом 45°

Используя математические выражения для сигналов B_0 , V_0 и U_0 , построен график зависимостей (рис. 5) от относительного смещения ФРТ η при $\alpha = 45^\circ$.

Из рис. 5 видно, что для всех трёх случаев смещения ФРТ под углом 45° диапазон сигналов изменяется в 4 раза.

Сравнение зависимости сигнала пикселя от относительного смещения ФРТ по оси Y без смещения по оси X или по оси X без смещения по оси Y

Для построения графика при $\alpha \neq \pi/4$ введём ось смещения ФРТ γR , выходящую из центра координат, и которая параллельна оси ηR .

$$\gamma = \zeta_x / \cos \alpha \text{ для } 0 \leq \alpha < \pi/4,$$

$$\gamma = \zeta_y / \sin \alpha \text{ для } \pi/4 \leq \alpha \leq \pi/2$$

при $\alpha = \pi/4 \gamma = \eta$.

Из рис. 6 видно, что для гауссоиды вращения V_{0_Y} и цилиндрической функции U_{0_Y} при смещении ФРТ вдоль оси Y (под углом $\alpha = 90^\circ$, $\gamma = \zeta_y$) и отсутствия смещения по оси X диапазон сигналов изменяется в 2 раза. Аналогичный результат можно получить при смещении ФРТ вдоль оси X (под углом $\alpha = 0^\circ$, $\gamma = \zeta_x$) и отсутствия смещения по оси Y .

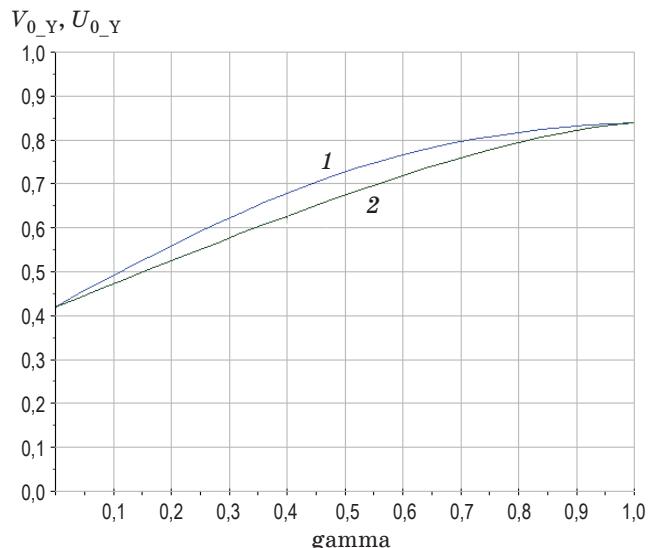


Рис. 6. Зависимость сигнала пикселя от относительного смещения функции рассеяния точки γ (при $\alpha = 0^\circ$ или 90°), где 1 — V_{0_Y} , 2 — U_{0_Y}

Fig. 6. Dependence of the pixel signal on the relative displacement of the point spread function γ (at $\alpha = 0^\circ$ or 90°), where 1 — V_{0_Y} , 2 — U_{0_Y}

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработан алгоритм расчёта сигнала для трёх видов облучённости пикселя матрицы, описываемой распределением в кружке Эйри, гауссоидой вращения и равномерной аппроксимацией в зависимости от смещения ФРТ под углом 45° , и построены графики зависимости уровня сигнала от η .

2. При равномерной аппроксимации облучённости пикселя и смещении ФРТ под углом 45° сигнал пикселя изменяется почти линейно. При облучённости пикселя в виде распределения в кружке Эйри (для смещения ФРТ под углом 45° и $0 \leq \eta \leq 0,6$) сигнал пикселя изменяется линейно, но с большей крутизной, чем для равномерного распределения, а при $0,9 \leq \eta \leq 1,414$ изменяется незначительно. Изменение сигнала при распределении облучённости в виде гауссовой вращения занимает промежуточное значение.

3. При смещении ФРТ под углом 45° на величину $1,41R$ относительно пикселя сигнал меняется в 4 раза для всех 3-х случаев, а при смещении ФРТ вдоль одной из осей на величину R сигнал меняется в 2 раза для гауссоиды и цилиндрической функции.

