

# Оптический журнал

Оптическое приборостроение и метрология  
Optical instrumentation and metrology

DOI: 10.17586/1023-5086-2023-90-06-61-69

УДК 530.145:535.12:681.7:53.082.5

## Маршрутизация квантового распределения ключа на боковых частотах в городской оптической транспортной сети

Ангелина Дмитриевна Тарабрина<sup>1</sup>✉, Ирина Олеговна Воронцова<sup>2</sup>,  
Сергей Михайлович Кынев<sup>3</sup>, Федор Дмитриевич Киселев<sup>4</sup>,  
Владимир Ильич Егоров<sup>5</sup>

<sup>1, 2, 4, 5</sup>«Национальный центр квантового интернета», Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Научно-образовательный центр фотоники и оптоинформатики, Университет ИТМО

<sup>3, 4, 5</sup>ООО «СМАРТС-Кванттелеком», Санкт-Петербург, Россия

<sup>1</sup>adtarabrina@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0002-7114-8438>

<sup>2</sup>iavorontsova@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0001-9861-0816>

<sup>3</sup>sergey.kynev@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0001-8698-1804>

<sup>4</sup>fdkiselev@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0002-3894-511X>

<sup>5</sup>viegorov@itmo.ru <https://orcid.org/0000-0003-0767-0261>

### Аннотация

**Предмет исследования.** В данной работе исследуется способ нахождения последовательности узлов в городской оптической транспортной сети, которая соединяет отправителя и получателя через квантовый канал, распространяющийся в том же оптическом волокне, что и информационные каналы, такой что максимизируется скорость генерации секретного ключа. **Цель.** Целью данной работы является маршрутизация квантового распределения ключа на боковых частотах в городской оптической транспортной сети так, чтобы скорость генерации секретного ключа была максимально возможной. **Метод.** Городская оптическая транспортная сеть может быть представлена в виде графа, где вершины — это узлы сети, а ребра — соединяющие их оптоволоконные линии. Вес ребра соответствует скорости генерации секретного ключа на соответствующем участке оптоволоконной линии. Конечная скорость генерации ключа ограничивается самым медленным участком пути. Желаемый оптимальный маршрут будет найден при решении задачи об узком месте графа. В данной работе используется алгоритм прямого перебора. **Основные результаты.** В результате данной работы найдены оптимальные пути, соединяющие два заданных узла квантовым каналом для различных топологий сетей. Показано, что существует необходимость в более эффективном алгоритме для работы с большим количеством узлов. **Практическая значимость.** Результаты данного исследования могут быть использованы при интеграции квантовых коммуникаций в существующие городские оптические транспортные сети.

**Ключевые слова:** квантовое распределение ключа, мультиплексирование с разделением по длине волны, поиск пути на графике, задача об узком месте, городские оптоволоконные сети

**Благодарность:** проект реализуется при финансовой поддержке ОАО «РЖД».

**Ссылка для цитирования:** Тарабрина А.Д., Воронцова И.О., Кынев С.М., Киселев Ф.Д., Егоров В.И. Маршрутизация квантового распределения ключа на боковых частотах в городской оптической транспортной сети // Оптический журнал. 2023. Т. 90. № 6. С. 61–69. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-06-61-69>

**Коды OCIS:** 270.5565, 270.5568.

# Routing the subcarrier wave quantum key distribution through metropolitan optical transport network

**ANGELINA TARABRINA<sup>1</sup>✉, IRINA VORONTSOVA<sup>2</sup>,  
SERGEY KYNEV<sup>3</sup>, FEDOR KISELEV<sup>4</sup>, VLADIMIR EGOROV<sup>5</sup>**

<sup>1, 2, 4, 5</sup>Leading research center «National center for quantum internet», ITMO University, Saint Petersburg, Russia

<sup>3</sup>Research and Education Center for Photonics and Optoinformatics, ITMO University, Saint Petersburg, Russia

<sup>3, 4, 5</sup>LLC «Quanttelecom», Saint Petersburg, Russia

<sup>1</sup>[adtarabrina@itmo.ru](mailto:adtarabrina@itmo.ru) <https://orcid.org/0000-0002-7114-8438>

<sup>2</sup>[iavorontsova@itmo.ru](mailto:iavorontsova@itmo.ru) <https://orcid.org/0000-0001-9861-0816>

<sup>3</sup>[sergey.kynev@itmo.ru](mailto:sergey.kynev@itmo.ru) <https://orcid.org/0000-0001-8698-1804>

<sup>4</sup>[fdkiselev@itmo.ru](mailto:fdkiselev@itmo.ru) <https://orcid.org/0000-0002-3894-511X>

<sup>5</sup>[viegorov@itmo.ru](mailto:viegorov@itmo.ru) <https://orcid.org/0000-0003-0767-0261>

## Abstract

**Subject of study.** This paper investigates the method of finding a sequence of nodes in a metropolitan optical transport network, connecting the sender and the receiver through a quantum channel propagating in the same optical fiber as the information channels, that maximizes secret key generation rate. **Aim of the work.** The purpose of this work is to route the subcarrier wave quantum key distribution in the metropolitan optical transport network so that the secret key generation rate is maximized. **Method.** The metropolitan optical transport network can be represented as a graph, where the vertices are the network nodes and the edges are the fiber optic lines connecting them. The weight of an edge corresponds to the secret key generation rate on the respective segment of the fiber optic line. The final key generation rate is limited by the slowest section of the path. The desired optimal route will be found by solving the graph bottleneck problem. In this paper a brute force algorithm is used. **Main results.** As a result of this work the optimal paths connecting two given nodes via a quantum channel for different network topologies are found. It is shown that there is a need for more efficient algorithm for a larger number of nodes. **Practical significance.** The findings of this study can be used in the integration of quantum communications in existing metropolitan optical transport networks.