4. Относительное смещение ФРТ максимально ($\eta = 1,41$) при $\alpha = 45^\circ$ и уменьшается

при уменьшении или увеличении α , достигая $\eta = 1$ при углах 0° или 90° . При этом диапазон изменений сигнала изменяется от максимального при $\alpha = 45^\circ$ до минимального при углах смещения 0° и 90° .

5. В данной работе предложен математический алгоритм, позволяющий находить сигнал в зависимости от оси смещения, а не от смещения по каждой координате в отдельности.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Тарасов В.В., Торшина И.П., Якушенков Ю.Г. Современные проблемы оптотехники: уч. пос. М.: МИИГАиК, 2014. 82 с.
2. Бурдинов К.А., Шашкина К.М., Шагхаэй Э. Исследование системы автоматического управления стабилизации изображения бортовых оптико-электронных приборов наведения и слежения // Advanced Engineering Research. 2022. Т. 22(2). С. 150–160. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-2-150-160>
3. Барский А.Г. Оптико-электронные следящие системы. Учеб. пособие. М: Университетская книга, Логос, 2009. 200 с.
4. Астапов Ю.М., Васильев Д.В., Заложнев Ю.И. Теория оптико-электронных следящих систем. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 328 с.
5. Знаменский И. В., Тунгушпаев А.Т. О возможности определения космических объектов в спектральном диапазоне 8–12 мкм // Фотоника. 2022. Т. 16. № 1. С. 44–58. <https://doi.org/10.22184/1993-7296.FR.2022.16.1.44.58>
6. Знаменский И.В., Зотьев Е.О., Олейников И.И., Попов К.Г. Система видеодиапазона для обзора космического пространства в ночное время суток // Фотоника. 2022. Т. 16. № 7. С. 512–521. <http://doi.org/10.22184/1993-7296.FR.2022.16.7.512.521>
7. Знаменский И.В., Тихомиров А.А. Система обзора космического пространства для мониторинга объектов техногенного происхождения // Оптика атмосферы и океана. 2022. Т. 35. № 12. С. 1051–1057. <http://doi.org/10.15372/AOO20221213>
8. Баранов П.С., Манцветов А.А. Оптимизация отношения радиуса кружка рассеяния объектива к размеру пикселя для повышения точности оценки координат изображений малоразмерных объектов // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2016. Вып. 2. С. 49–53.
9. Аванесов Г.А., Кондратьева Т.В., Никитин А.В. Исследование смещения энергетического центра изображений звезд относительно геометрического центра на ПЗС-матрице и коррекция методической ошибки // Сб. трудов Всеросс. научно-техническая конф. «Современные проблемы определения ориентации и навигации космических аппаратов». Россия. Таруса. 22–25 сен. 2008. М: ИКИ РАН, 580 с. С. 421–446.
10. Старосотников Н.О., Федорцев Р.В. Моделирование методической погрешности определения центра тяжести изображения тест-объекта в оптических измерительных приборах с матричными приемниками // Приборостроение-2014. Материалы 7-й Международной научно-технической конференции (19–21 ноября 2014 г. Минск. Республика Беларусь) Минск: БНТУ, 2014. С. 385–386.
11. Мирошников М.М. Теоретические основы оптико-электронных приборов. Уч. пос. 3 изд. СПб.: Лань, 2010. 704 с.
12. При энергетическом расчёте оптико-электронных систем падение сигнала из-за смещения функции рассеяния точки на половину пикселя позволит определить минимальный сигнал и, следовательно, минимальное отношение сигнал/шум, что можно использовать при проектировании оптико-электронных систем. Это обеспечит создание приборов с улучшенными характеристиками».

REFERENCES

1. Tarasov V.V., Torshina I.P., Yakushenkov Yu.G. Modern problems of optometry: textbook. Moscow: MIIGAiK, 2014. 82 p.
2. Burdinov K.A., Shashkina K.M., Shaghaei E. Investigation of ACS image stabilization of on-board optoelectronic guidance and tracking devices // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2022. V. 22(2). P. 150–160. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-2-150-160>
3. Barsky A.G. Optoelectronic tracking systems. Study guide. Moscow: University Book. Logos, 2009. 200 p.
4. Astapov Yu.M., Vasiliev D.V., Zalozhnev Yu.I. Theory of optoelectronic tracking systems. M.: Nauka, Gl. ed. phys.-mat. lit., 1988. 328 p.
5. Znamensky I.V., Tungushpaev A.T. On the possibility of determining space objects in the spectral range of 8–12 microns // Photonics. 2022. V. 16. № 1. P. 44–58. <http://doi.org/10.22184/1993-7296.FR.2022.16.1.44.58>
6. Znamensky I.V., Zotiev E.O., Oleynikov I.I., Popov K.G. Video range system for viewing outer space at night // Photonics. 2022. V. 16. № 7. P. 512–521. <http://doi.org/10.22184/1993-7296.FR.2022.16.7.512.521>
7. Znamensky I.V., Tikhomirov A.A. Space survey system for monitoring objects of man-made origin // Atmosphere and Ocean Optics. 2022. V. 35. № 12. P. 1051–1057. <http://doi.org/10.15372/AOO20221213>
8. Baranov P.S., Mantsevov A.A. Optimization of the ratio of the radius of the lens scattering circle to the pixel size to improve the accuracy of estimating the coordinates of images of small-sized objects // Izvestiya vuzov. Radio electronics. 2016. Is. 2. P. 49–53.
9. Avanesov G.A., Kondrat'eva T.V., Nikitin A.V. Investigation of the displacement of the energy center of star images relative to the geometric center on the CCD matrix and correction of methodological error // Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference. "Modern problems of determining the orientation and navigation of spacecraft". Russia. Tarusa. September 22–25. 2008. M: ICI RAS, 580 p. P. 421–446.
10. Starosotnikov N.O., Fedortsev R.V. Modeling of the methodological error in determining the center of gravity of the image of a test object in optical measuring devices with matrix receivers // Instrumentation-2014. Materials of the 7th International Scientific and Technical Conference (November 19–21, 2014, Minsk. Republic of Belarus). Minsk: BNTU, 2014. P. 385–386.
11. Miroshnikov M.M. Theoretical foundations of optoelectronic devices. Study guide. 3 ed. Saint Petersburg: Lan, 2010. 704 p.