**Keywords:** quantum key distribution, wavelength division multiplexing, graph search, bottleneck problem, metropolitan optical transport networks

**Acknowledgment:** this project was financially supported by JSC «RZhD».

**For citation:** Tarabrina A.D., Vorontsova I.O., Kynev S.M., Kiselev F.D., Egorov V.I. Routing the subcarrier wave quantum key distribution through metropolitan optical transport network [In Russian] // Opticheskiй Zhurnal. 2023. V. 90. № 6. P. 61–69. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2023-90-06-61-69>

**OCIS codes:** 270.5565, 270.5568.

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие цифровых технологий и сервисов приводит к тому, что всё больше информации передаётся через Интернет. Обеспечение безопасности обмена данными между отправителем и получателем — проблема современной криптографии. Используемые сегодня алгоритмы шифрования основываются на вычислительной сложности математических задач и, хотя они успешно и широко применяются, эти алгоритмы предоставляют теоретическую

вычислительную стойкость. Квантовая же криптография разрабатывает протоколы связи, безопасность которых гарантирована фундаментальными законами физики [1]. Трудность состоит в том, что квантовое распределение ключа (КРК) не может быть мгновенно встроено в существующие оптоволоконные сети. Перспективно совместное распространение квантовых и информационных каналов в одном оптическом волокне с применением технологии мультиплексирования по длине

волны (dense wavelength division multiplexing — DWDM), что впервые было предложено в [2]. В этом случае нет необходимости использовать для квантового сигнала отдельную оптоволоконную линию, что наиболее распространено, поскольку из-за значительного превышения мощности информационного сигнала над мощностью квантового шума от информационных каналов снижает производительность системы КРК. Основными источниками шумов оптоволоконного канала являются спонтанное комбинационное рассеяние (СКР), подробное описание влияния которого на DWDM-КРК содержится в [3], четырёхволновое смешение (ЧВС) и линейные перекрёстные помехи (ЛПМ) [4]. Эти эффекты учитывались при расчётах в данной работе. Для оценки параметров системы КРК был выбран протокол квантового распределения ключа на боковых частотах [5].

Отдельного внимания заслуживает решение задачи внедрения квантовых коммуникаций в городскую инфраструктуру. Одним из способов этого является выделение отдельного оптического волокна для распространения квантового сигнала (например, использование тёмного волокна).

Подходящим вариантом будет распространение квантовых каналов в существующих оптоволоконных линиях, по которым передаются информационные каналы. В работах [6, 7] описываются перспективы и препятствия на пути к интеграции КРК в оптоволоконную сеть мегаполиса на основе применения технологии мультиплексирования по длине волны. Авторы [8] представили квантовую городскую сеть, которая, в отличие от существующих сетей КРК, специально разработана для использования готовой инфраструктуры и действующих оптических компонентов. Однако в вышеизложенных работах обсуждается в основном аппаратная часть и оборудование. В [9] же предложен алгоритм, подавляющий шум в DWDM-КРК динамических сетях за счёт особого размещения квантовых и информационных каналов на частотной сетке, а в статье [10] предлагается метод целочисленного линейного программирования, основанный на оптимальном распределении квантовых повторителей в существующей сети. В [11] предлагается архитектура КРК-сети на основе оптических коммутаторов для снижения стоимости путём минимизации количества дорогих квантовых приёмников.

В настоящей работе городская оптоволоконная сеть представляется в виде графа, в котором вершины — это узлы сети, а рёбра — оптоволоконные линии их соединяющие. Итак, необходимо соединить отправителя и получателя квантовым каналом. Для этого нужно проложить между двумя заданными узлами маршрут, проходящий через другие узлы сети. От того, через какие именно узлы пройдет маршрут, будет зависеть производительность системы КРК. Одним из важнейших параметров системы КРК является скорость генерации секретного ключа ( $K$ ). Чем она выше, тем лучше производительность. Скорость будет ограничена самым медленным участком пути. В данной работе описан способ соединения двух узлов сети квантовым каналом, распространяющимся совместно с информационными в городской оптоволоконной сети, так, что максимизируется скорость генерации секретного ключа на самом медленном участке.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Городскую оптоволоконную сеть можно представить, как граф  $\Gamma = (V, E)$ , где вершины  $V$  представляют собой серверы, а ребра  $E$  обозначают оптоволоконные линии различной длины, по которым распространяется некоторое количество информационных каналов с плотным мультиплексированием по длине волны. Веса рёбер заданы матрицей с неотрицательными элементами  $W$  размера  $n$  на  $n$ , где  $n$  — число вершин. Необходимо связать два заданных узла  $s$  и  $t$  городской сети квантовым каналом так, чтобы скорость генерации секретного ключа была максимальной. Скорость будет ограничена самым медленным участком, поэтому нужно максимизировать минимальную скорость генерации ключа. Таким образом, будет найдена последовательность узлов, через которые пройдёт квантовая линия, обеспечивающая наибольшее значение  $K$ , то есть оптимальный путь.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

### Поиск пути на графике

Участки оптического волокна, которые соединяют узлы между собой, могут иметь различную длину и количество информационных

каналов, распространяющихся по ним. Эти параметры влияют на мощность шума и, следовательно, скорость генерации секретного ключа. Вес  $w(i, j)$  ребра  $(i, j)$  в графе будет соответствовать  $K$  для данного участка оптического волокна. Задача сводится к нахождению максиминного пути между двумя узлами в графе. Она также известна как задача о самом широком пути или об узком месте. Узким местом пути будем называть ребро  $(q, r)$  с минимальным весом в данном пути  $(q, r)$ :  $w(q, r) = \min(W_p)$ , где  $W_p$  — множество весов всех рёбер, составляющих данный путь  $p$ . Требуется найти путь с максимальным узким местом (или самый широкий путь), такой что не существует другого пути, узкое место которого имело бы больший вес. Для решения задачи сначала находятся все пути  $P$ , соединяющие два данных узла. Затем ищется минимальный вес ребра в каждом из этих путей  $\min(W_p)$ ,  $p \in P$ . Далее выбирается путь, минимальный вес ребра в котором максимальен. Искомый оптимальный путь  $p_{\text{opt}}$ :  $\min(W_{p_{\text{opt}}}) = \max(\min(W_p), p \in P)$ .

Если существует несколько самых широких путей, то вычисляется количество узлов в каждом пути и искомым будет тот, в котором их наименьшее количество, чтобы также уменьшить расходы на стоимость оборудования.

### **Математическая модель используемого протокола квантового распределения ключа**

Будем рассматривать протокол квантового распределения ключа на боковых частотах (КРКБЧ). В результате фазовой модуляции монохроматического лазерного излучения с частотой  $\omega$  многомодовые когерентные состояния генерируются на поднесущих частотах. Таким образом, квантовый канал перемещается на боковые частоты. При модуляции с частотой  $\Omega$  происходит перераспределение энергии несущей моды на  $2S$  вакуумных поднесущих мод, формирующих результирующий сигнал на частоте  $\omega_j = \omega + j\Omega$  ( $-S \leq j \leq S$ ).

Выражение для определения коэффициента квантовых ошибок  $Q$  через реальные параметры системы КРКБЧ аналогично тому, которое было получено в [12]:

$$Q = \frac{2\mu\tau\eta(1-\vartheta)(1-\cos(\Delta\phi)) + \tau\vartheta\mu_0\eta + p_{\text{dark}} + p_{\text{noise}}}{4\mu\tau(1-\vartheta) + 2\tau\vartheta\mu_0\eta + 2p_{\text{dark}} + 2p_{\text{noise}}}, \quad (1)$$

где  $\eta = \eta_B\eta(L)\eta_D$  — полный коэффициент пропускания,  $\eta(L) = 10^{-0,1\xi L}$  — коэффициент пропускания квантового канала,  $\xi$  — коэффициент затухания сигнала в волокне,  $\eta_B$  — коэффициент, показывающий оптические потери в модуле получателя,  $\eta_D$  — квантовая эффективность,  $\mu = \mu_0 m^2$  — среднее число фотонов на поднесущих,  $\mu_0$  — среднее число фотонов на несущей частоте,  $\Delta\phi$  — отклонение фазы, вызванное неидеальностью компонентов системы,  $\tau \equiv \Delta t / \Delta T$ ,  $p_{\text{dark}} \equiv \gamma_{\text{dark}} \Delta t$ ,  $T$  — временнное окно,  $\Delta t$  — время открытия гейта,  $\gamma_{\text{dark}}$  — частота отсчётов темновых срабатываний детектора,  $\vartheta$  — коэффициент, показывающий эффективность фильтрации несущей частоты,  $p_{\text{noise}}$  — вклад мощности шума в вероятность срабатывания детектора.

Выражение для скорости генерации секретного ключа может быть переписано в предположении, что нарушитель не подвержен комбинационному рассеянию, для коллектив-

ных атак со светоделителем следующим образом [13]:

$$K = ((1-G)v_S / 2) \times \\ \times \left[ 1 - h(Q) - h\left( \left( 1 - \exp(-\mu_0 m^2) \right) / 2 \right) \right], \quad (2)$$

где  $G$  — условная вероятность проведения получателем неопределённого измерения,  $v_S$  — частота модуляции,  $h(\xi)$  — бинарная энтропия.

Для моделирования были использованы следующие параметры системы КРКБЧ:  $\Omega = 4,8$  ГГц,  $\mu_0 = 0,5 \times 3,93$ ,  $m = 0,319$ ,  $\xi = 0,18$  дБ/км,  $\vartheta = 10^{-3}$ ,  $\Delta t = 1$  нс,  $\eta_D = 0,1$ ,  $p_{\text{dark}} = 7 \times 10^{-7}$ ,  $\delta\varphi = 5^\circ$ ,  $T = 1$  нс, потери в модуле получателя 8 дБ.

### **Математическая модель шумов оптоволоконного канала**

При одновременном распространении квантового и информационных каналов в одном оптическом волокне неизбежно возникают

шумы, влияющие на скорость генерации секретного ключа.

#### Спонтанное комбинационное рассеяние

Наибольшее влияния на системы КРК оказывает спонтанное комбинационное рассеяние (СКР) [14, 15]. Комбинационное рассеяние — это нелинейный эффект третьего порядка, приводящий к появлению в ВОЛС широкополосного шума. Влияние СКР можно минимизировать посредством подбора конфигураций расположения информационных и квантового каналов [16]. СКР порождает шум, присутствующий в прямом и обратном направлении распространения сигналов в оптоволоконном канале. При одностороннем распространении спектрально уплотнённых каналов возникает прямое СКР, а при встречном — обратное.