12. Основы оптики. Конспект лекций / Под ред. Шехонина А.А. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. 156 с.
13. Image sensor ANDANTA_FPA640x512-TE2 InGaAs Imager. URL: https://www.andanta.de/pdf/ANDANTA_FPA640x512-TE2_v1.0b.pdf / (Accessed 20.11.2022).
14. Image sensor Gpixel GSense4040(BSI). URL: <https://www.gpixel.com/products/area-scan-en/gsense/gsense4040bsi> / (Дата обращения 20.11.2022).
15. Image sensor Gpixel GSense6060(BSI). URL: <https://www.gpixel.com/products/area-scan-en/gsense/gsense6060bsi> / (Дата обращения 20.11.2022).
16. Березин В.Б., Березин В.В., Цицулин А.К., Соколов А.В. Адаптивное считывание изображения в астрономической системе на матричном приборе с зарядовой связью // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2004. Вып. 4. С. 36–45.
17. Осадчий И.С. Метод субпиксельного измерения координат изображения звезд для приборов астроориентации космического базирования // Журнал радиоэлектроники. [Эл. журнал] eISSN 1684-1719. 2015. № 5.
18. Меденников П.А. Алгоритм обнаружения и подсчёта координат точечного объекта // Оптический журнал. 2019. Т. 86 № 8. С. 65–69. <https://doi.org/10.17586/1023-5086-2019-86-08-65-69>
19. Акилин Г.А., Федоров В.А., Грицкевич Е.В., Звягинцева П.А. Имитационная компьютерная модель координатора, работающего в составе биометрической системы распознавания // Интерэкспо ГЕО-СИБИРЬ. 2020. Т. 6. № 1. С. 11–21. [http://doi.org/10.33764/2618-981X-2020-6-1-11-21](https://doi.org/10.33764/2618-981X-2020-6-1-11-21)
20. Francois Sanson, Carolin Frueh. Quantifying uncertainties in signal position in non-resolved object images: application to space object observation // Advances in Space Research. In press. HAL Id: hal-01968808/Submitted on 14 Jan 2019. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01968808v3> / (Дата обращения 20.11.2022).
21. Иванова Т.В., Летова Е.Ю., Калинкина О.С. и др. Анализ методов определения центра пятна рассеяния в присутствии aberrаций // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21. № 3. С. 334–341. [http://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-3-334-341](https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-3-334-341)
22. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов: учебное пособие для вузов / Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Санкт-Петербург: Лань, 2023. 609 с.
23. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Дополнительные главы. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 800 с.
12. Fundamentals of optics. Lecture notes / Ed. by Shekhonin A.A. St. Petersburg: ITMO University, 2009. 156 p.
13. Image sensor ANDANTA_FPA640x512-TE2 InGaAs Imager. URL: https://www.andanta.de/pdf/ANDANTA_FPA640x512-TE2_v1.0b.pdf / (Accessed 20.11.2022).
14. Image sensor Gpixel GSense4040(BSI). URL: <https://www.gpixel.com/products/area-scan-en/gsense/gsense4040bsi> / (Accessed 20.11.2022).
15. Image sensor Gpixel GSense6060(BSI). URL: <https://www.gpixel.com/products/area-scan-en/gsense/gsense6060bsi> / (Accessed 20.11.2022).
16. Berezin V.B., Berezin V.V., Tsitsulin A.K., Sokolov A.V. Adaptive image reading in an astronomical system on a charge-coupled matrix device // News of Russian universities. Radio electronics. 2004. Is. 4. P. 36–45.
17. Osadchy I.S. Method of subpixel measurement of the coordinates of the image of stars for space-based astroorientation devices // Journal of Radio Electronics. [electronic journal] eISSN 1684-1719. 2015. № 5.
18. Medennikov P.A. Algorithm for detecting and determining coordinates of a point object // Journal of Optical Technology. 2019. V. 86. № 8. P. 510–514. <https://doi.org/10.1364/JOT.86.000510>
19. Akilin G.A., Fedorov V.A., Gritskevich E.V., Zvyagintseva P.A. Simulation computer model of a coordinator working as part of a biometric recognition system // Interexpo GEO-SIBERIA. 2020. V. 6. № 1. P. 11–21. [http://doi.org/10.33764/2618-981X-2020-6-1-11-21](https://doi.org/10.33764/2618-981X-2020-6-1-11-21)
20. Francois Sanson, Carolin Frueh. Quantifying uncertainties in signal position in non-resolved object images: application to space object observation // Advances in Space Research. In press. HAL Id: hal-01968808/Submitted on 14 Jan 2019. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01968808v3>
21. Ivanova T.V., Letova E.Yu., Kalinkina O.S. et al. Analysis of methods for determining the center of the scattering spot in the presence of aberrations // Scientific and Technical Bulletin of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2021. V. 21. № 3. P. 334–341. [http://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-3-334-341](https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-3-334-341)
22. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. Handbook of mathematics for engineers and students of higher educational institutions. Saint-Petersburg: Lan, 2023. 609 p.
23. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. Integrals and series. Additional chapters. M.: Science. Ch. ed. Phys.-Math. lit., 1986. 800 p.

АВТОРЫ

Игорь Всеволодович Знаменский — канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник, Научно-производственная корпорация «Системы прецизионного приборостроения», 111024, Москва, Россия; <https://doi.org/0000-0002-0612-1255>, igorznamenskii@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 07.04.2022
Одобрена после рецензирования 12.09.2023
Принята к печати 30.10.2023

AUTHORS

Igor V. Znamenskiy — PhD, Leading Researcher, Precision Instrumentation Systems Scientific and Production Corporation JSC, 111024, Moscow, Russia; <https://doi.org/0000-0002-0612-1255>, igorznamenskii@yandex.ru

The article was submitted to the editorial office 07.04.2022
Approved after review 12.09.2023
Accepted for publication 30.10.2023