В случае прямого СКР шум, вызванный присутствием классических каналов, определяется как [17, 18]:

$$P_{\text{ram},f} = P_{\text{out}} L \sum_{c=1}^{N_{\text{ch}}} \rho(\lambda_c, \lambda_q) \Delta\lambda. \quad (3)$$

Мощность шума, вызванного обратным СКР, вычисляется как:

$$P_{\text{ram},b} = P_{\text{out}} \sinh(\xi L) / \xi \sum_{c=1}^{N_{\text{ch}}} \rho(\lambda_c, \lambda_q) \Delta\lambda, \quad (4)$$

В уравнениях выше  $P_{\text{out}}$  — выходная мощность из волокна для одного классического канала,  $L$  — длина оптического волокна,  $\xi$  — затухание волокна,  $N_{\text{ch}}$  — количество информационных каналов в системе DWDM,  $\rho(\lambda_c, \lambda_q)$  — нормированное сечение рассеяния для длин волн информационных ( $\lambda_c$ ) и квантового ( $\lambda_q$ ) каналов,  $\Delta\lambda$  — полоса пропускания системы фильтрации квантовых каналов.

Выходная мощность  $P_{\text{out}}$  (дБм) выражается как:

$$P_{\text{out}} = R_x + IL. \quad (5)$$

где  $R_x$  (дБм) — чувствительность приёмника,  $IL$  (дБ) — потери в модуле получателя.

#### Четырёхволновое смешение

Следующим нелинейным эффектом третьего порядка является четырёхволновое смешение (ЧВС). В результате этого эффекта формиру-

ются суммарные или разностные относительно информационных каналов шумовые частоты [19], которые могут попадать в квантовый канал [20]. Как и в случае СКР, влияние эффекта ЧВС классических каналов на квантовый канал может быть минимизировано путём правильного выбора спектрального расположения каналов или регулированием выполнения условия фазового синхронизма [17].

Для трёх сигналов накачки с частотами  $f_i$ ,  $f_j$  и  $f_k$  значение пиковой мощности  $P_{ijk}$  сигнала, сгенерированного на новой частоте  $f_i + f_j - f_k$ , определяется как [17]

$$P_{ijk} = \eta \gamma^2 D^2 p^2 \exp(-\xi L) \times \left( \frac{(1 - \exp(-\xi L))^2}{9\xi^2} \right) P_i P_j P_k. \quad (6)$$

В уравнении выше  $L$  — дистанция взаимодействия распространяемых по волокну сигналов,  $D$  — параметр вырождения,  $P_{i(j,k)}$  и  $f_{i(j,k)}$  — входные значения мощности и оптических частот взаимодействующих полей, соответственно,  $\gamma$  — нелинейный коэффициент третьего порядка,  $\xi$  — коэффициент потерь,  $D_c$  и  $dD_c/d\lambda$  — параметры дисперсии оптического волокна,  $\lambda$  — длина волны результирующего сигнала ЧВС,  $\eta$  — эффективность фазового синхронизма.

Результирующая мощность шума, возникающего в оптическом волокне вследствие эффекта ЧВС (four-wave mixing — FWM), может быть получена как сумма всех произведений результирующих сигналов ЧВС с частотами, совпадающими с частотой квантового канала  $f_q$ :

$$P_{\text{FWM}} = \sum P_{ijk}, f_i + f_j - f_k = f_q. \quad (7)$$

#### Линейные перекрестные помехи

Линейные перекрёстные помехи (linear channel crosstalk — LCXT) связаны с попаданием части излучения, соответствующего нежелательным длинам волн, на фотодетектор [21] в результате неидеальности демультиплексора.

Утечка мощности из фильтра в квантовый канал может быть получена следующим образом:

$$P_{\text{LCXT}} = P_{\text{out}} - \text{ISOL}, \quad (8)$$

где  $P_{\text{out}}$  — выходная мощность волокна для одного информационного канала в дБм, ISOL — неэффективность фильтра, отделяющего квантовый канал от информационных, в дБ.

Связь между мощностью шума  $P_{\text{noise}}$  и вероятностью срабатывания детектора  $p_{\text{noise}}$  записывается как:

$$p_{\text{noise}} = P_{\text{noise}} / (hc / \lambda_{\text{noise}}) \Delta t \eta_D \eta_B, \quad (9)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света.

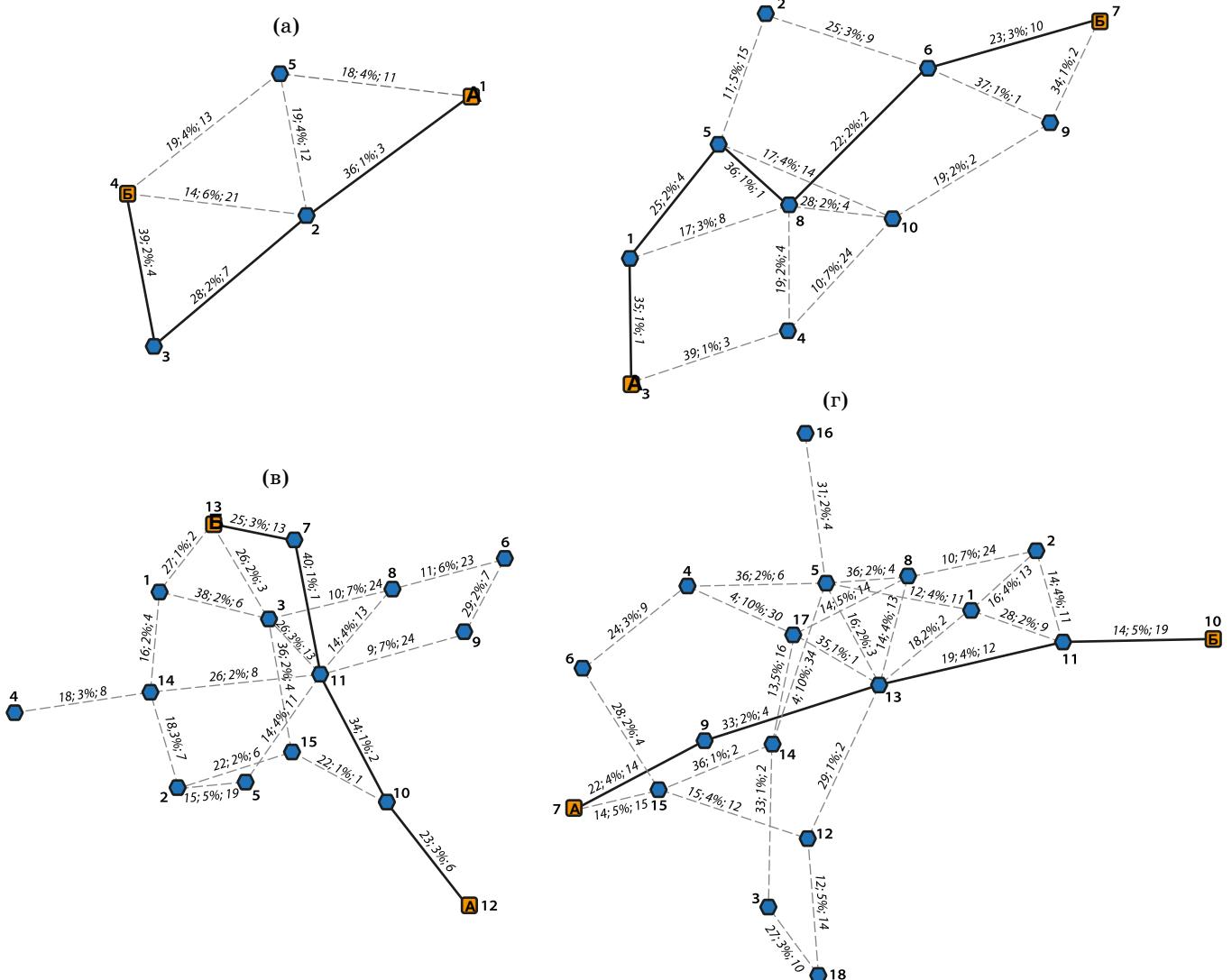
В данной работе

$$P_{\text{noise}} = P_{\text{ram},f} + P_{\text{ram},b} + P_{\text{FWM}} + P_{\text{LCXT}}. \quad (10)$$

Подставив эти выражения в (1), а затем в (2) получим окончательное выражение для скорости генерации секретного ключа.

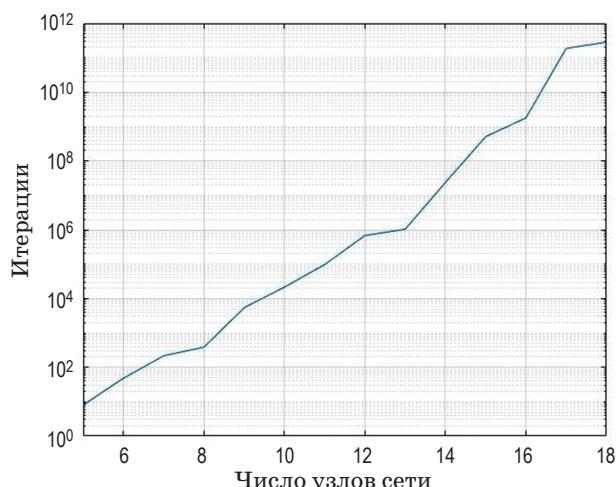
## РЕЗУЛЬТАТЫ

При помощи алгоритма на основе полного перебора были вычислены оптимальные пути,



**Рис. 1.** Оптимальные пути между узлами: (а) 1 и 4 в сети из 5 узлов,  $K_{\text{opt}} = 28$  кбит/с; (б) 3 и 7 в сети из 10 узлов,  $K_{\text{opt}} = 22$  кбит/с; (в) 12 и 13 в сети из 15 узлов,  $K_{\text{opt}} = 23$  кбит/с; (г) 7 и 10 в сети из 18 узлов,  $K_{\text{opt}} = 14$  кбит/с. На ребрах указаны  $K$ ,  $Q$  и  $P_{\text{noise}}$ , соответственно

**Fig. 1.** The optimal paths between nodes: a) 1 and 4 in a network of 5 nodes,  $K_{\text{opt}} = 28$  kbps; b) 3 and 7 in a network of 10 nodes,  $K_{\text{opt}} = 22$  kbps; c) 12 and 13 in a network of 15 nodes,  $K_{\text{opt}} = 23$  kbps; d) 7 and 10 in a network of 18 nodes,  $K_{\text{opt}} = 14$  kbps. The edges display  $K$ ,  $Q$  and  $P_{\text{noise}}$ , respectively



**Рис. 2.** Зависимость количества итераций, необходимого для нахождения оптимального пути, от числа узлов сети

**Fig. 2.** Number of iterations required to find the optimal path on networks with varying number of nodes

соединяющие два заданных узла квантовым каналом. В модели расстояние между узлами составляет от единиц до нескольких десятков километров, а число информационных каналов, распространяющихся на каждом участке оптоволокна, — до 40. Длина волны квантового канала составляет 1550,12 нм, а информационные каналы находятся в С-диапазоне стандартной DWDM-сетки с шагом 100 ГГц. Топологии сетей генерировались случайным образом.

Результаты для конфигураций сетей с разным количеством узлов представлены на рис. 1. Оптимальные пути выделены жирными линиями, на ребрах графа указаны  $K$ ,  $Q$  и  $P_{\text{noise}}$  — скорость генерации секретного ключа в кбит/с, коэффициент квантовых ошибок и мощность шума для данного участка, в удобных для отображения на рисунке условных единицах. В подписи к рисунку также указана  $K_{\text{opt}}$  — скорость генерации секретного ключа на оптимальном пути.

Алгоритм был проверен на графах, оптимальный путь для которых был известен заранее. Таким образом, скорость генерации

секретного ключа, которая ограничена самым медленным участком пути, получается максимально возможной. Кроме того, выбирается путь, проходящий через наименьшее число узлов, если существует несколько путей с максимально возможной скоростью генерации секретного ключа.

Используемый в работе метод грубого перебора для нахождения наилучшего пути оказывается слишком затратным для сетей с большим количеством узлов (рис. 2). Скорость расчёта оптимального пути окажется критичной в случае, когда загруженность участков будет динамически изменяться во времени. В будущем планируется применение более эффективных алгоритмов для поиска путей на графе, которые ускорят вычисления и позволят работать с сетями, содержащими большое число узлов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе используется алгоритм на основе полного перебора для поиска оптимального пути, соединяющего квантовым каналом два заданных узла городской оптоволоконной сети. Представлены результаты работы алгоритма для сетей с разным количеством узлов.

Результаты данной работы могут быть использованы при проектировании квантовых сетей, встроенных в существующие городские оптоволоконные сети. Это позволит уменьшить затраты на оборудование, в то же время оптимизируя маршрут так, что минимизируется влияние информационных каналов на квантовый и обеспечивается максимально возможная для конкретных условий скорость генерации секретного ключа.

Метод перебора, используемый в данной работе для поиска оптимального маршрута, является слишком трудоёмким для сетей с большим количеством узлов. В будущем планируется использовать более эффективный алгоритм поиска оптимального пути на графике, чтобы ускорить вычисления и работать с сетями с большим числом узлов.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Gisin N., Ribordy G., Tittel W., Zbinden H. Quantum cryptography // Rev. Modern Phys. 2002. V. 74. № 1. P. 145. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.145>
2. Townsend P.D. Simultaneous quantum cryptographic key distribution and conventional data transmission

## REFERENCES

1. Gisin N., Ribordy G., Tittel W., Zbinden H. Quantum cryptography // Rev. Modern Phys. 2002. V. 74. № 1. P. 145. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.145>
2. Townsend P.D. Simultaneous quantum cryptographic key distribution and conventional data transmission

- over installed fibre using wavelength-division multiplexing // Electron. Lett. 1997. V. 33. № 3. P. 188–190. <https://doi.org/10.1049/el:19970147>
3. Kiselev F., Goncharov R., Veselkova N. et al. Performance of subcarrier-wave quantum key distribution in the presence of spontaneous Raman scattering noise generated by classical DWDM channels // JOSA B. 2021. V. 38. № 2. P. 595–601. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.412289>
  4. Kiselev F., Veselkova N., Goncharov R., Egorov V. A theoretical study of subcarrier-wave quantum key distribution system integration with an optical transport network utilizing dense wavelength division multiplexing // J. Phys. B: Atomic, Molecular and Opt. Phys. 2021. V. 54. № 13. P. 135502. <https://doi.org/10.1088/1361-6455/ac076a>
  5. Мазуренко Ю.Т., Меролла Ж.М., Годжебор Ж.П. Квантовая передача информации с помощью поднесущей частоты. Применение к квантовой криптографии // Оптика и спектроскопия. 1999. Т. 86. № 2. С. 181–183.
  6. Aleksic S., Hipp F., Winkler D., Poppe A., Schrenk B., Franzl G. Perspectives and limitations of QKD integration in metropolitan area networks // Optics Express. 2015. V. 23. № 8. P. 10359–10373. <https://doi.org/10.1364/OE.23.010359>
  7. Poppe A., Schrenk B., Hipp F. et al. Integration of quantum key distribution in metropolitan area networks // Quantum Information and Measurement. Optica Publishing Group. 2014. P. QW4A.6. <https://doi.org/10.1364/QIM.2014.QW4A.6>
  8. Ciurana A., Martinez-Mateo J., Peev M. et al. Quantum metropolitan optical network based on wavelength division multiplexing // Optics express. 2014. V. 22. № 2. P. 1576–1593. <https://doi.org/10.1364/OE.22.001576>
  9. Niu J., Sun Y., Zhang Y., Ji Y. Noise-suppressing channel allocation in dynamic DWDM-QKD networks using LightGBM // Optics Express. 2019. V. 27. № 22. P. 31741–31756. <https://doi.org/10.1364/OE.27.031741>
  10. Rabbie J., Chakraborty K., Avis G., Wehner S. Designing quantum networks using preexisting infrastructure // Quantum Information. 2022. V. 8. № 1. P. 5. <https://doi.org/10.1038/s41534-021-00501-3>
  11. Tayduganov A., Rodimin V., Kiktenko E.O. et al. Optimizing the deployment of quantum key distribution switch-based networks // Optics Express. 2021. V. 29. № 16. P. 24884–24898. <https://doi.org/10.1364/OE.427804>
  12. Vorontsova I., Goncharov R., Tarabrina A., Kiselev F., Egorov V. Theoretical analysis of quantum key distribution systems when integrated with a DWDM optical transport network channels // JOSA B. 2023. V. 40. № 1. P. 63–71. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.469933>
  13. Miroshnichenko G., Kozubov A., Gaidash A. et al. Security of subcarrier wave quantum key distribution against the collective beam-splitting attack // Optics Express. 2018. V. 26. № 9. P. 11292–11308. <https://doi.org/10.1364/OE.26.011292>
  14. Lin R., Chen J. Minimizing spontaneous Raman scattering noise for quantum key distribution in WDM networks // 2021 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC). San Francisco, CA, USA. June 6–10. 2021. P. 1–3.
  15. Cai C., Sun Y., Ji Y. Intercore spontaneous Raman scattering impact on quantum key distribution in multicore fiber // New J. Phys. 2020. V. 22. № 8. P. 083020. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/aba023>
- over installed fibre using wavelength-division multiplexing // Electron. Lett. 1997. V. 33. № 3. P. 188–190. <https://doi.org/10.1049/el:19970147>
3. Kiselev F., Goncharov R., Veselkova N. et al. Performance of subcarrier-wave quantum key distribution in the presence of spontaneous Raman scattering noise generated by classical DWDM channels // JOSA B. 2021. V. 38. № 2. P. 595–601. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.412289>
  4. Kiselev F., Veselkova N., Goncharov R., Egorov V. A theoretical study of subcarrier-wave quantum key distribution system integration with an optical transport network utilizing dense wavelength division multiplexing // J. Phys. B: Atomic, Molecular and Opt. Phys. 2021. V. 54. № 13. P. 135502. <https://doi.org/10.1088/1361-6455/ac076a>
  5. Mazurenko Y.T., Merolla J.M., Gojobure J.P. Quantum information transfer by means of frequency subcarrier. Application to quantum cryptography // Optics and Spectroscopy. 1999. V. 86. № 2. P. 181–183.
  6. Aleksic S., Hipp F., Winkler D., Poppe A., Schrenk B., Franzl G. Perspectives and limitations of QKD integration in metropolitan area networks // Optics Express. 2015. V. 23. № 8. P. 10359–10373. <https://doi.org/10.1364/OE.23.010359>
  7. Poppe A., Schrenk B., Hipp F. et al. Integration of quantum key distribution in metropolitan area networks // Quantum Information and Measurement. Optica Publishing Group. 2014. P. QW4A.6. <https://doi.org/10.1364/QIM.2014.QW4A.6>
  8. Ciurana A., Martinez-Mateo J., Peev M. et al. Quantum metropolitan optical network based on wavelength division multiplexing // Optics express. 2014. V. 22. № 2. P. 1576–1593. <https://doi.org/10.1364/OE.22.001576>
  9. Niu J., Sun Y., Zhang Y., Ji Y. Noise-suppressing channel allocation in dynamic DWDM-QKD networks using LightGBM // Optics Express. 2019. V. 27. № 22. P. 31741–31756. <https://doi.org/10.1364/OE.27.031741>
  10. Rabbie J., Chakraborty K., Avis G., Wehner S. Designing quantum networks using preexisting infrastructure // Quantum Information. 2022. V. 8. № 1. P. 5. <https://doi.org/10.1038/s41534-021-00501-3>
  11. Tayduganov A., Rodimin V., Kiktenko E.O. et al. Optimizing the deployment of quantum key distribution switch-based networks // Optics Express. 2021. V. 29. № 16. P. 24884–24898. <https://doi.org/10.1364/OE.427804>
  12. Vorontsova I., Goncharov R., Tarabrina A., Kiselev F., Egorov V. Theoretical analysis of quantum key distribution systems when integrated with a DWDM optical transport network channels // JOSA B. 2023. V. 40. № 1. P. 63–71. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.469933>
  13. Miroshnichenko G., Kozubov A., Gaidash A. et al. Security of subcarrier wave quantum key distribution against the collective beam-splitting attack // Optics Express. 2018. V. 26. № 9. P. 11292–11308. <https://doi.org/10.1364/OE.26.011292>
  14. Lin R., Chen J. Minimizing spontaneous Raman scattering noise for quantum key distribution in WDM networks // 2021 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC). San Francisco, CA, USA. June 6–10. 2021. P. 1–3.
  15. Cai C., Sun Y., Ji Y. Intercore spontaneous Raman scattering impact on quantum key distribution in multicore fiber // New J. Phys. 2020. V. 22. № 8. P. 083020. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/aba023>

16. Bahrani S., Razavi M., Salehi J.A. Wavelength assignment in hybrid quantum-classical networks // Scientific Reports. 2018. V. 8. № 1. P. 1–13. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-21418-6>
17. Mlejnek M., Kaliteevskiy N., Nolan D. Reducing spontaneous Raman scattering noise in high quantum bit rate QKD systems over optical fiber // arXiv preprint. 2017. arXiv:1712.05891. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1712.05891>
18. Eraerds P., Walenta N., Legr M. et al. Quantum key distribution and 1 Gbps data encryption over a single fibre // New J. Phys. 2010. V. 12. № 6. P. 063027. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/12/6/063027>
19. Boyd R.W. Nonlinear optics. 4th ed. San Diego, CA: Academic Press, 2020. 634 p.
20. Lin Q., Yaman F., Agrawal G.P. Photon-pair generation in optical fibers through four-wave mixing: Role of Raman scattering and pump polarization // Phys. Rev. A — Atomic, Molecular, and Optical Phys. 2007. V. 75. № 2. P. 023803. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.75.023803>
21. Hill A., Payne D. Linear crosstalk in wavelength-division-multiplexed optical-fiber transmission systems // J. Lightwave Technol. 1985. V. 3. № 3. P. 643–651. <https://doi.org/10.1109/JLT.1985.1074232>
16. Bahrani S., Razavi M., Salehi J.A. Wavelength assignment in hybrid quantum-classical networks // Scientific Reports. 2018. V. 8. № 1. P. 1–13. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-21418-6>
17. Mlejnek M., Kaliteevskiy N., Nolan D. Reducing spontaneous Raman scattering noise in high quantum bit rate QKD systems over optical fiber // arXiv preprint. 2017. arXiv:1712.05891. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1712.05891>
18. Eraerds P., Walenta N., Legr M. et al. Quantum key distribution and 1 Gbps data encryption over a single fibre // New J. Phys. 2010. V. 12. № 6. P. 063027. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/12/6/063027>
19. Boyd R.W. Nonlinear optics. 4th ed. San Diego, CA: Academic Press, 2020. 634 p.
20. Lin Q., Yaman F., Agrawal G.P. Photon-pair generation in optical fibers through four-wave mixing: Role of Raman scattering and pump polarization // Phys. Rev. A — Atomic, Molecular, and Optical Phys. 2007. V. 75. № 2. P. 023803. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.75.023803>
21. Hill A., Payne D. Linear crosstalk in wavelength-division-multiplexed optical-fiber transmission systems // J. Lightwave Technol. 1985. V. 3. № 3. P. 643–651. <https://doi.org/10.1109/JLT.1985.1074232>

## АВТОРЫ

Ангелина Дмитриевна Тарабрина — студент, лаборант, Лидирующий исследовательский центр «Национальный центр квантового интернета», Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Россия; <https://orcid.org/0000-0002-7114-8438>; adtarabrina@itmo.ru

Ирина Олеговна Воронцова — студент, инженер, Лидирующий исследовательский центр «Национальный центр квантового интернета», Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Россия; Scopus ID: 57208314288; <https://orcid.org/0000-0001-9861-0816>; iovorontsova@itmo.ru

Сергей Михайлович Кынев — канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией, Научно-образовательный центр фотоники и оптоинформатики, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Россия; Scopus ID: 56126979100; <https://orcid.org/0000-0001-8698-1804>; sergey.kynev@itmo.ru

Федор Дмитриевич Киселев — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Лидирующий исследовательский центр «Национальный центр квантового интернета», Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Россия; Scopus ID: 57214097409; <https://orcid.org/0000-0002-3894-511X>; fdkiselev@itmo.ru

Владимир Ильич Егоров — канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник, Лидирующий исследовательский центр «Национальный центр квантового интернета», Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Россия; Scopus ID: 55429352600; <https://orcid.org/0000-0003-0767-0261>; viegorov@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 06.03.2023  
Одобрена после рецензирования 10.03.2023  
Принята к печати 27.04.2023

## AUTHORS

Angelina D. Tarabrina — student, Laboratory assistant, Leading research center «National center for quantum internet», ITMO University, Saint-Petersburg, 199034, Russia; <https://orcid.org/0000-0002-7114-8438>; adtarabrina@itmo.ru

Irina O. Vorontsova — student, Engineer, Leading research center «National center for quantum internet», ITMO University, Saint-Petersburg, 199034, Russia; Scopus ID: 57208314288; <https://orcid.org/0000-0001-9861-0816>; iovorontsova@itmo.ru

Sergey V. Kynev — PhD in Physics and Mathematics, Head of laboratory, Research and Education Center for Photonics and Optoinformatics of ITMO University, Saint-Petersburg, 199034, Russia; Scopus ID: 56126979100; <https://orcid.org/0000-0001-8698-1804>; sergey.kynev@itmo.ru

Fedor D. Kiselev — PhD in Physics and Mathematics, Senior Researcher, Leading research center «National center for quantum internet», ITMO University, Saint-Petersburg, 199034, Russia; Scopus ID: 57214097409; <https://orcid.org/0000-0002-3894-511X>; fdkiselev@itmo.ru

Vladimir I. Egorov — PhD in Physics and Mathematics, Leading Researcher, Leading research center «National center for quantum internet», ITMO University, Saint-Petersburg, 199034, Russia; Scopus ID: 55429352600; <https://orcid.org/0000-0003-0767-0261>; viegorov@itmo.ru

The article was submitted to the editorial office 06.03.2023  
Approved after review 30.03.2023  
Accepted for publication 27.04.2023